This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Centrifugal-
Ventilatoren
und
Centrifugal-Pumpen.

Theorie und Bau

aller Arten derselben, mit Berücksichtigung der Resultate

zahlreicher selbstabgeführter Versuche.

von

P. Rittinger,

k. k. Sectionsrath (Ober-Bergrath) in Wien.

Mit 5 Figurentafeln.

Wien.

Druck und Verlag von Carl Gerold's Sohn.

1858.

156. a. 21.

BIBLIOTHECA·BODLEIANA·

Vorrede.

Jedermann, der es mit Entwürfen oder mit Beurtheilung von Ventilatoren zu thun hatte, wird sich überzeugt haben, wie mangelhaft die Quellen sind, aus welchen man über die vortheilhaftesten Konstruktions-Verhältnisse dieser so vielfach in Anwendung stehenden Maschinen sich Raths erholen könnte. Etwas Abgeschlossenes über diesen Gegenstand wird man in den Lehrbüchern der Mechanik vergebens suchen, und was man in den Journalen zerstreut findet, ist mindestens sehr unvollständig. Dieses gilt eben so gut von den wenigen bisher veröffentlichten theoretischen Arbeiten über den Ventilator, als auch von den Berichten über abgeführte Versuche. Bei den vielen Faktoren, die beim Ventilator zusammentreffen und auf den Effekt desselben Einfluß nehmen, ist es aber auch begreiflich, daß es auf empirischem Wege kaum gelingen könne, die vortheilhaftesten Konstruktions-Verhältnisse der Ventilatoren aufzufinden und festzustellen, da die Zahl der zu versuchenden Kombinationen eine ungemein große sein müßte.

Bei diesem Sachverhalte wird es daher nicht befremden, wenn der Konstrukteur beim Entwerfen von Ventilatoren sich bisher entweder bloß vom praktischen Gefühle leiten ließ, oder aber bestehende Muster nachahmte, an denen er vielleicht einige als zweckmäßig vermuthete Abänderungen vornahm; denn der Praktiker überzeugte sich bald, daß die aus den bisher aufge-

stellten Theorien und abgeführten Versuchen abgeleiteten Schlußregeln zu keinem günstigen Resultate führen.

Die vorliegende Monographie über Centrifugal-Ventilatoren hat nun den Zweck, eine streng wissenschaftliche Anleitung zur Berechnung und Konstruktion der Centrifugal-Ventilatoren zu liefern. Um aber diese Aufgabe zu lösen, war es zuerst erforderlich, die Grundlehren über das Verhalten der atmosphärischen Luft bei Aenderungen ihrer Pressung und bei ihrer Bewegung in ruhenden oder rotirenden Kanälen einer strengen Prüfung zu unterziehen, dieselben systematisch zu entwickeln, und die darin vorkommenden vielfachen Lücken auszufüllen. Die darauf sich beziehenden Untersuchungen bilden den Gegenstand der ersten Abtheilung dieser Abhandlung, und sind von besonderer Wichtigkeit. Diese Grundlehren sind bisher in keinem bestehenden Lehrbuche der Physik oder Mechanik mit jener Umständlichkeit und Vollständigkeit behandelt, welche erforderlich ist, um die Theorie der Ventilatoren sofort darauf stützen zu können. Dadurch, daß in der ersten Abtheilung dieser Abhandlung alle Lehrsätze, auf welchen die Theorie der Ventilatoren beruht, aus allgemein bekannten und als richtig anerkannten Gesetzen der Mechanik abgeleitet werden, ist es selbst dem in den Lehren der Aërodynamik minder bewanderten Leser ermöglicht, die erforderlichen Grundbegriffe sich auf eine schnelle Weise und möglichst systematisch anzueignen, ohne vorerst mit Hilfe mehrerer Lehrbücher mühsam sich orientiren zu müssen.

Die erste Abtheilung enthält aber nicht bloß viele ganz neue Darstellungen zum Theil bekannter Sätze, sondern selbst wichtige Ergänzungen und Berichtigungen der gangbaren Lehren der Aërodynamik; sie dürfte daher in dieser Beziehung auch für die Wissenschaft im Allgemeinen von Interesse sein.

Der Abschnitt über die erwärmte Luft hätte streng genommen aus dieser Abtheilung hinwegbleiben können; man kann ihn daher auch leicht überschlagen, insofern man sich bloß mit

den Vorlehren zur Theorie des Ventilators befassen will. Die vorliegende Behandlung dieses Gegenstandes weicht jedoch von der bisherigen wesentlich ab, und man wird dabei auf eine einfache Weise zu Resultaten geführt, die bisher keineswegs allgemein gekannt sind, sondern vielmehr Gegenstand manchen Streites bilden.

Die erste Abtheilung, welche die Grundlehren für die Theorie des Ventilators enthält, behandelt demnach die Theorie der Gebläse überhaupt als ein abgeschlossenes Ganze, und hat daher auch in dieser Beziehung eine praktische Wichtigkeit.

Die zweite Abtheilung befaßt sich ausschließlich mit der eigentlichen Theorie der Centrifugal-Ventilatoren, und zwar zuvor im Allgemeinen, dann aber in ihrer Anwendung auf spezielle Fälle, nämlich: auf saugende und blasende, offene und geschlossene Ventilatoren. Es wird sich darin auf kein Gesetz berufen, welches nicht in der ersten Abtheilung gründlich behandelt und nachgewiesen wäre. Die Durchführung spezieller Aufgaben macht die Anwendung der Theorie auf gewöhnlich vorkommende Fälle ersichtlich, und erleichtert beim Nachschlagen die Benützung der theoretischen Resultate. Ueberdieß sind auch die konstruktiven Verhältnisse der Ventilatoren im Detail besprochen und durch genaue Zeichnungen erläutert. Was aber von besonderer Wichtigkeit ist: es werden am geeigneten Platze sogleich auch die Resultate der zahlreichen Versuche aufgeführt, welche ich mit Ventilatoren erlangt habe, die genau nach der aufgestellten Theorie konstruirt waren. Diese Versuche sind der Munifizenz des k. k. Finanzministeriums zu verdanken, welches in gerechter Würdigung der Wichtigkeit einer richtigen durch die Erfahrung erprobten Theorie der Centrifugal-Ventilatoren für das Berg- und Hüttenwesen die Verfügung traf, daß beim k. k. Gußwerke nächst Mariazell die erforderlichen Ventilatoren behufs der Vornahme von Versuchen eigens hergestellt wurden. Man hat es also in

der vorliegenden Abhandlung nicht bloß mit der reinen Theorie zu thun, sondern auch mit Erfahrungen, welche auf Grundlage der entwickelten Theorie und bei dem von ihr ausgehenden Lichte gemacht wurden. Und die Erfahrung hat hier die Theorie nicht im Stiche gelassen, sie hat ihre Richtigkeit bestättigt und zugleich die Koeffizienten geliefert, mittelst welcher die Resultate der Theorie, in welcher auf die Bewegungshindernisse nicht Rücksicht genommen werden konnte, dieserwegen berichtigt werden müssen. Durch diese Koeffizienten ist man nunmehr in die Lage versetzt, für jede bestimmte Aufgabe die Konstruktions-Verhältnisse des herzustellenden Ventilators mit aller Genauigkeit festzustellen. Die abgeführten Versuche beziehen sich sowohl auf saugende als blasende Ventilatoren, und haben noch dadurch einen besondern Werth, daß durch dieselben die Erreichbarkeit einer hohen Windpressung mittelst des blasenden Ventilators thatsächlich nachgewiesen ist; es ist nämlich gelungen, bei den bezüglichen Versuchen die Windpressung bis auf $0{\cdot}^{m}83$ Wassersäule oder auf 28 Wiener Linien Quecksilbersäule zu treiben, wobei der Wirkungsgrad des Ventilators sich noch immer günstig gestaltete. Dadurch tritt der blasende Ventilator für viele Fälle in gleichen Rang mit dem Cylindergebläse, und behauptet vor diesem durch seine Einfachheit und Wohlfeilheit einen unverkennbaren Vorzug. Uebrigens ist durch die neue Theorie auch noch die bisherige Ansicht über die Vortheile der gekrümmten Flügel wesentlich modifizirt.

Es folgt aus der Natur der Sache, daß durch die entwickelte Theorie der Centrifugal-Ventilatoren zugleich die Theorie der Centrifugalpumpe vollständig gegeben ist, über welche gleichfalls bisher noch nichts Theoretisches veröffentlicht wurde.

Ich will aber keineswegs behaupten, daß durch die vorliegende Abhandlung die Theorie der Centrifugal-Ventilatoren etwa schon ganz abgeschlossen sei; ich betrachte dieselbe vielmehr bloß als die Grundlage zu weiteren speziellen Untersuchungen.

Durch stufenweisen Vorgang bei Entwicklung der einzelnen Gesetze habe ich für Gemeinverständlichkeit alle Sorge getragen; und wenn manche Sätze spezieller begründet durchgeführt vorkommen, als dieß gewöhnlich beliebt wird, so geschah dieß bloß aus dem Grunde, weil es mir leichter scheint, derlei ausführliche Entwicklungen zu überschlagen, als solche erst selbst vorzunehmen, wenn man sich von der Richtigkeit des Resultates überzeugen will. Größere Deutlichkeit schadet stets weniger als eine großthuende Gelehrsamkeit.

Jene, die in die theoretischen Untersuchungen nicht näher eingehen können oder wollen, sondern die bloß von den Resultaten derselben einen praktischen Gebrauch zu machen beabsichtigen, diesen dürften jene Paragraphe ausreichen, in welchen die speziellen Beispiele zur Berechnung und Konstruktion der Ventilatoren durchgeführt sind; nämlich für saugende Ventilatoren: §. 49, 50 und 59; für blasende §. 55 und 56; für Centrifugalpumpen §. 61. Die bezüglichen Erfahrungs-Koeffizienten sind am Schlusse der §§. 53, 59 und 62 abgeleitet, und die Bedeutung der in den einzelnen Formeln vorkommenden Buchstaben ist aus dem §. 36 zu entnehmen.

Die mit der Theorie der Ventilatoren nicht unmittelbar zusammenhängenden und zu deren Verständniß nicht unumgänglich nothwendigen Paragraphe wurden in dem Inhalts-Verzeichnisse mit einem * bezeichnet. Der Vollständigkeit und des besseren Verständnisses wegen konnten diese Paragraphe nicht ausgelassen werden.

Die in den mechanischen Schriften ohnedieß fast allgemein übliche Anwendung des metrischen Maßes dürfte kaum einer Rechtfertigung benöthigen.

Der Anhang enthält die Literatur der Centrifugal-Ventilatoren; ich begnügte mich nicht damit, die einzelnen Aufsätze und Abhandlungen über diesen Gegenstand bloß näher

zu bezeichnen, sondern fügte auch noch überall das Wesentliche aus deren Inhalte bei.

Schließlich kann ich nicht umhin, dem Herrn G. Schmidt, derzeit k. k. Kunstmeister in Joachimsthal, für die freundliche Mitwirkung bei der langjährigen und mühsamen Verfassung dieser Abhandlung, und insbesondere der ersten Abtheilung derselben hier meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

Wien, im September 1857.

P. Rittinger.

Inhalt.

I. Vorbereitender Theil

oder

Grundlehren der allgemeinen Mechanik über das Verhalten der atmosphärischen Luft bei Aenderungen ihrer Pressung und bei ihrer Bewegung in ruhenden oder rotirenden Kanälen.

A. Ableitung einiger Fundamentalsätze über variable Kräfte.

Seite

§. 1. Gleichförmige Bewegung. Geschwindigkeit 3

§. 2. Ungleichförmig veränderte Bewegung. Grundgleichung für die Geschwindigkeit dabei 4

§. 3. Grundgleichung für die Beschleunigung und abgeleitete Ausdrücke für die Geschwindigkeit bei einer ungleichförmig veränderten Bewegung 5

§. 4. Ausdrücke für die Geschwindigkeit und den Weg bei konstanter Beschleunigung 8

§. 5. Ausdruck für die Größe des Druckes einer Kraft 10

§. 6. Wirkungsgröße. Effekt. Lebendige Kraft 13

§. 7.* Geschwindigkeits-Gleichungen für mehrere nach derselben oder nach entgegengesetzter Richtung gleichzeitig wirkende Kräfte 18

§. 8. Differentialgleichung für die Koordinaten des Weges, welchen das Bewegliche unter dem Einflusse mehrerer gleichzeitig darauf nach verschiedenen Richtungen wirkenden Kräfte beschreibt. (D'Alembert'sches Prinzip) 23

B. Gesetze der Verdichtung und Bewegung der atmosphärischen Luft von gewöhnlicher Temperatur, oder Theorie der Gebläse überhaupt.

§. 9. Gewicht einer kubischen Einheit (spezifisches Gewicht) der atmosphärischen Luft von beliebiger Pressung und Temperatur 27

§. 10. Wirkungsgröße, welche in einer beliebigen Luftmenge durch deren Verdichtung angesammelt wird 32

§. 11. Zur Verdichtung der Luft erforderliche Arbeitsgröße 35

§. 12. Theoretische Arbeitsgröße am Gebläsekolben 37

§. 13. Allgemeine Gleichung zwischen Spannung und Geschwindigkeit der in einer Röhrenleitung sich bewegenden Luft 39

§. 14. Spezielle Untersuchung über das Verhalten der Luft während ihrer Bewegung durch eine Röhrenleitung 42

*

Seite

§. 15. Ausfluß der gepreßten Luft durch konische Mündungen (Düsen) aus Röhren und aus Behältern 48

§. 16. Gewicht und Nutzeffekt der aus Düsen ausfließenden Luft 53

§. 17.* Einfluß plötzlicher Verengungen oder Erweiterungen einer Röhrenleitung auf Geschwindigkeit, Pressung und den Nutzeffekt 55

§. 18. Einfluß der Luftreibung an den Röhrenwänden einer Windleitung auf den Nutzeffekt 59

§. 19. Anwendung des Vorausgeschickten auf Berechnung der Windmenge und Betriebskraft eines Gebläses 63

C. Gesetze der Verdichtung und Bewegung der atmosphärischen Luft von erhöhter Temperatur, oder Theorie der Gebläse für heißen Wind.

§ 20.* Wirkungsgröße der Erwärmung einer eingeschlossenen Luftmenge im Ganzen und bezogen auf eine Wärmeeinheit 69

§. 21.* Vergleich zwischen Geschwindigkeit, Volum, Gewicht und Effekt der aus einem größeren Behälter durch eine kleine Oeffnung ausströmenden kalten und heißen Luft 74

§. 22.* Vergleich zwischen dem Effekte der ausströmenden heißen Luft und der von ihr durch die Erwärmung aufgenommenen Wirkungsgröße. Unterschied zwischen dem Effekt des heißen Windes und jenem am Gebläsekolben 76

§. 23.* Aenderung der Röhrengeschwindigkeit der Luft in Folge ihrer allmäligen Erhitzung 81

§. 24.* Aenderung der Pressung der durch eine Röhrenleitung durchstreichenden Luft in Folge ihrer allmäligen Erhitzung. Näherungsformel für die Röhrengeschwindigkeit 84

§. 25.* Aenderung der effektiven Manometerhöhen durch die Erhitzung. Nutzeffekt des in einer Röhrenleitung erhitzten Windes. Nutzeffekt am Gebläsekolben 86

§. 26.* Spezielle Berechnung eines Gebläses für heißen Wind 91

D. Ableitung der Gesetze, nach welchen ein frei beweglicher materieller Punkt so wie auch die Luft sich bewegen müssen, wenn dieselben zur Rotirung gezwungen werden.

§. 27. Normaldruck eines in Bewegung befindlichen materiellen Punktes gegen seine gezwungene krumme aber feststehende Bahn (Centripetalkraft) 97

§. 28. Gleichung für den radialen Druck, welchen ein materieller Punkt scheinbar erleidet, wenn auf denselben ein gleichförmig rotirender Stab einwirkt (Fliehkraft) 99

§ 29. Grundgleichung für die relative Geschwindigkeit eines materiellen Punktes, welcher von einem rotirenden radialen geraden Stabe getrieben wird. Größe und Richtung der absoluten Geschwindigkeit, mit welcher er den Stab verläßt 103

§. 30.* Entwicklung der Polargleichung für die absolute Bahn des durch einen geraden radialen Stab getriebenen materiellen Punktes 105

§. 31. Giltigkeit der im §. 29 entwickelten Grundgleichung für die relative Bewegung eines Punktes, welcher von einem rotirenden geraden,

Seite

aber nicht radialen Stabe getrieben wird. Ausdehnung dieser Gleichung auf gekrümmte Stäbe 109
§. 32.* Analytische Entwicklung derselben Grundgleichung nach Redtenbacher, so wie der Grundgleichung für den Druck der Fliehkraft . . . 113
§. 33. Entwicklung der Grundgleichung für die Bewegung der durch einen rotirenden Kanal durchstreichenden Luft 118
§. 34. Diskussion dieser Gleichung und deren Umstaltung. — Näherungsgleichung 123
§. 35.* Entwicklung derselben Gleichung nach Redtenbacher 126

II. Theorie der Centrifugal-Ventilatoren

oder

Entwicklung der Gesetze für das Verhalten der atmosphärischen Luft in den verschiedenen Querschnitten eines im Umtriebe befindlichen Centrifugal-Ventilators, nebst Ableitung der vortheilhaftesten Konstruktions-Verhältnisse daraus und aus den abgeführten Versuchen. Theorie und Bau der Centrifugalpumpen nebst Versuchen.

A. Entwicklung der Fundamental-Gleichungen des Centrifugal-Ventilators für jede Form der Flügel. Grundformen des Ein- und Auslaufes.

Seite

§. 36. Vorläufige Erklärungen und Annahmen 131
§. 37. Verhalten der Luft im Einlaufe; Gleichungen für den Einlauf . . 135
§. 38. Verhalten der Luft beim Eintritte in den Flügelraum; Gleichungen für den Eintritt 136
§. 39. Verhalten der Luft auf ihrem Wege durch den Flügelraum und beim Austritte an der äußern Peripherie. Gleichungen für den Austritt 140
§. 40. Verhalten der Luft im Auslaufe eines offenen Ventilators. Gleichungen für den Auslauf 145
§. 41. Verhalten der Luft im Auslaufe eines geschlossenen Ventilators. Gleichungen für den Auslauf 147
§. 42. Rückblick auf die vorausgeschickten Untersuchungen. Theoretischer Nutzeffekt des Ventilators 151
§. 43. Geometrische Konstruktion des Einlaufes 153
§. 44. Geometrische Konstruktion des Einlaufes nach einer andern Methode . 158
§. 45. Geometrische Konstruktion des Auslaufes beim geschlossenen Ventilator. Form des Blasehalses 161
§. 46. Ableitung der allgemeinen Formeln für die Anzahl der Umgänge in einer Minute und für den äußern Halbmesser 166
§. 47. Ableitung der allgemeinen Formeln für die übrigen Größen am Ventilator 170
§. 48.* Bestimmung der absoluten Bahn, welche die Lufttheilchen beim Durchgange durch den Flügelraum beschreiben 175

B. Anwendung der allgemeinen Gesetze und Formeln zur Berechnung und Konstruktion aller Arten von Centrifugal-Ventilatoren und Centrifugalpumpen. Resultate der abgeführten Versuche.

Seite

§. 49. Spezielles Beispiel zur Berechnung der Hauptverhältnisse eines offenen saugenden Gruben-Ventilators 181

§. 50. Konstruktion des berechneten offenen Gruben-Ventilators 186

§. 51. Berechnung der Zwischengrößen beim normalen Gange. Betrieb eines nach der vorausgeschickten Theorie und Berechnung ausgeführten Gruben-Ventilators bei geänderter Zahl der Umgänge und bei geänderter Luftmenge 188

§. 52. Nothwendigkeit von Versuchen. Vorgang bei den wirklich abgeführten Versuchen und Beschreibung der dabei angewendeten Hilfsapparate 196

§. 53. Resultate der Versuche mit dem nach obiger Berechnung gebauten Gruben-Ventilator. Erfahrungs-Koeffizienten 201

§ 54. Versuche mit demselben Ventilator bei geänderter Form des Auslaufes und der Flügel 211

§. 55. Spezielle Berechnung der Hauptverhältnisse eines blasenden Ventilators überhaupt, und eines Hochdruck-Ventilators insbesondere 217

§. 56. Konstruktion des berechneten blasenden Hochdruck-Ventilators . . . 222

§. 57. Berechnung der Zwischengrößen bei dem berechneten Hochdruck-Ventilator. Betrieb desselben bei geänderter Zahl der Umgänge und bei geänderter Windmenge 226

§. 58. Hilfs-Apparate und Vorgang bei den Versuchen, welche mit dem nach §. 55 und 56 ausgeführten Hochdruck-Ventilator abgeführt wurden 235

§. 59. Resultate der mit dem berechneten Hochdruck-Ventilator abgeführten Versuche. Erfahrungs-Koeffizienten 238

§. 60. Spezielle Berechnung der Hauptverhältnisse eines geschlossenen saugenden Ventilators. Konstruktion desselben 250

§. 61. Anwendung der Theorie der Centrifugal-Ventilatoren auf Centrifugalpumpen. Spezielle Berechnung und Konstruktion derselben . 253

§. 62. Resultate der mit einer Centrifugalpumpe abgeführten Versuche. Erfahrungs-Koeffizienten 258

Nachtrag zu §. 59.

Resultate der neuesten mit dem Hochdruck-Ventilator abgeführten Versuche . 262

III. Anhang.

Literatur der Centrifugal-Ventilatoren und Centrifugalpumpen.

§. 63.* Die Theorie der Centrifugal-Ventilatoren betreffend 267

§. 64.* Beschreibungen blasender Centrifugal-Ventilatoren und damit abgeführter Versuche 268

§. 65.* Fortsetzung 272

§. 66.* Beschreibung saugender Centrifugal-Ventilatoren und damit abgeführter Versuche 276

§. 67.* Centrifugalpumpen 279

I.

Vorbereitender Theil

oder

Grundlehren der allgemeinen Mechanik über das Verhalten der atmosphärischen Luft bei Aenderungen ihrer Pressung und bei ihrer Bewegung in ruhenden oder rotirenden Kanälen.

A.

Ableitung einiger Fundamentalsätze über variable Kräfte.

§. 1.

Gleichförmige Bewegung. Geschwindigkeit.

Eine Bewegung wird gleichförmig genannt, wenn je gleichen Zeittheilchen auch vollkommen gleiche Wegtheile entsprechen.

Ist also der nach einer gewissen Zeit t vom Beweglichen zurückgelegte Weg $= s$, und entspricht einer Zeitzunahme Δt eine Wegzunahme Δs, so ist die Bewegung gleichförmig, wenn

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = c$$

konstant ist, wie groß oder klein auch immer Δt innerhalb der ganzen Dauer der gleichförmigen Bewegung gewählt werden mag.

Man nennt den konstanten Quotienten $\frac{\Delta s}{\Delta t} = c$ die Geschwindigkeit des Beweglichen; durch ihn wird die Stärke des Wachsthumes des Weges s im Vergleich zum Wachsthume der Zeit t ausgedrückt.

Wählt man $\Delta t = 1$, so ist $\Delta s = c$, und man sieht, daß c auch den Weg bedeutet, den das Bewegliche in der Zeiteinheit zurücklegt; deßhalb wurde man auch veranlaßt, die Geschwindigkeit als den Weg in der Zeit $= 1$ zu definiren, während dieß eigentlich eine Folge ist aus der oben aufgestellten Definition der Geschwindigkeit, als verhältnißmäßige Stärke des Wachsthumes des Weges gegen die Zeit. Der in der Zeit t zuwachsende Weg ist daher auch $= ct$; also ist der am Ende der Zeit t zurückgelegte Weg $s =$ dem am Anfange der Zeit t etwa schon vorhandenen Abstande a vom Anfangspunkte des Weges mehr dem Wegzuwachs ct, oder

$$(1) \quad . \; . \quad s = ct + a.$$

§. 2.

Ungleichförmig veränderte Bewegung. Grundgleichung für die Geschwindigkeit dabei.

Ungleichförmig wird die Bewegung genannt, wenn je gleichen aufeinander folgenden Zeittheilchen stets ungleiche Wegtheilchen entsprechen.

Die ungleichförmige Bewegung ist also der gleichförmigen in dem Verhalten des Quotienten $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ vollkommen entgegengesetzt; derselbe ist nämlich immer ein verschiedener, wie groß oder klein man Δt auch wählen mag; denn wäre innerhalb zweier das Zeitintervall τ umspannender Werthe von Δt jener Quotient konstant $= c$, so müßte während der Zeit τ das Bewegungsgesetz $s = ct + a$, also gleichförmige Bewegung Statt finden, was gegen die Voraussetzung wäre.

Bildet man daher aus der von $ct + a$ wesentlich verschiedenen Form

$$(2) \quad . \; . \quad s = f(t),$$

welche bei einer ungleichförmigen Bewegung den Weg s als Funktion von t darstellt, den oben aufgestellten Differenzquotienten $\frac{\Delta s}{\Delta t}$, indem man zuerst

$$s + \Delta s = f(t + \Delta t) \text{ sucht,}$$
$$s = f(t)$$

davon abzieht, und den Rest durch Δt dividirt; so ist der Quotient

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} = F(t, \Delta t)$$

durchaus nicht geeignet, die Geschwindigkeit v darzustellen, die eben nach der Zeit t Statt hat, nämlich jene Geschwindigkeit, mit welcher das Bewegliche nach der Zeit t sich gleichförmig fortbewegen würde, wenn keine Ursache zur Veränderung des Bewegungszustandes, d. h. wenn keine fernere Einwirkung einer Kraft auf das Bewegliche bestünde, sondern wenn dieses bloß als träge Masse seinen Bewegungszustand unverändert beibehielte. Ist nämlich die wirklich Statt findende Bewegung eine wie immer beschleunigte, so ist offenbar die wirkliche Wegzunahme

$$\Delta s > v\Delta t, \quad \text{also} \quad \frac{\Delta s}{\Delta t} > v,$$

wie klein man auch immer Δt wählen mag; und ist die Bewegung eine wie immer verzögerte, so ist jedenfalls

$$\Delta s < v\Delta t, \quad \text{also} \quad \frac{\Delta s}{\Delta t} < v.$$

Der Unterſchied zwiſchen Δs und $v\Delta t$ wird jedoch deſto kleiner ausfallen, je kleiner man Δt wählt, weil in einer ſehr kleinen Zeit $= \Delta t$ auch v ſich nur ſehr unbedeutend verändern kann; daher wird auch der Quotient

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = F(t, \Delta t)$$

um ſo mehr dem wahren Werthe der Geſchwindigkeit v, alſo einer ganz beſtimmten von dem zufälligen Werthe Δt unabhängigen Größe ſich nähern, je kleiner man Δt annimmt, und er muß endlich ganz mit dem wahren Werthe von v zuſammenfallen, wenn man

$$\Delta t = 0$$

ſetzt; alſo iſt

$$v = F(t, 0) = \left.\frac{f(t+\Delta t) - f(t)}{\Delta t}\right\} \text{für } \Delta t = 0.$$

Man bezeichnet aber bekanntlich in der Analyſis den Quotienten

$$\left.\frac{f(t+\Delta t) - f(t)}{\Delta t}\right\} = f'(t)$$
$$\Delta t = 0$$

mit $\frac{ds}{dt}$, unter s jene Funktion $f(t)$ verſtanden, deren erſte durch das Geſchäft der Differentiation abgeleitete Funktion $= f'(t)$ iſt; man hat alſo für jede wie immer beſchaffene ungleichförmige Bewegung die Geſchwindigkeit

$$(3) \quad . \quad . \quad v = \frac{ds}{dt} = f'(t).$$

§. 3.

Grundgleichung für die Beſchleunigung, und abgeleitete Ausdrücke für die Geſchwindigkeit bei einer ungleichförmig veränderten Bewegung.

Iſt die Bewegung eine beſchleunigte, ſo iſt in jedem folgenden Punkte der Bahn des Bewegten die Geſchwindigkeit v größer als in einem noch ſo nahe liegenden vorhergehenden. War alſo nach der Zeit t die Geſchwindigkeit $= v$, ſo wird ſie nach Verlauf eines ferneren Zeittheilchens Δt bereits $v + \Delta v$ ſein. Iſt nun die Zunahme Δv der Geſchwindigkeit in jedem folgenden Zeittheilchen Δt immer gleich groß, ſind alſo die in den gleichen Zeitintervallen Δt aufeinander folgenden Geſchwindigkeiten beziehungsweiſe:

$$v,\ v + \Delta v,\ v + 2\Delta v,\ v + 3\Delta v,\ \ldots$$

ſo gibt jede der Zunahmen

$$\Delta v,\ 2\Delta v,\ 3\Delta v,\ \ldots$$

durch die hiezu erforderliche Zeit

$$\Delta t,\ 2\Delta t,\ 3\Delta t,\ \ldots$$

getheilt, immer denſelben Quotienten

$$\frac{\Delta v}{\Delta t},$$

dieſer drückt daher die Stärke des Wachsthumes der Geſchwindigkeit v im Vergleich zum Wachsthume der Zeit t aus, oder die Geſchwindigkeitszunahme in der Zeiteinheit; er iſt alſo das Maß der Beſchleunigung der Bewegung, unter der Vorausſetzung, daß eben dieſe Beſchleunigung konſtant ſei. Man bezeichnet die Beſchleunigung, d. i. die verhältnißmäßige Stärke des Wachsthumes der Geſchwindigkeit, gewöhnlich mit dem Buchſtaben G; man hat alſo, wenn dieſelbe konſtant iſt,

$$G = \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

alſo aus demſelben Grunde wie früher $s = a + ct$ war, jetzt

$$(4) \quad \ldots \quad v = c + Gt,$$

wenn c die zur Zeit = 0 (Null) Statt findende Geſchwindigkeit des Beweglichen bezeichnet.

Wenn, wie bisher angenommen wurde, gleichen Zeittheilchen auch vollkommen gleiche Geſchwindigkeitszunahmen (oder Abnahmen) entſprechen, wenn alſo die poſitive (oder negative) Beſchleunigung konſtant iſt; ſo nennt man die Bewegung eine gleichförmig beſchleunigte (oder verzögerte).

Wenn aber auch nicht den kleinſten aufeinander folgenden Zeittheilchen vollkommen gleiche Geſchwindigkeitszunahmen (oder Abnahmen) entſprechen, ſo nennt man die Bewegung eine ungleichförmig beſchleunigte (oder verzögerte) oder allgemein eine ungleichförmig veränderte Bewegung. Betrachtet man eine Geſchwindigkeitsabnahme als negative Zunahme, ſo kann der Ausdruck Beſchleunigung für beide Fälle gelten.

Hieraus folgt, daß, wie es früher mit $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ bei einer ungleichförmigen Bewegung im Allgemeinen der Fall war, bei einer ungleichförmig veränderten Bewegung der Differenzquotient $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ während keiner noch ſo kleinen Zeit τ konſtant bleiben kann.

Da nun vermöge (3)

$$v = f'(t), \quad \text{also}$$
$$v + \Delta v = f'(t + \Delta t),$$
$$\Delta v = f'(t + \Delta t) - f'(t) \quad \text{und}$$
$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{f'(t + \Delta t) - f'(t)}{\Delta t} = F(t, \Delta t)$$

gesetzt werden kann, so ergibt sich, daß letzterer Differenzquotient durchaus nicht geeignet ist, für eine ungleichförmig veränderte Bewegung die Beschleunigung darzustellen, die eben nach der Zeit t Statt hat, nämlich jene Beschleunigung, mit welcher das Bewegliche nach der Zeit t sich gleichförmig beschleunigt fortbewegen würde, wenn die Beschleunigung fort und fort unverändert dieselbe bliebe, wie sie vorübergehend in dem untheilbaren Momente zur Zeit t besteht.

Ist demnach die Beschleunigung im Wachsen begriffen, so ist die wirkliche Geschwindigkeitszunahme

$$\Delta v > G\Delta t;$$

ist dagegen die Beschleunigung im Abnehmen begriffen, so ist

$$\Delta v < G\Delta t.$$

In beiden Fällen nähert sich aber Δv dem $G\Delta t$ fort und fort immer mehr, je kleiner man Δt nimmt, weil die Ungleichförmigkeit der Beschleunigung G nur um so weniger fühlbar sein kann, je kürzere Zeit G Gelegenheit hatte, sich zu ändern; folglich hat jener Quotient einen bestimmten Grenzwerth für $\Delta t = 0$, der mit dem wahren G vollkommen zusammenfallen muß; also ist

$$G = F(t, 0) = \left.\frac{f'(t + \Delta t) - f'(t)}{\Delta t}\right\} \text{für } \Delta t = 0.$$

Es ist aber offenbar

$$\left.\frac{f'(t + \Delta t) - f'(t)}{\Delta t}\right\} \text{für } \Delta t = 0 = f''(t).$$

aus $f'(t)$ genau eben so abgeleitet wie $f'(t)$ aus $f(t)$; $f''(t)$ als erste abgeleitete Funktion von $f'(t)$ ist folglich die zweite abgeleitete Funktion von $f(t) = s$, d. i.

$$(5) \quad . \quad . \quad G = \frac{d^2 s}{dt^2}.$$

Wäre also der Weg s, den ein unter dem Einflusse einer einzigen Kraft stehendes Bewegliche beschreibt, als Funktion von t bekannt, so gibt der erste Differentialquotient $\frac{ds}{dt}$ die Geschwindigkeit als

Funktion von t, der zweite Differentialquotient aber die Beſchleunigung als Funktion von t.

Die Gleichungen (3) und (5) ſind die Grundgleichungen der ungleichförmig veränderten Bewegung, aus deren Kombination andere Gleichungen ſich ableiten laſſen. Wegen

$$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{d\left(\frac{ds}{dt}\right)}{dt}$$

ergibt ſich mit Rückſicht auf (3)

$$(6) \quad . \quad . \quad G = \frac{dv}{dt}.$$

Zur Beſtimmung der Geſchwindigkeit v für jede ungleichförmige Bewegung dient außer (3) entweder die aus (6) folgende Gleichung:

$$(7) \quad . \quad . \quad v = \int G\,dt,$$

in welcher G als Funktion von t gegeben ſein muß, oder man erhält aus den beiden Gleichungen

$$(3) \quad v = \frac{ds}{dt} \quad \text{und} \quad (6) \quad G = \frac{dv}{dt}$$

durch Diviſion:

$$\frac{v}{G} = \frac{ds}{dv}, \quad \text{alſo}$$

$$v\,dv = G\,ds,$$

und durch Integration

$$(8) \quad . \quad . \quad v^2 = 2\int G\,ds.$$

Hierbei muß man ſich G als eine Funktion von s, alſo $G = \psi(s)$ denken, wo dann die Geſchwindigkeit v als eine Funktion von s erſcheint.

§. 4.

Ausdrücke für die Geſchwindigkeit und den Weg bei konſtanter Beſchleunigung.

Iſt die Beſchleunigung G konſtant, iſt alſo die Bewegung eine gleichförmig beſchleunigte (oder verzögerte), ſo ergibt ſich aus (7) für die Geſchwindigkeit die ſchon bekannte Gleichung (4):

$$(9) \quad . \quad . \quad v = Gt + c,$$

worin die Konſtante der Integration, nämlich c, offenbar die zur Zeit 0 ſchon Statt findende Geſchwindigkeit darſtellt. Die Gleichung (8) dagegen gibt für dieſen Fall, d. i. für eine konſtante Beſchleunigung G:

$$(10) \quad . \quad . \quad v^2 = 2Gs + \text{Const.}$$

Hat zur Zeit $= 0$ das Bewegliche bereits einen gewiſſen Abſtand a von dem Anfangspunkte, auf welchen der Weg bezogen wird, iſt alſo für $t = 0$, $s = a$ und wie früher $v = c$, ſo folgt aus (10)

$$c^2 = 2Ga + \text{Const.}$$

Durch Subſtitution des hieraus ſich ergebenden Werthes der Konſtanten in die Gleichung (10), oder einfach durch Subtraktion der beiden Gleichungen erhält man:

$$(11) \quad . \quad . \quad v^2 = c^2 + 2G(s - a).$$

Für $a = 0$, d. h. wenn man den Weg vom Anfangspunkte der Bewegung aus zählt, übergeht letztere Formel in

$$(12) \quad . \quad . \quad v^2 = c^2 + 2Gs;$$

und wenn überdieß die Bewegung aus der Ruhelage, alſo ohne anfängliche Geſchwindigkeit, vor ſich geht, wenn daher $c = 0$ iſt, erhält man:

$$(13) \quad . \quad . \quad v^2 = 2Gs.$$

Um für den, in Folge konſtanter Beſchleunigung G zurückgelegten Weg s eine Gleichung aufzuſtellen, ſubſtituirt man in (11) für v den Werth aus (4), das iſt:

$$v = Gt + c,$$

und man erhält:

$$(Gt + c)^2 = c^2 + 2G(s - a),$$
$$G^2t^2 + 2Gct = 2G(s - a),$$
$$\tfrac{1}{2}Gt^2 + ct = s - a, \quad \text{alſo}$$
$$(14) \quad . \quad . \quad s = \tfrac{1}{2}Gt^2 + ct + a.$$

Dieſe Weggleichung für konſtante Beſchleunigung ergibt ſich übrigens auch unmittelbar durch zweimalige Integration der (5), wenn hiebei G und dt als konſtant betrachtet werden; es iſt (5)

$$\frac{d^2s}{dt^2} = G,$$
$$d\left(\frac{ds}{dt}\right) = G\,dt,$$
$$\frac{ds}{dt} = Gt + c,$$
$$ds = Gt\,dt + c\,dt,$$
$$s = \tfrac{1}{2}Gt^2 + ct + a, \quad \text{wie oben.}$$

Iſt $a = 0$, ſo iſt

$$s = \left(c + \frac{Gt}{2}\right)t,$$

oder wegen (4)

$$(15) \quad . \quad . \quad s = \left(c + \frac{v - c}{2}\right)t = \left(\frac{c + v}{2}\right)t,$$

d. h. der Weg s wird in dieſem Falle auch erhalten, wenn man die mittlere Geſchwindigkeit $\frac{c+v}{2}$ mit der Zeit t multiplizirt.

Für $c = 0$ und $a = 0$ iſt zu Folge (14) der Weg

(16) . . $s = \frac{1}{2} G t^2$.

§. 5.

Ausdruck für die Größe des Druckes einer Kraft.

Jede Kraft offenbart ſich durch einen Druck oder Zug, den ſie auf einen Körper ausübt, und in Folge deſſen letzterer mit einer gewiſſen Geſchwindigkeit ſich bewegt oder aber zu bewegen ſtrebt.

Um nun einen allgemeinen Ausdruck für die Größe oder Intenſität des von einer Kraft herrührenden Druckes zu erhalten, iſt zunächſt zu berückſichtigen, daß ein konſtant wirkender Druck für ſich allein keine gleichförmige Bewegung hervorbringen könne, ſondern daß vielmehr ein ſolcher Druck in jedem gleichen Zeittheilchen einen gleichen Zuwachs an Geſchwindigkeit bewirken, mithin eine gleichförmig beſchleunigte Bewegung produziren müſſe, bei welcher G konſtant iſt; ferner daß ein 2, 3, . . . n mal größerer konſtanter Druck eine 2, 3, . . . n mal größere Beſchleunigung demſelben Beweglichen ertheilen müſſe. Es wird alſo nicht die ſich ſtets ändernde Geſchwindigkeit, wohl aber die konſtant bleibende Beſchleunigung einen Maßſtab für verſchiedene mit einander zu vergleichende konſtante Drücke abgeben können, die man nach einander auf dasſelbe Bewegliche wirken läßt. Wir ſehen zwar bei unſeren im Beharrungszuſtande befindlichen Maſchinen, z. B. bei einer Lokomotive, die etwa 4 Meilen in einer Stunde zurücklegt, daß ein konſtanter Druck nicht eine gleichförmig beſchleunigte, ſondern gerade eine gleichförmige Geſchwindigkeit bewirke; dieß beruht jedoch auf dem einfachen Grunde, daß dem konſtanten Drucke ein vollkommen gleich großer conſtanter Widerſtand, nämlich die Summe aller zu gewältigenden Hinderniſſe, entgegenwirkt. Die Geſchwindigkeit, mit welcher ſich die Lokomotive gleichförmig fortbewegt, muß während des Anlaufes durch einen Ueberſchuß an Druck hervorgebracht werden, deſſen fernere Einwirkung man unterbricht, ſobald die verlangte Geſchwindigkeit erreicht iſt; die gleichförmige Geſchwindigkeit iſt daher bloß die Folge der Eigenſchaft träger Maſſen, ihren Bewegungszuſtand ſelbſtthätig nicht abändern zu können. So wie der vorwärts wirkende und mit

den Hinderniſſen im Gleichgewichte ſtehende Druck abnimmt, während der Widerſtand ſich gleich bleibt, oder (z. B. durch Bremſung) ſogar zunimmt, ſo tritt verzögerte Bewegung, endlich Stillſtand ein; ſo wie dagegen der Druck raſcher zunimmt als die Widerſtände, erfolgt Beſchleunigung der Bewegung, entſprechend dem Ueberſchuſſe des Druckes, ꝛc.

Da alſo die Beſchleunigung, die einem gewiſſen Körper durch einen konſtanten Druck ertheilt wird, als Maß der Intenſität oder Größe des unveränderlichen Druckes brauchbar iſt, ſo kann auch der allgemeine Ausdruck (5) für eine veränderliche Beſchleunigung, nämlich

$$G = \frac{d^2 s}{d t^2},$$

einen Maßſtab abgeben zur Beurtheilung der veränderlichen Größe eines Druckes, welcher dieſe veränderliche Beſchleunigung produzirt. Der Druck K iſt nämlich der variablen Beſchleunigung G proportional; oder es iſt:

$$(17) \quad . \quad . \quad K = a G,$$

wobei a eine Konſtante bezeichnet, ſo lange immer nur ein und dasſelbe Bewegliche dem Einfluſſe der verſchiedenen Drücke ausgeſetzt gedacht wird. Dieſe Conſtante a hat übrigens an und für ſich einen willkürlichen Werth, der aber ein für allemal ſo beſtimmt werden muß, daß die Formel $K = a G$ unter allen Umſtänden angewendet werden kann.

Die Erdſchwere, d. i. die Anziehungskraft der Erde gegen die darauf befindlichen Körper, verurſacht einen vertikalen Druck, der für nicht allzugroße Entfernungen auf und von der Oberfläche der Erde unveränderlich iſt.

Dieſer Druck führt bekanntlich den Namen Gewicht, für das man herkömmliche, übrigens ganz willkürliche Einheiten, wie das Kilogramm, das Pfund ꝛc. angenommen hat. Dieſe Gewichtseinheiten dienen nun auch dazu, die Größe eines jeden Druckes zu meſſen und anzugeben.

Hat der Körper, auf welchen der Druck K wirkt, das Gewicht k (Kilogramm oder Pfunde), und iſt g die Beſchleunigung beim freien Falle an dem Orte, wo ſich der Körper gerade befindet, alſo in unſerer geografiſchen Breite

$$g = 9{\cdot}^{m}81 \quad \text{oder} \quad 31{\cdot}03 \text{ W. Fuß},$$

ſo muß nach (17) auch

$$k = a g$$

ſein. Hieraus ergibt ſich die Konſtante a für den beſtimmten Körper

$$a = \frac{K}{g}.$$

Es folgt daher der allgemeine Ausdruck für jeden Druck, welcher auf einen Körper vom Gewichte k wirkt, aus (17)

$$(18) \quad . \quad . \quad K = \frac{k}{g} . G, \text{ oder wegen (5) und (6)}$$

$$(19) \quad . \quad . \quad K = \frac{k}{g} \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{k}{g} \cdot \frac{d^2s}{dt^2}.$$

Bei dieser Betrachtung bleibt es ganz unbenommen, die Masse M des Körpers, wie allgemein üblich, durch den Quotienten $\frac{k}{g}$ zu messen, oder wie es in neuester Zeit sehr zweckmäßig in **Redtenbacher's** bekannten Prinzipien der Mechanik empfohlen wird, durch

$$(20) \quad . \quad . \quad M = \frac{k}{2g}$$

auszudrücken. Diesemnach ergibt sich allgemein

$$(21) \quad . \quad . \quad K = 2MG.$$

Wir werden aber von dem Worte Masse gar keinen Gebrauch machen, sondern $\frac{k}{g}$ bloß als den konstanten Faktor von G behandeln, wenn es sich darum handelt, den auf einen Körper von k Kilogramm im Gewichte von was immer für einer Kraft ausgeübten Druck oder Zug wieder in Kilogrammen ausgedrückt anzugeben.

Halten sich, wie es beim Beharrungszustande der Maschinen immer der Fall ist, zwei konstante Kräfte das Gleichgewicht, nämlich der Druck

$$K = \frac{k}{g} . G$$

und der Gesammt-Widerstand W (reduzirt auf den Angriffspunkt des Druckes, z. B. auf die Dampfkolben-Fläche), welcher in gleicher aber entgegengesetzter Richtung wirkt, so daß gesetzt werden muß

$$W = - \frac{k}{g} G,$$

so ist in jedem Augenblicke die Summe der Beschleunigungen, mithin die die Bewegung verändernde Gesammt-Beschleunigung

$$\frac{d^2s}{dt^2} = G - G = 0, \quad \text{also}$$

$$d\left(\frac{ds}{dt}\right) = 0,$$

$$\frac{ds}{dt} = \text{Const} = c,$$

$$s = ct + a,$$

mithin die Bewegung eine gleichförmige (1).

Aus dem bisher Gesagten ist Folgendes von selbst einleuchtend:

1. Bei der gleichförmigen Bewegung ist der elementare Weg $ds = cdt$ bloß Folge der Trägheit, und der die Geschwindigkeit verändernde Druck (19) $K = \frac{k}{g} \cdot \frac{d^2s}{dt^2}$ ist gleich Null.

2. Eben so wird bei ungleichförmiger Bewegung der elementare Weg $ds = vdt$ nicht unmittelbar durch den Druck $K = \frac{k}{g} \cdot \frac{d^2s}{dt^2}$ bewirkt, sondern vielmehr gleichfalls bloß durch die Trägheit, in Folge welcher die Geschwindigkeit v am Ende der Zeit t konstant beibehalten würde, wenn man die Einwirkung der Kraft auf den Körper plötzlich unterbricht. Nur die Veränderung der Geschwindigkeit v um dv fällt direkte auf Rechnung des Druckes

$$K = \frac{k}{g} \cdot \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{k}{g} \cdot \frac{dv}{dt}.$$

§. 6.

Wirkungsgröße. Effekt. Lebendige Kraft.

Um endlich den Ausdruck für die Wirkung, Arbeit oder Leistung einer Kraft zu erhalten, gehen wir von einer konstanten Kraft aus, welche einen sich gleichbleibenden Druck ausübt, und zwar von der alleranschaulichsten, nämlich von der Schwerkraft, deren Druck = dem Gewichte k ist.

Wenn das Gewicht k bloß auf eine unverrückbare Unterlage drückt, so hat man das Beispiel einer zwar vorhandenen Kraft, die aber keine Bewegung hervorbringt, also wirkungslos bleibt; ihre Arbeit ist = Null.

Fällt aber das Gewicht k durch eine Höhe h, so hat die Schwerkraft eine Arbeit W verrichtet, welche sowohl mit dem Gewichte k als auch mit der Fallhöhe h im geraden Verhältnisse stehen muß; man hat also:

$$W = \alpha k h.$$

Da die Zeit t auf die Größe der Wirkung einer Kraft keinen Einfluß nimmt, indem es gleichgiltig ist, in welcher Zeit eine Wirkung hervorgebracht wurde, so lange es sich bloß um die Wirkung allein handelt, so muß α ein von t unabhängiger, also konstanter Faktor sein. Man ist übereingekommen, diejenige Wirkungsgröße zur Einheit anzunehmen, welche eine Gewichtseinheit während ihres Fallens durch eine Längeneinheit entwickelt, wo dann $\alpha = 1$ werden muß, und benennt

die Arbeitseinheit mit dem zuſammengeſetzten Namen: Kilogramm-Meter oder Fuß-Pfund ꝛc. ꝛc.

Hierbei bleibt es gänzlich gleichgiltig, in welcher Weiſe die Höhe h zurückgelegt wurde. War nämlich das Gewicht am oberſten Punkte in Ruhe, und ſtand dem Falle durchaus kein Hinderniß im Wege, ſo wird der Weg h mit gleichförmig beſchleunigter Geſchwindigkeit zurückgelegt, und zwar in einer Zeit, welche aus der aus (16) ſich ergebenden Formel:

$$h = \tfrac{1}{2} g t^2$$

ſich berechnen läßt.

Wird der Körper beim Herabfallen genöthigt, einen ſich gleichbleibenden Widerſtand zu überwinden, z. B. einen leichten Körper in die Höhe zu ziehen, ſo wird er ſich gleichförmig beſchleunigt nach abwärts bewegen, aber in einer längeren Zeit als beim freien Fall.

Hätte das Gewicht im oberſten Punkte bereits eine vertikal nach abwärts gerichtete Geſchwindigkeit c, ſo iſt die Bewegung gleichfalls eine gleichförmig beſchleunigte, wofür mit Rückſicht auf (14) die Fallzeit t aus der Formel

$$h = ct + \tfrac{1}{2} g t^2$$

gefunden werden kann; man erhält hier t natürlich kleiner als früher. Beſaß der Körper im oberſten Punkte die vertikal abwärts gerichtete Geſchwindigkeit c, fand aber während des ganzen Falles ein gleichförmiges Hinderniß, z. B. der Widerſtand eines durch das Gewicht in Bewegung geſetzten Körpers (z. B. des Uhrwerks bei Gewichts-Uhren) Statt, welches in jedem Momente die Beſchleunigung g des freien Falles völlig und gerade aufzehrt; ſo wird die Höhe h mit gleichförmiger Geſchwindigkeit c zurückgelegt in einer Zeit

$$t = \frac{h}{c}.$$

Iſt endlich der Widerſtand, alſo auch die ihm entſprechende Beſchleunigung G variabel, ſo bleibt nach abwärts eine Beſchleunigung

$$g - G = \frac{d^2 s}{d t^2}$$

zurück, deren Doppelintegral, innerhalb der Grenzen 0 und t genommen, dieſelbe Höhe $s = h$ geben muß.

In allen dieſen Fällen, ſo verſchieden auch t, nämlich die Zeit, in der die Wirkung ausgeübt wird, ſein mag, bleibt aber die Wirkungsgröße der Schwerkraft doch immer unveränderlich $= kh$. Ob alſo ein Pfund Blei von einem Thurme ſchnell herabfällt, oder ein Pfund Federn nach ſtundenlangem Spiel in der Luft endlich am Boden an-

langt, die geäußerte Totalwirkung der Schwerkraft bleibt dieſelbe, weil man auch dieſelbe Arbeit nöthig hat, um das Pfund Blei oder das Pfund Federn wieder auf den Thurm hinaufzubringen.

Der Begriff der Wirkung oder Arbeit iſt alſo gänzlich unabhängig von der Zeit, in der ſie bewirkt wurde; man betrachtet nur das Gewordene wie ein fertiges Gebäude, und ſchätzt daran die Arbeit, ohne Rückſicht auf die Zeit, in der ſie vollbracht wurde.

Auf gleiche Art muß die Arbeit irgend einer andern konſtanten Kraft K durch das Produkt

$$(22) \quad . \; . \quad W = Ks$$

dargeſtellt werden, wenn während ihrer Einwirkung das Bewegliche den Weg s beſchreibt, gleichgiltig, wie und in welcher Zeit derſelbe zurückgelegt wird.

Bei Maſchinen, wo im Beharrungszuſtande der Druck der bewegenden Kraft K konſtant und dem Widerſtande $-K$ ſtets gleich iſt, wo alſo dem Obigen zufolge eine gleichförmige Bewegung Statt findet, entſpricht einem jeden Wegzuwachſe Δs ein immer im gleichen Verhältniſſe ſtehender Zeitzuwachs Δt; iſt daher für $t = 0$ auch $s = 0$, ſo hat man nach (1)

$$s = ct,$$

wo c die Geſchwindigkeit des Beweglichen bezeichnet.

Es iſt daher in dieſem Falle auch

$$(23) \quad . \; . \quad W = Kct;$$

die Wirkung der bewegenden Kraft K iſt alſo bei gleichförmig ſich bewegenden Maſchinen auch der Zeit t proportional, und da der Faktor Kc offenbar die konſtante Größe der Wirkung binnen jeder Zeiteinheit darſtellt, ſo pflegt man ihn als einen beſonderen Fall der Wirkung insbeſondere durch das Wort Effekt zu bezeichnen, allenfalls mit Hinzuſetzung der gewählten Zeiteinheit, die aber in der Regel die Sekunde iſt. Alſo hat man den Effekt:

$$(24) \quad . \; . \quad E = Kc \quad \text{und}$$
$$W = Et,$$

giltig für Maſchinen im Beharrungszuſtande.

Da der Effekt oftmals ſehr groß iſt, ſo wurde die Wirkung eines ſtarken Pferdes, die bei gleichmäßiger Anſtrengung durch 8 Stunden Arbeitszeit pr. Sekunde 75 Kilogramm-Meter = 424 Wiener Fuß-Pfunde beträgt, ein für allemal als eine größere Effekts-Einheit, Pferdekraft genannt, feſtgeſetzt; man erhält daher den Effekt in Pferde-

kräften, falls K in Kilogrammen und c in Metern zu verſtehen iſt, aus

$$(25) \quad . \quad . \quad E = \frac{Kc}{75} = \frac{4}{300} Kc \text{ Pferdekräfte,}$$

oder für K in Wiener Pfunden und c in Wiener Fußen

$$(26) \quad . \quad . \quad E = \frac{Kc}{424} \text{ Pferdekräfte.}$$

Der Effektsbegriff exiſtirt alſo nur ſo lange, als man es mit einer konſtanten Kraft zu thun hat, der während ihrer Wirkung ein eben ſo großer konſtanter Widerſtand entgegen wirkt, und nur für den Beharrungszuſtand einer Maſchine.

Das Produkt Kc iſt wohl zu unterſcheiden von dem leider in den meiſten Lehrbüchern (außer Redtenbacher's Prinzipien) vorkommenden analogen Ausdrucke für die ſogenannte gar nicht exiſtirende Momentankraft.

Wir ſind durchaus nicht genöthigt, eine momentan wirkende Kraft anzunehmen; denn ſelbſt der Stoß, der eine faſt momentane Geſchwindigkeitsänderung hervorbringt, unterliegt ganz dem Geſetze (19) oder (21) für veränderliche Kräfte, wie dieß bei der Theorie des Stoßes in den mehrgenannten „Prinzipien“ mit großer Klarheit und Einfachheit entwickelt iſt. Der Stoß findet ſeine erſte Urſache immer in einer konſtanten oder veränderlichen, keineswegs aber in einer momentanen Kraft.

Iſt nämlich k das Gewicht einer ruhenden Maſſe, und wirkt auf dieſelbe während des ungehindert zurückgelegten Weges s eine konſtante Kraft K mit der Beſchleunigung G, ſo iſt nach (22) die Wirkungsgröße dieſer Kraft

$$W = Ks.$$

Zufolge (18) kann man aber ſetzen:

$$K = \frac{k}{g} G,$$

und zufolge (16)

$$s = \tfrac{1}{2} G t^2,$$

man erhält daher auch

$$W = Ks = \frac{k}{2g} G^2 t^2.$$

Nach (9) bezeichnet Gt die Geſchwindigkeit v, welche das Bewegliche in Folge der gleichförmig beſchleunigten Bewegung am Ende der Zeit t und des Weges s von der Ruhelage aus erlangt haben muß, alſo iſt

$$Gt = v, \text{ daher auch}$$

$$(27) \quad . \quad . \quad W = \frac{k}{2g} . v^2.$$

Hört ſodann am Ende des Weges s die Kraft K gänzlich auf zu wirken, ſo bewegt ſich das Gewicht k mit der Geſchwindigkeit v gleichförmig fort, ſo lange bis es irgend einen Widerſtand findet, an den es ſeine aufgenommene Arbeit abgeben kann, und es wird nicht eher zur Ruhe kommen, bis die ganze darin angeſammelte Arbeit

$$\frac{k}{2g} \cdot v^2$$

wieder vollſtändig abgegeben iſt, ſei es durch Ueberwindung von Reibungen, Stoß, Zuſammendrückung, Trennung oder Verſchiebung von Körpertheilchen u. ſ. w., oder durch Verrichtung einer gewünſchten nützlichen Arbeit. Erfolgt nun ein Stoß, ſo theilen ſich der geſtoßene und ſtoßende Körper in die Arbeitsmenge, die der ſtoßende Körper früher von einer konſtanten Kraft empfing, und es geht hierbei gar nichts an der Arbeit verloren, vorausgeſetzt, daß entweder die ſtoßenden Körper abſolut hart und unzuſammendrückbar ſind, oder daß ſie zwar zuſammendrückbar, aber vollſtändig elaſtiſch ſind; und nur wenn ſie ſich zuſammendrücken laſſen, ohne ſich wieder auszudehnen, kann natürlich die auf Zuſammendrückung verwendete Arbeit nicht mehr in den bewegten Maſſen nach dem Stoße vorhanden ſein, weil ſie eben Behufs der Formänderung aufgezehrt wurde.

Nehmen wir mit Redtenbacher den Faktor $\frac{k}{2g}$ in (27) nach (20) als Ausdruck für die Maſſe M eines Körpers vom Gewichte k an, ſo iſt die in einer ſich mit der Geſchwindigkeit v frei bewegenden Maſſe $M = \frac{k}{2g}$ angeſammelte Arbeit nach (27)

$$(28) \quad . \quad W = M \cdot v^2.$$

Man nennt dieſes Produkt Mv^2 auch lebendige Kraft, in ſo fern es nicht einen bloßen Zug oder Druck K, gleichſam eine todte Kraft, ſondern bereits die in der trägen Maſſe angeſammelte Wirkung einer zuvor ungehindert thätig geweſenen Kraft bedeutet, und zum Unterſchiede von jener Wirkung einer Kraft, welche während des von der Maſſe M zurückgelegten Weges entweder ganz oder zum Theile durch die Widerſtände aufgezehrt wurde.

Da ferner nach (13) beim freien Fall aus der Ruhelage durch die Höhe h

$$v^2 = 2gh, \quad \text{alſo}$$

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

iſt, ſo repräſentirt in (27) der Faktor $\frac{v^2}{2g}$ diejenige Höhe h, durch

welche das Gewicht k fallen müßte, um die Geſchwindigkeit v zu erlangen, alſo iſt auch

$$(29) \quad . \quad W = k\frac{v^2}{2g} = kh$$

vollkommen gleichbedeutend mit Mv^2 (28).

Mit Hinblick auf das zu (22) Geſagte, zeigt uns alſo bei einem in Bewegung befindlichen Körper von der Maſſe M das Produkt $Mv^2 = kh$ ſtets nur die Arbeit, die auf ihn verwendet wurde, nicht aber die Zeit, in der dieß geſchah.

Iſt endlich der Druck K einer Kraft nicht konſtant, ſondern in jedem Augenblicke veränderlich, ſo kann weder (22) noch die daraus folgende Differenzgleichung

$$\Delta W = K\Delta s$$

richtig ſein, eben weil auch ΔW entweder $>$ oder $<K\Delta s$ ſein muß, je nachdem K im Zu- oder Abnehmen begriffen iſt. Jedoch wird wieder $\frac{\Delta W}{\Delta s}$ um ſo näher $= K$ werden, je kleiner Δs iſt, und es wird dieſer Quotient für $\Delta s = 0$ ganz mit K zuſammenfallen, alſo hat man für den variablen Druck K einer veränderlichen Kraft

$$(30) \quad . \quad \begin{cases} \frac{dW}{ds} = K, \\ W = \int K ds, \end{cases}$$

oder es iſt nach einer andern Anſchauungsweiſe die Geſammtwirkung W gleich der Summe aus den unendlich vielen elementaren Wirkungen, wovon eine jede erhalten wird, wenn man die momentan Statt-findende Intenſität des veränderlichen Druckes mit dem unendlich kleinen elementaren Wege multiplizirt, während welchen ſie als unveränderlich betrachtet werden kann.

§. 7.

Geſchwindigkeits-Gleichungen für mehrere nach derſelben oder nach entgegengeſetzter Richtung gleichzeitig wirkende Kräfte.

Bisher wurde vorausgeſetzt, daß auf das Bewegliche bloß eine einzige Kraft wirkſam ſei; wir wollen nun annehmen, daß mehrere Kräfte $K_1\ K_2\ K_3 \ldots$ auf das Bewegliche einwirken, und dabei von dem einfachen Falle ausgehen, daß dieſe Kräfte entweder alle nach derſelben oder aber zum Theile nach der entgegengeſetzten Richtung den materiellen Punkt zu bewegen ſtreben. Die Unterſuchung ſoll ſich auf die Feſtſtellung der Gleichungen für die Ge-

ſchwindigkeit V beziehen, welche der körperliche Punkt das einemal nach Verlauf einer gewiſſen Zeit t, und das anderemal nach Zurücklegung eines gewiſſen Raumes S annimmt, er mag urſprünglich eine gewiſſe Geſchwindigkeit c beſitzen oder nicht.

Bei dieſer Unterſuchung wollen wir zuerſt die beiden Geſchwindigkeits-Gleichungen für konſtante Kräfte ermitteln.

Für dieſe iſt allgemein die in der Zeit t zuwachſende Geſchwindigkeit nach (4):

$$v = Gt,$$

wenn G die Beſchleunigung oder die Geſchwindigkeitszunahme nach jeder Sekunde bezeichnet.

Aus dieſer Gleichung folgt:

$$G = \frac{v}{t}.$$

Denken wir uns jede der einzelnen Kräfte $K_1\ K_2\ K_3\ \ldots$ für ſich allein während derſelben Zeit t auf das Bewegliche wirkend, ſetzen wir ferner die dieſen Kräften entſprechenden Beſchleunigungen $= g_1\ g_2\ g_3\ \ldots$, und die nach der Zeit t hervorgebrachten Geſchwindigkeiten $= v_1\ v_2\ v_3\ \ldots$, ſo iſt für jede der einzelnen Kräfte

$$g_1 = \frac{v_1}{t},$$

$$g_2 = \frac{v_2}{t},$$

$$g_3 = \frac{v_3}{t},$$

. . . .

Für die durch alle Kräfte zuſammengenommen nach derſelben Zeit t hervorgebrachte Beſchleunigung G hat man ſodann die Gleichung:

$$G = g_1 + g_2 + g_3 + \ldots = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + \ldots}{t},$$

und hieraus

$$Gt = v_1 + v_2 + v_3 + \ldots$$

Hätte das Bewegliche beim Beginne der Zeit t bereits die Geſchwindigkeit c, ſo iſt

$$V - c = Gt, \text{ alſo}$$

$$V - c = v_1 + v_2 + v_3 + \ldots \text{ oder}$$

(31) . . $$V = v_1 + v_2 + v_3 + \ldots + c.$$

Die Geſchwindigkeit V, welche der Körper nach der Zeit t annimmt, iſt alſo gleich der Summe der Geſchwindigkeiten $v_1\ v_2\ v_3\ \ldots$ welche der Körper in derſelben Zeit unter dem Einfluſſe der einzelnen Kräfte annehmen würde, mehr der anfänglichen Geſchwindigkeit c.

Um die Gleichung für die Geſchwindigkeit V, welche der Körper nach Durchlaufung eines gewiſſen Weges annehmen würde, zu ermitteln, benützen wir die für konſtante Kräfte, d. i. für die gleichförmig veränderte Bewegung, gefundene Gleichung (13)

$$V^2 = 2GS,$$

welche für den Fall entwickelt wurde, wo der Weg vom Anfangspunkte der Bewegung aus gemeſſen wird, und wo die Bewegung aus der Ruhelage, alſo ohne anfängliche Geſchwindigkeit beginnt. Aus dieſer Formel folgt allgemein:

$$G = \frac{V^2}{2S}.$$

Läßt man nun wieder nach einander die Kräfte $K_1\ K_2\ K_3 \ldots$ einzeln durch denſelben Weg S auf den materiellen Punkt wirken, wodurch dieſer nach einander die Geſchwindigkeiten $v_1\ v_2\ v_3 \ldots$ annehmen ſoll, was, wie ſich von ſelbſt verſteht, in verſchiedenen Zeiträumen erfolgt, ſo erhält man für die Beſchleunigungen dieſer Kräfte:

$$g_1 = \frac{v_1^2}{2S},$$

$$g_2 = \frac{v_2^2}{2S},$$

$$g_3 = \frac{v_3^2}{2S}.$$

Befinden ſich jedoch unter den Kräften $K_1\ K_2\ K_3 \ldots$ ſolche, welche für ſich allein aus der Ruhelage den Weg S zwar nach derſelben Geraden, aber in entgegengeſetzter Richtung im Vergleich mit der (poſitiv gewählten) Anfangsgeſchwindigkeit c produziren würden, ſo iſt für dieſe zu ſetzen:

$$g = \frac{v^2}{-2S} = -\frac{v^2}{2S}.$$

Man erhält daher für die unter der Einwirkung aller Kräfte nach Zurücklegung eines beſtimmten Weges S hervorgebrachte Beſchleunigung

$$G = g_1 + g_2 + g_3 + \ldots = \frac{\pm v_1^2 \pm v_2^2 \pm v_3^2 \pm \cdots}{2S},$$

daher

$$2GS = \pm v_1^2 \pm v_2^2 \pm v_3^2 \pm \ldots$$

Es iſt aber vermöge (12)

$$V^2 = c^2 + 2GS,$$

daher auch

(32) . . $$V^2 = \pm v_1^2 \pm v_2^2 \pm v_3^2 \pm \ldots + c^2.$$

Die reſultirende Geſchwindigkeit V iſt daher gleich der Quadratwurzel aus der Summe der (beziehungsweiſe poſitiv oder negativ genommenen) Quadrate derjenigen Geſchwindigkeiten, welche der Körper bloß unter der Einwirkung der einzelnen Kräfte K_1 K_2 K_3 ... nach Zurücklegung desſelben Weges S annehmen würde mehr dem Quadrate der Anfangsgeſchwindigkeit.

Ganz dieſelben Geſchwindigkeits-Gleichungen erhält man für veränderlich wirkende Kräfte K_1 K_2 K_3 ...; für dieſe hat man für dasſelbe Zeitelement dt vermöge (6)

$$g_1 = \frac{dv_1}{dt},$$

$$g_2 = \frac{dv_2}{dt},$$

$$g_3 = \frac{dv_3}{dt}.$$

Hieraus folgt:

$$G = g_1 + g_2 + g_3 + \ldots = \frac{dv_1 + dv_2 + dv_3 + \ldots}{dt}$$

oder

$$Gdt = dv_1 + dv_2 + dv_3 + \ldots$$

Da nun $Gdt = dV$ iſt, ſo hat man auch

$$dV = dv_1 + dv_2 + dv_3 + \ldots,$$

oder, wenn man integrirt:

$$V = v_1 + v_2 + v_3 + \ldots + C.$$

Iſt für

$$v_1 = v_2 = v_3 = \ldots = 0$$

$$V = c, \text{ ſo folgt}$$

$$C = c,$$

daher

(33) . . $V = v_1 + v_2 + v_3 + \ldots + c,$

ganz übereinſtimmend mit der erſten für dieſelbe Zeitdauer entwickelten Geſchwindigkeits-Gleichung (31).

Aus der Gleichung (8), d. i. aus

(34) . . $V^2 = 2\int G dS$

folgt, wenn man beiderſeits differenzirt:

(35) . . $d(V^2) = 2GdS,$

und hieraus allgemein

$$G = \frac{d(V^2)}{2dS}.$$

Denſelben Ausdruck erhält man aus der Grundgleichung (6)

$$G = \frac{dV}{dt} = \frac{VdV}{Vdt} = \frac{VdV}{dS} = \frac{d(V^2)}{2dS},$$

wobei aber ſtets der abſolute Werth von G zu verſtehen iſt. Unterſcheidet man längs derſelben Geraden wieder poſitiv und negativ wirkende Kräfte, ſo erhält man für jede einzeln:

$$g_1 = \pm \frac{d(v_1^2)}{2dS},$$

$$g_2 = \pm \frac{d(v_2^2)}{2dS},$$

$$g_3 = \pm \frac{d(v_3^2)}{2dS},$$

alſo

$$G = g_1 + g_2 + g_3 + \ldots = \frac{\pm d(v_1^2) \pm d(v_2^2) \pm d(v_3^2)}{2dS},$$

$$2GdS = \pm d(v_1^2) \pm d(v_2^2) \pm d(v_3^2) \pm \ldots,$$

oder mit Rückſicht auf (35)

$$d(V^2) = \pm d(v_1^2) \pm d(v_2^2) \pm d(v_3^2) \pm \ldots,$$

und wenn man integrirt:

$$V^2 = \pm v_1^2 \pm v_2^2 \pm v_3^2 \pm \ldots + C.$$

Iſt für $v_1 = v_2 = v_3 = \ldots = 0$

$V = c$, ſo folgt

$C = c^2$, daher

(36) . . . $V^2 = \pm v_1^2 \pm v_2^2 \pm v_3^2 \pm \ldots + c^2$,

genau dieſelbe Gleichung wie die oben (32) für konſtante Kräfte gefundene, wenn ſolche durch einen und denſelben Weg S wirkend angenommen werden. Dividirt man alle Glieder der letzten Gleichung durch $2g$, ſo bezeichnen

(37) . . $\frac{V^2}{2g}$, $\frac{v_1^2}{2g}$, $\frac{v_2^2}{2g}$. . . . . $\frac{c^2}{2g}$

die den Geſchwindigkeiten V, v_1, v_2, . . . c entſprechenden Fallhöhen. Man kann daher auch ſagen: Wenn auf einen Körper mehrere Kräfte nach derſelben Richtung wirken, ſo iſt die nach Zurücklegung des Weges S erlangte Geſchwindigkeitshöhe H gleich der algebraiſchen Summe derjenigen Geſchwindigkeitshöhen, welche demſelben Wege S unter alleiniger Wirkung einer jeden einzelnen Kraft beſonders entſprechen, mehr der der Anfangsgeſchwindigkeit zukommenden Höhe.

Beiſpielsweiſe hat man für einen mit der Umfangsgeſchwindigkeit c vertikal aufwärts geworfenen Körper $g_1 = -g$, alſo die Geſchwindigkeit nach der Zeit t . . . $V = c + v_1 = c - gt$, und die Geſchwindigkeit nach dem Wege s . . . $V_1^2 = c^2 - v_1^2 = c^2 - 2gs$.

Beide Geſchwindigkeiten V werden übereinſtimmen, wenn s der zu t gehörige wirkliche Weg iſt, d. i. wenn nach (14) $s = ct - \frac{1}{2}gt^2$ iſt; und wirklich folgt hiemit

$$V_1^2 = c^2 - 2gct + g^2t^2 = (c - gt)^2 \text{ oder}$$
$$V_1 = c - gt = V.$$

§. 8.

Differentialgleichung für die Koordinaten des Weges, welchen das Bewegliche unter dem Einfluſſe mehrerer gleichzeitig darauf nach verſchiedenen Richtungen wirkenden Kräfte beſchreibt. (D'Alembert'ſches Prinzip.)

Wirken auf einen Körper vom Gewichte k in demſelben Angriffspunkte M (Fig. 1.) mehrere variable Kräfte $P_1\ P_2\ P_3 \ldots$ nach verſchiedenen Richtungen im Raume, ſo bezieht man ſie in der Regel auf ein orthogonales Koordinatenſyſtem, zu deſſen drei Achſen man ſich durch den Angriffspunkt M parallele Linien Mx, My, Mz gezogen denkt.

Bezeichnet man die im Allgemeinen von dem Orte des in Bewegung befindlichen Angriffspunktes M abhängig veränderlichen Winkel, welche die Richtungen der verſchiedenen Kräfte $P_1\ P_2\ P_3$ ꝛc. gegen die poſitive Richtung der drei Koordinatenachſen bilden, mit $\alpha_1\ \beta_1\ \gamma_1$; $\alpha_2\ \beta_2\ \gamma_2$; $\alpha_3\ \beta_3\ \gamma_3 \ldots$; ſo läßt ſich mit Hilfe derſelben jede Kraft, z. B. P_1, in drei auf einander ſenkrechte Komponenten

$$P_1 \cos\alpha_1,\quad P_1 \cos\beta_1,\quad P_1 \cos\gamma_1$$

zerlegen, deren Größe in der Figur durch MA, MB, MC repräſentirt iſt.

Man erhält alſo nach der Richtung der poſitiven x mehrere Kräfte, deren algebraiſche Summe

$$P_1 \cos\alpha_1 + P_2 \cos\alpha_2 + P_3 \cos\alpha_3 + \ldots = X$$

als eine einzige nach dieſer Richtung wirkende Kraft angeſehen werden darf; eben ſo erhält man nach der Richtung der poſitiven y die einzige Kraft

$$P_1 \cos\beta_1 + P_2 \cos\beta_2 + \ldots = Y,$$

und nach der Richtung der poſitiven z

$$P_1 \cos\gamma_1 + P_2 \cos\gamma_2 + \ldots = Z.$$

Wenn demnach das Geſetz der variablen Kräfte P der Intenſität und der Richtung nach bekannt iſt, das Bewegungsgeſetz des Punktes M aber geſucht werden ſoll, ſo kann man immer alle Kräfte $P_1\ P_2 \ldots$ bloß durch die drei Komponenten X, Y, Z ſich erſetzt denken, welche dem Punkte M genau dieſelbe Bewegung ertheilen werden, wie alle Kräfte $P_1\ P_2\ P_3 \ldots$ zuſammen, oder wie die variable Reſultirende aller

Kräfte selbst. Daß man nicht alle Kräfte in eine Resultirende zusammensetzt, und dann erst diese auf die drei Koordinatenachsen projizirt, hat seinen Grund darin, daß man in der Regel für jede der einzelnen Kräfte P ein sehr einfaches Gesetz kennt, nach welchem sich die Winkel α, β, γ verändern, während man dieses Gesetz für die Resultirende noch nicht kennt.

Wir stellen uns nun unter X, Y, Z die aus der Natur der Aufgabe mittelst der hier angegebenen Methode abgeleiteten analitischen Ausdrücke für die drei orthogonalen Komponenten vor, welche bewirken, daß der bewegliche Punkt M sich genau eben so bewegt, wie unter dem Einflusse der Kräfte $P_1\ P_2\ P_3\ \ldots$ selbst. Sind daher nach der Zeit t die zu suchenden Koordinaten des Punktes M: x, y, z, nach der Zeit $t + dt$ aber $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$, so ist klar, daß die Bewegung dx, oder richtiger gesprochen, die Geschwindigkeit $\frac{dx}{dt}$ unmöglich durch die auf die Richtung von dx senkrechten Kräfte Y und Z, sondern einzig und allein unter dem Einflusse der Kraft X bewirkt worden sei und verändert werden kann, und eben so, daß M bloß in Folge der Einwirkung der Kraft Y in der Zeit dt den Weg dy, und bloß wegen der Kraft Z in derselben Zeit dt den Weg dz zurückgelegt hat.

Für den Druck variabler Kräfte, unter deren Einfluß in der Zeit dt die Wege dx, dy, dz zurückgelegt werden, gelten aber nach (19) die analitischen Ausdrücke:

$$\frac{k}{g}\cdot\frac{d^2x}{dt^2};\quad \frac{k}{g}\cdot\frac{d^2y}{dt^2};\quad \frac{k}{g}\cdot\frac{d^2z}{dt^2};$$

unter $\frac{d^2x}{dt^2}$ 2c. die zweiten Differential-Quotienten jener zu suchenden Funktion von t verstanden, durch welche die Koordinaten x, y, z ausgedrückt werden; also muß man setzen

$$(38)\quad \begin{cases} \frac{k}{g}\cdot\frac{d^2x}{dt^2} = X, \\ \frac{k}{g}\cdot\frac{d^2y}{dt^2} = Y, \\ \frac{k}{g}\cdot\frac{d^2z}{dt^2} = Z. \end{cases}$$

In diesen Gleichungen sind X, Y, Z bekannte, aus der Natur der Aufgabe abgeleitete, im Allgemeinen x y z und t enthaltende Funktionen.

Kann dieses System von Differentialgleichungen, das unter dem Namen des d'Alembert'schen Prinzipes bekannt ist, wirklich voll-

ſtändig integrirt werden, ſo erhält man, was man ſuchte, nämlich x, y, z als Funktionen der unabhängigen t, und die drei Integralgleichungen müſſen, da ſie aus drei Differentialgleichungen, jede von der zweiten Ordnung, entſprungen ſind, zuſammengenommen $2.3 = 6$ völlig willkürliche, von einander unabhängige Konſtanten enthalten.

Dieſe ſechs Konſtanten werden beſtimmt durch ſechs bisher noch nicht in die Rechnung eingeführte Bedingungen, nämlich daß für $t = 0$, x, y, z die beſtimmten Werthe x_0, y_0, z_0 der Koordinaten des Anfangspunktes annehmen, was folgende drei Gleichungen gibt:

$$(39) \quad \left.\begin{matrix} x \\ t=0 \end{matrix}\right\} = x_0; \quad \left.\begin{matrix} y \\ t=0 \end{matrix}\right\} = y_0; \quad \left.\begin{matrix} z \\ t=0 \end{matrix}\right\} = z_0;$$

ferner daß in dieſem Anfangspunkte ſchon eine gewiſſe Geſchwindigkeit c mit einer beſtimmten Richtung Statt finde, deren Winkel mit den Koordinatenachſen α_0 β_0 γ_0 heißen mögen, was wieder folgende drei Gleichungen gibt:

$$(40) \quad \begin{cases} \left.\begin{matrix} dx \\ dt \end{matrix}\right\}_{t=0} = c \cos \alpha_0, \\ \left.\begin{matrix} dy \\ dt \end{matrix}\right\}_{t=0} = c \cos \beta_0, \\ \left.\begin{matrix} dz \\ dt \end{matrix}\right\}_{t=0} = c \cos \gamma_0. \end{cases}$$

Endlich kommt noch hinzu behufs der Elimination des ſiebenten Stückes γ_0 die bekannte, und auch aus obiger Figur leicht zu entnehmende Bedingungsgleichung für die drei Winkel jedweder beliebigen Richtung

$$(41) \quad \overline{\cos \alpha_0}^2 + \overline{\cos \beta_0}^2 + \overline{\cos \gamma_0}^2 = 1 \text{ *).}$$

Durch Auflöſung dieſer Gleichungen (39) und (40) nach den ſechs willkürlichen Konſtanten und Subſtitution der für ſie gefundenen Werthe in die allgemeinen Integralgleichungen gelten ſodann dieſe ganz allgemein ſowohl für den Anfangs- als jeden ſpäteren Punkt, und liefern nicht ſowohl den durch die Kräfte P_1 P_2 P_3 . . . produzirten

*) Letztere Gleichung ergibt ſich aus der Betrachtung, daß $\overline{\cos \alpha}^2 + \overline{\cos \beta}^2$ gleich iſt dem Quadrate der Projektion des nach der Richtung der Bewegung aufgetragenen Halbmeſſers $= 1$ auf die Ebene xy, und daß letzteres Quadrat auch gleich iſt $1 - \overline{\cos \gamma}^2$.

Es iſt alſo:

$$\overline{\cos \alpha}^2 + \overline{\cos \beta}^2 = 1^2 - \overline{\cos \gamma}^2 \text{ oder}$$
$$\overline{\cos \alpha}^2 + \overline{\cos \beta}^2 + \overline{\cos \gamma}^2 = 1.$$

Kräfte selbst. Daß man nicht alle Kräfte in eine Resultirende zusammensetzt, und dann erst diese auf die drei Koordinatenachsen projizirt, hat seinen Grund darin, daß man in der Regel für jede der einzelnen Kräfte P ein sehr einfaches Gesetz kennt, nach welchem sich die Winkel α, β, γ verändern, während man dieses Gesetz für die Resultirende noch nicht kennt.

Wir stellen uns nun unter X, Y, Z die aus der Natur der Aufgabe mittelst der hier angegebenen Methode abgeleiteten analitischen Ausdrücke für die drei orthogonalen Komponenten vor, welche bewirken, daß der bewegliche Punkt M sich genau eben so bewegt, wie unter dem Einflusse der Kräfte P_1 P_2 P_3 ... selbst. Sind daher nach der Zeit t die zu suchenden Koordinaten des Punktes M: x, y, z, nach der Zeit $t + dt$ aber $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$, so ist klar, daß die Bewegung dx, oder richtiger gesprochen, die Geschwindigkeit $\frac{dx}{dt}$ unmöglich durch die auf die Richtung von dx senkrechten Kräfte Y und Z, sondern einzig und allein unter dem Einflusse der Kraft X bewirkt worden sei und verändert werden kann, und eben so, daß M bloß in Folge der Einwirkung der Kraft Y in der Zeit dt den Weg dy, und bloß wegen der Kraft Z in derselben Zeit dt den Weg dz zurückgelegt hat.

Für den Druck variabler Kräfte, unter deren Einfluß in der Zeit dt die Wege dx, dy, dz zurückgelegt werden, gelten aber nach (19) die analitischen Ausdrücke:

$$\frac{k}{g} \cdot \frac{d^2x}{dt^2}; \quad \frac{k}{g} \cdot \frac{d^2y}{dt^2}; \quad \frac{k}{g} \cdot \frac{d^2z}{dt^2};$$

unter $\frac{d^2x}{dt^2}$ ꝛc. die zweiten Differential-Quotienten jener zu suchenden Funktion von t verstanden, durch welche die Koordinaten x, y, z ausgedrückt werden; also muß man setzen

$$(38) \quad \begin{cases} \frac{k}{g} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = X, \\ \frac{k}{g} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = Y, \\ \frac{k}{g} \cdot \frac{d^2z}{dt^2} = Z. \end{cases}$$

In diesen Gleichungen sind X, Y, Z bekannte, aus der Natur der Aufgabe abgeleitete, im Allgemeinen x y z und t enthaltende Funktionen.

Kann dieses System von Differentialgleichungen, das unter dem Namen des d'Alembert'schen Prinzipes bekannt ist, wirklich voll-

ſtändig integrirt werden, ſo erhält man, was man ſuchte, nämlich x, y, z als Funktionen der unabhängigen t, und die drei Integralgleichungen müſſen, da ſie aus drei Differentialgleichungen, jede von der zweiten Ordnung, entſprungen ſind, zuſammengenommen $2.3 = 6$ völlig willkürliche, von einander unabhäagige Konſtanten enthalten.

Dieſe ſechs Konſtanten werden beſtimmt durch ſechs bisher noch nicht in die Rechnung eingeführte Bedingungen, nämlich daß für $t = 0$, x, y, z die beſtimmten Werthe x_0, y_0, z_0 der Koordinaten des Anfangspunktes annehmen, was folgende drei Gleichungen gibt:

$$(39) \quad . \; . \quad \left.x\right\}_{t=0} = x_0; \quad \left.y\right\}_{t=0} = y_0; \quad \left.z\right\}_{t=0} = z_0;$$

ferner daß in dieſem Anfangspunkte ſchon eine gewiſſe Geſchwindigkeit c mit einer beſtimmten Richtung Statt finde, deren Winkel mit den Koordinatenachſen $\alpha_0\ \beta_0\ \gamma_0$ heißen mögen, was wieder folgende drei Gleichungen gibt:

$$(40) \quad . \; . \quad \begin{cases} \left.\frac{dx}{dt}\right\}_{t=0} = c\cos\alpha_0, \\ \left.\frac{dy}{dt}\right\}_{t=0} = c\cos\beta_0, \\ \left.\frac{dz}{dt}\right\}_{t=0} = c\cos\gamma_0. \end{cases}$$

Endlich kommt noch hinzu behufs der Elimination des ſiebenten Stückes γ_0 die bekannte, und auch aus obiger Figur leicht zu entnehmende Bedingungsgleichung für die drei Winkel jedweder beliebigen Richtung

$$(41) \quad . \; . \quad \overline{\cos\alpha_0}^2 + \overline{\cos\beta_0}^2 + \overline{\cos\gamma_0}^2 = 1 \text{ *).}$$

Durch Auflöſung dieſer Gleichungen (39) und (40) nach den ſechs willkürlichen Konſtanten und Subſtitution der für ſie gefundenen Werthe in die allgemeinen Integralgleichungen gelten ſodann dieſe ganz allgemein ſowohl für den Anfangs- als jeden ſpäteren Punkt, und liefern nicht ſowohl den durch die Kräfte $P_1\ P_2\ P_3 \ldots$ produzirten

---

*) Letztere Gleichung ergibt ſich aus der Betrachtung, daß $\overline{\cos\alpha}^2 + \overline{\cos\beta}^2$ gleich iſt dem Quadrate der Projektion des nach der Richtung der Bewegung aufgetragenen Halbmeſſers $= 1$ auf die Ebene xy, und daß letzteres Quadrat auch gleich iſt $1 - \overline{\cos\gamma}^2$.

Es iſt alſo:

$$\overline{\cos\alpha}^2 + \overline{\cos\beta}^2 = 1^2 - \overline{\cos\gamma}^2 \text{ oder}$$
$$\overline{\cos\alpha}^2 + \overline{\cos\beta}^2 + \overline{\cos\gamma}^2 = 1.$$

Weg, ſondern vielmehr den von der anfänglichen Geſchwindigkeit c angeregten, unter dem ferneren Einfluſſe der variablen Kräfte $P_1 P_2 P_3 \ldots$ ſich ergebenden Weg des Punktes M, d. i. ſeinen wirklichen Weg, den man eben wünſcht. Gelingt die Integration der drei Differentialgleichungen (38) auch nicht vollſtändig, ſo kann man doch in der Regel ſehr wichtige Fundamentalſätze behufs Löſung der gewünſchten Aufgabe aus ihnen ableiten, wie wir uns auch wirklich bei der Theorie des Ventilators damit zufrieden ſtellen können.

B.

Geſetze der Verdichtung und Bewegung der atmoſphäriſchen Luft von gewöhnlicher Temperatur, oder Theorie der Gebläſe überhaupt.

---

§. 9.

Gewicht einer kubiſchen Einheit (ſpezifiſches Gewicht) der atmoſphäriſchen Luft von beliebiger Preſſung und Temperatur.

Denken wir uns atmoſphäriſche Luft mittelſt eines äquilibrirten Kolbens in einen Cylinder eingeſchloſſen, deſſen Bodenfläche gerade einem Quadratmeter gleich kommt, und beträgt der Abſtand des Kolbens vom Cylinderboden einen Meter, ſo wird das Gewicht δ_0 von einem Kubikmeter dieſer abgeſchloſſenen Luft, oder einfach das ſpezifiſche Gewicht *) nach den Verſuchen von Biot und Arago

(42) . . $\delta_0 = 1{\cdot}299$ Kilogr.

betragen, wenn ſie eine Temperatur von 0° C. beſitzt und der Barometerſtand ein mittlerer iſt, nämlich $0{\cdot}^m76$ beträgt.

Da nun ein Kubikmeter Queckſilber bei 0° C. 13600 Kilogramme wiegt, ſo erleidet die einen Quadratmeter enthaltende Kolbenfläche ſowohl von Außen als von Innen einen Druck

(43) . . $p = 0{\cdot}76.13600 = 10333$ Kilogr.

---

*) Was man gewöhnlich ſpezifiſches Gewicht nennt, und wobei man das ſpez. Gewicht des Waſſers = 1 ſetzt. ſoll ſprachrichtiger die Dichte der Körper heißen. Dagegen ſcheint es paſſender zu ſein, das Gewicht einer kubiſchen Einheit mit dem Namen: ſpezifiſches Gewicht zu belegen, eben weil man es dann wirklich mit einem Gewichte zu thun hat, welches dem betreffenden Körper eigenthümlich iſt.

Eine gleichschwere Wassersäule von 1□ Meter Grundfläche wird demnach eine Höhe

$$(44) \quad . \quad . \quad \mathfrak{H} = \frac{10333}{1000} = 10{\cdot}^{m}333$$

besitzen müssen, weil ein Kubikmeter Wasser

$$\gamma = 1000 \text{ Kilogr. wiegt.}$$

Die Größe $\mathfrak{H} = 10{\cdot}^{m}333$ repräsentirt diesemnach die mittlere Höhe eines Wasserbarometers im Gegensatze der mittleren Höhe $= 0{\cdot}^{m}76$ eines Quecksilberbarometers. Bezogen auf das Wiener Maß und Gewicht findet man:

Das Gewicht eines Kubikfußes Luft für 0° C. u. $0{\cdot}^{m}76 = 28{\cdot}8$ Wr. Zoll Barometerstand

$$\delta_0 = 0{\cdot}073 \text{ Pfd.};$$

den Luftdruck per 1□ Fuß unter denselben Verhältnissen

$$p = 1845 \text{ Pfd.};$$

endlich die mittlere Höhe eines Wasserbarometers

$$\mathfrak{H} = 32{\cdot}68 \text{ Fuß.}$$

Wird nun bei gleichbleibender Temperatur $= 0°$ C. der eingeschlossenen Luft der äquilibrirte Kolben allmälig belastet, so daß der innere Druck der Luft von p auf P Kilogramme anwächst, so vermindert sich das ursprüngliche Volum $= 1$ der eingeschlossenen Luft nach dem Mariott'schen Gesetze auf

$$M_0 = \frac{p}{P}.$$

Erhöht man ferner die Temperatur der eingeschlossenen Luft bei unveränderter Belastung des Kolbens, also bei gleichbleibender innerer Spannung P von 0 auf T Grade C., so übergeht nach Gay-Lussac das Volum M_0 in

$$(45) \quad . \quad . \quad M = M_0 (1 + 0{\cdot}00375\,T) = \frac{p}{P}(1 + b\,T),$$

wenn man den Koeffizienten 0·00375, welcher die Zunahme des Luftvolums für jeden Grad des hunderttheiligen Thermometers angibt, mit b bezeichnet *).

Da aber das Gewicht der Luft noch immer dasselbe, nämlich $=$

$$\delta_0 = 1{\cdot}299 \text{ Kilogr.}$$

*) Der Gay-Lussac'sche, für alle permanenten Gase überhaupt giltige Volums-Koeffizient $b = 0{\cdot}00375 = \frac{3}{800}$, wurde für ganz trockene Luft genauer $b = 0{\cdot}00366$ gefunden; jedoch wird von Manchen $b = 0{\cdot}004$ gesetzt, um eben die Feuchtigkeit der Luft zu berücksichtigen.

Wir behalten den Gay-Lussac'schen Koeffizienten $b = \frac{3}{800}$ bei, wie dieß auch Redtenbacher in allen seinen Werken thut.

geblieben ist, so ergibt sich das Gewicht eines Kubikmeters Luft von der Pressung P und der Temperatur T:

$$(46) \quad . \; . \quad \Delta = \frac{\delta_0}{M} = \frac{\delta_0}{p} \cdot \frac{1}{(1 + bT)} \cdot P \text{ Kilogramme.}$$

Wegen $\frac{\delta_0}{p} = \frac{1 \cdot 299}{10333} = \frac{1}{7955}$ ist

$$(47) \quad . \; . \quad \Delta = \frac{1}{7955\,(1 + bT)} \cdot P.$$

Setzt man in (46) den Faktor

$$(48) \quad . \; . \quad \frac{\delta_0}{p} \cdot \frac{1}{(1 + bT)} = \frac{1}{7955\,(1 + bT)} = \mu,$$

so folgt das Gewicht eines Kubikmeters atmosphär. Luft allgemein

$$(49) \quad . \; . \quad \Delta = \mu P.$$

μ ist demnach derjenige Faktor, mit welchem die Spannung oder der Druck P der Luft per 1□ Meter multiplizirt werden muß, um das Gewicht eines Kubikmeters Luft zu erhalten; derselbe ist lediglich von der Temperatur T abhängig *).

Für die mittlere Temperatur $t = 10^0$ folgt aus (47)

$$(50) \quad . \; . \quad \Delta = \frac{1}{8253} \cdot P = 0{\cdot}000121\,P.$$

Ist überdieß außer der Temperatur auch die Spannung P der Luft eine mittlere, also

$$P = p = 10333 \text{ Kilogr.},$$

so ergibt sich das Gewicht eines Kubikmeters

$$(51) \quad . \; . \quad \delta = 1{\cdot}251 = \tfrac{5}{4} \text{ Kilogr.},$$

oder das Gewicht eines Wiener Kubikfußes

$$\delta = 0{\cdot}0706 \text{ Wiener Pfunde.}$$

Es mag hier bemerkt werden, daß im weiteren Verlaufe dieser Abhandlung das Gewicht eines Kubikmeters Luft (spez. Gewicht) von mittlerer Spannung p mit

$$\delta_0, \quad \delta \text{ und } \delta_1$$

bezeichnet werden wird, je nachdem deren Temperatur

$$0, \quad t \text{ oder } t_1 \text{ Grade}$$

beträgt. Bei höherer oder geringerer Spannung P der Luft soll für dieselben Temperaturen das spez. Gewicht derselben beziehungsweise mit Δ_0, Δ und Δ_1 angedeutet werden.

---

*) Für gesättigten Wasserdampf stehen Δ und P nicht im Verhältniß

$$\Delta = \mu P, \text{ sondern}$$

$$\Delta = \mu P + \nu,$$

wo aber μP über ν vorherrscht.

Die nachstehende Tabelle enthält die Gewichte einer kubischen Einheit atmosphär. Luft von mittlerer Spannung p = 10333 Kilogrammen per 1□m (d. i. bei dem mittleren Barometerstande 0·m76), wie sich dasselbe aus (46) oder aus

$$\delta_1 = \frac{\delta_0}{p} \cdot \frac{1}{1 + bT} \cdot p = \frac{\delta_0}{1 + bt_1}$$

für verschiedene Temperaturen ergibt, übersichtlich zusammengestellt.

Temperatur t_1 nach Celsius	Gewicht δ_1		Temperatur t_1 nach Celsius	Gewicht δ_1	
	eines Kub.-Meters	eines Kub.-Fußes		eines Kub.-Meters	eines Kub.-Fußes
Grade	Kilogr.	Wr. Pfde.	Grade	Kilogr.	Wr. Pfde.
0	1·299	0·073	110	0·919	0·052
1	1·294	0·073	120	0·896	0·051
5	1·265	0·072	130	0·873	0·049
10	1·252	0·071	140	0·851	0·048
15	1·229	0·069	150	0·831	0·047
20	1·208	0·068	160	0·811	0·046
25	1·188	0·067	170	0·793	0·045
30	1·177	0·066	180	0·775	0·043
35	1·148	0·065	190	0·758	0·043
40	1·130	0·064	200	0·742	0·042
45	1·111	0·063	225	0·704	0·040
50	1·094	0·062	250	0·670	0·039
55	1·076	0·061	275	0·639	0·036
60	1·060	0·060	300	0·611	0·034
65	1·044	0·059	325	0·585	0·033
70	1·029	0·058	350	0·561	0·032
75	1·013	0·057	375	0·539	0·030
80	0·998	0·056	400	0·519	0·029
85	0·985	0·056	425	0·500	0·028
90	0·971	0·055	450	0·483	0·027
95	0·957	0·054	475	0·467	0·026
100	0·944	0·053	500	0·451	0·025

Mit Hilfe dieser Tabelle kann man das Gewicht einer kubischen Einheit atmosphärischer Luft auch für beliebige Spannungen P berechnen; denn es ist vermöge (46)

$$\Delta_1 = \frac{P}{p} \cdot \frac{\delta_0}{1 + bt_1} = \frac{P}{p}\,\delta_1 = \frac{P}{10333}\,\delta_1 = 0{\cdot}000097\,P\,\delta_1 \text{ Kilogr.}$$

Man braucht also, um Δ_1 zu finden, den aus obiger Tabelle für eine gegebene Temperatur entnommenen Werth von δ_1 nur mit 0·000097 P zu multipliziren. Für das Wiener Maß ist

$$\Delta_1 = \frac{P}{1845}\,\delta_1 = 0{\cdot}00054\,P\delta \text{ Pfunde.}$$

Drückt man, wie dieß gewöhnlich der Fall ist, die Pressung durch die Höhe h eines Wasser-Manometers aus, so ist, wenn

$$\gamma = 1000 \text{ Kilogr.}$$

das Gewicht eines Kubikmeters Wasser und $\mathfrak{H} = 10{\cdot}^{m}333$ die normale Höhe eines Wasser-Barometers bezeichnet,

$$p = \mathfrak{H}\gamma \quad \text{und} \quad P = (\mathfrak{H} + h)\gamma,$$

also in (46)

$$(52) \quad \frac{P}{p} = \frac{\mathfrak{H} + h}{\mathfrak{H}} = 1 + \frac{h}{\mathfrak{H}}, \quad \text{daher}$$

$$(53) \quad \Delta_1 = \frac{P}{p}\,\delta_1 = \delta_1 + \frac{h}{\mathfrak{H}}\,\delta_1 = \delta_1 + \frac{h}{10{\cdot}333}\,\delta_1 = \delta_1 + 0{\cdot}097\,h\,\delta_1.$$

Will man z. B. das Gewicht eines Kubikmeters atmosphärischer Luft bei der Temperatur $T = 300°$ C. und der Wassermanometer-Höhe $h = 1^{m}$ wissen, so findet man mit Hilfe obiger Tabelle:

$$0{\cdot}097\,h\,\delta_1 = 0{\cdot}097 . 1 . 0{\cdot}611 = 0{\cdot}059$$
$$\text{dazu } \delta_1 = \ldots\ldots\ldots\ 0{\cdot}611$$
$$\text{gibt } \Delta_1 = \text{Kilogramme } 0{\cdot}670$$

Unmittelbar aus der Formel (46) würde man finden:

$$\Delta_1 = \frac{\delta_o}{1 + bT} \cdot \frac{P}{p} = \frac{1{\cdot}299}{1 + 0{\cdot}00375 . 300} \cdot \frac{10{\cdot}333 + 1}{10{\cdot}333} = 0{\cdot}67,$$

wie oben. Für das Wiener Maß ist:

$$\Delta_1 = \delta_1 + \frac{h}{32{\cdot}68}\,\delta_1 = \delta_1 + 0{\cdot}031\,h\,\delta_1.$$

Da in seltenen Fällen bei Gebläsen und fast nie beim Ventilator die Manometerhöhe h den Werth von 1 Meter Wassersäule $= 33\frac{1}{2}$ Wr. Linien Quecksilbersäule übersteigt, so ist es mit Rücksicht auf (53) gestattet, das spezifische Gewicht Δ_1 der verdichteten Luft dem spezifischen Gewichte δ_1 der unverdichteten gleich zu setzen, versteht sich unter der Voraussetzung gleicher Temperaturen. Man hat daher für die Berechnung der Gebläse und insbesondere der Ventilatoren:

$$(54) \quad \ldots \quad \begin{cases} \Delta_1 = \delta_1, & \text{also auch} \\ \Delta = \delta, \end{cases}$$

denn die Differenz oder der Fehler beträgt selbst in dem äußersten Falle kaum 10 %.

§. 10.

Wirkungsgröße, welche in einer beliebigen Luftmenge durch deren Verdichtung angesammelt wird.

Nun wollen wir die Wirkungs- oder Arbeitsgröße ermitteln, welche eine beliebige Luftmenge in sich aufnimmt, wenn deren atmosphärische Pressung p auf die Flächeneinheit in die größere P übergeht. Zu diesem Ende sei A B C D, Fig. 2., ein vollkommen zylindrisches und durch einen Kolben luftdicht abgeschlossenes Gefäß; das Kolbengewicht sei äquilibrirt, so daß der Kolben, wenn von dessen Reibung abgesehen wird, durch das geringste Uebergewicht sogleich in Bewegung gerathe.

Die Dichte und Temperatur der innen und außen befindlichen Luft sei gleich groß, und deren Druck auf einen Quadratmeter der Kolbenfläche betrage beiderseits $p = 10333$ Kilogramme.

Hat die Kolbenfläche einen Querschnitt von A Quadratmeter, so ist der Druck auf jeder Seite der ganzen Kolbenfläche $= pA$ Kilogramme. Wird der Kolben AB aus seiner ursprünglichen Stellung oder Entfernung S vom Boden dem letzteren mehr und mehr genähert, so wird die ursprüngliche Pressung p der eingeschlossenen Luft allmälig zunehmen, und endlich in der Entfernung s vom Boden in die Pressung P Kilogr. (per Flächeneinheit) übergehen. Setzt man in einem beliebigen zwischen AC und aC liegenden Abstande $CM = x$ die innere Pressung oder Spannung per Flächeneinheit $= y$ Kilogr., so daß $p < y < P$ ist, so ergibt sich die Wirkungsgröße oder elementare Arbeit, welche die verdichtete Luft während der Abnahme des Abstandes x um dx, oder während der Zunahme $= -dx$ in sich aufnimmt, mit Rücksicht auf (30), aus der Gleichung

$$dW = -Ay\,dx.$$

Um daher die gesammte Wirkungsgröße W zu erhalten, welche die eingeschlossene Luft während des Ueberganges des Abstandes S in s in sich aufgenommen hat, muß man das obige Differenzial zwischen den Grenzen S und s integriren; es ist also:

$$W = -A\int_s^S y\,dx.$$

Nach dem Mariott'schen Gesetze sind aber die drei auf einander folgenden Pressungen p, y und P den zugehörigen Volumen oder den Höhen S, x und s verkehrt proportionirt, daher

(55) . . $pS = yx = Ps$, also

$$y = \frac{pS}{x} \quad \text{und}$$

$$W = -ApS\int_s^s \frac{dx}{x},$$

$$W = -ApS(\log\text{nat}\, s - \log\text{nat}\, S) \quad \text{oder}$$

$$W = ApS(\log\text{nat}\, S - \log\text{nat}\, s),$$

$$(56) \quad . \quad . \quad W = ApS\log\text{nat}\left(\frac{S}{s}\right),$$

wofür auch wegen (55)

$$(57) \quad . \quad . \quad W = ApS\log\text{nat}\left(\frac{P}{p}\right) \text{ geſetzt werden kann.}$$

Dieß iſt der Ausdruck für die von der eingeſchloſſenen Luft in Folge ihrer Verdichtung aufgenommene Wirkungsgröße.

Iſt δ das Gewicht eines Kubikmeters atmoſphäriſcher Luft vor ihrer Verdichtung, ſo ergibt ſich das Gewicht L der ganzen im Cylinder eingeſchloſſenen Luft aus

$$L = AS\delta.$$

Es iſt aber vermöge (49)

$$\delta = \mu p, \quad \text{daher}$$

$$L = \mu ASp \quad \text{und}$$

$$(58) \quad . \quad . \quad ASp = \frac{L}{\mu}.$$

Wird dieſer Werth in (57) ſubſtituirt, ſo erhält man auch für die in der eingeſchloſſenen Luft angeſammelte Wirkungsgröße den Ausdruck

$$(59) \quad . \quad . \quad W = \frac{L}{\mu}\log\text{nat}\left(\frac{P}{p}\right) \quad \text{oder}$$

$$(60) \quad . \quad . \quad W = 2{\cdot}303\,\frac{L}{\mu}\log\text{vulg}\left(\frac{P}{p}\right).$$

In Formel (56) kann man auch $AS = M$ ſetzen, wobei M das Volum der Luft vor ihrem Zuſammendrücken bezeichnet; man hat daher auch:

$$(61) \quad . \quad . \quad W = Mp\log\text{nat}\left(\frac{P}{p}\right) \quad \text{oder}$$

$$(62) \quad . \quad . \quad W = 2{\cdot}303\,Mp\log\text{vulg}\left(\frac{P}{p}\right).$$

Will man mit einem Näherungswerthe für die in der verdichteten Luft angeſammelte Wirkungsgröße ſich begnügen, ſo ſubſtituirt man für den log nat in den Formeln (56), (57), (59) und (61) das erſte Glied der bekannten konvergirenden Reihe:

(63) $\log\text{nat}\left(\frac{S}{s}\right) = \log\text{nat}\left(1+\frac{S-s}{s}\right) = \frac{S-s}{s} - \frac{1}{2}\left(\frac{S-s}{s}\right)^2 + \ldots$

(64) $\log\text{nat}\left(\frac{P}{p}\right) = \log\text{nat}\left(1+\frac{P-p}{p}\right) = \frac{P-p}{p} - \frac{1}{2}\left(\frac{P-p}{p}\right)^2 + \ldots$

Es folgt daher aus (56) und (63)

$$W = ApS\frac{S-s}{s},$$

oder wegen (55)

$$pS = Ps,$$

(65) . . $W = AP(S-s)$;

aus (57) und (64)

(66) . . $W = AS(P-p)$,

ferner aus (59) und (64)

(67) . . $W = \frac{L}{\mu}\left(\frac{P-p}{p}\right) = \frac{L(P-p)}{\delta}$,

endlich aus (61) und (64)

(68) . . $W = M(P-p)$.

Diese Näherungsformeln sind mit Rücksicht auf ihre Entstehung aus (63) und (64) nur dann brauchbar, wenn die Differenzen $S-s$ oder $P-p$ hinreichend klein sind, d. h. wenn durch die Zusammendrückung die Pressung nicht bedeutend verändert wurde, weil unter dieser Voraussetzung allein in (63) und (64) die Summe aller nachfolgenden, den Faktor $\left(\frac{S-s}{s}\right)^2$ oder $\left(\frac{P-p}{p}\right)^2$ enthaltenden Glieder vernachlässigt werden kann.

Aus (65) sieht man ferner, daß unter dieser Voraussetzung, nämlich wenn s nahe gleich S, also $S-s$ klein ist, die Verdichtungsarbeit W gleich gesetzt werde der Wirkungsgröße, welche durch den sich als gleichbleibend angenommenen Druck P während des Weges $S-s$ entwickelt wird.

Mißt man die Spannungsdifferenz $(P-p)$ mit Hilfe eines Manometers durch eine Flüssigkeitssäule (Wasser oder Quecksilber) von der Höhe h, und ist γ das Gewicht eines Kubikmeters dieser Flüssigkeit (also für Wasser $\gamma = 1000$ Kilogramm, für Quecksilber $\gamma_1 = 13600$ Kilogr.), so ist

$$(P-p)A = Ah\,.\,\gamma \quad \text{oder}$$

(69) . . $(P-p) = h\,.\,\gamma$,

dadurch übergeht der Näherungswerth (67) in

(70) . . $W = Lh\frac{\gamma}{\delta}$,

und da $\frac{L}{\delta}$ das Volum M der atmosphärischen Luft vor erfolgter Pres-

ſung bedeutet, ſo kann man auch ſetzen:

$$(71) \quad . \quad . \quad W = M h \gamma.$$

Zum letzteren Ausdrucke gelangt man auch, wenn man in (68) für $(P - p)$ den Werth aus (69) ſubſtituirt.

Wir werden nach Umſtänden von den genauen Formeln (59) und (61), oder von den Näherungsformeln (70) und (71) Gebrauch machen.

Beiſpiel. Iſt $h = 1^m$, d. h. wird die eingeſchloſſene Luft ſo weit zuſammengedrückt, daß das Waſſer im Manometer 1 Meter hoch ſteigt, ſo iſt vermöge der Näherungsformel (71)

$$W = M \,.\, 1 \,.\, 1000 = 1000\, M \text{ Kil.-Met.},$$

und wenn man noch überdieß den kubiſchen Inhalt M der atmoſphäriſchen Luft vor ihrem Zuſammendrücken $= 1$ Kubikmeter annimmt,

$$W = 1000 \text{ Kil.-Met.},$$

d. h. in der zuſammengepreßten Luft iſt eine Wirkungsgröße $= 1000$ Kil.-Met. angeſammelt.

Berechnet man dieſe Wirkungsgröße nach der genauen Formel (60), oder bequemer nach (62), ſo findet man wegen

$$\frac{P}{p} = \frac{(\mathfrak{H} + h)\gamma}{\mathfrak{H}\gamma} = 1 + \frac{h}{\mathfrak{H}} = 1 + \frac{1}{10{\cdot}333} = 1{\cdot}097$$

$$W = 2{\cdot}303\, M\, 10333 \log \text{vulg}\, 1{\cdot}097,$$

$$W = 23797 \,.\, 0{\cdot}0402\, M = 957\, M \text{ Kil.-Meter},$$

alſo nur wenig abweichend von dem obigen Reſultate, welches aus dem Grunde größer ausfallen mußte, weil dabei vorausgeſetzt wird, daß die ſchließliche Spannung P während der ganzen Dauer des Zuſammenpreſſens vorhanden ſei.

§. 11.

Zur Verdichtung der Luft erforderliche Arbeitsgröße.

Will man dagegen die Arbeit finden, welche von Außen auf den Kolben ausgeübt werden muß, um die Preſſung der eingeſchloſſenen Luft von p auf P zu ſteigern, ſo muß man berückſichtigen, daß die Kraft, welche den Kolben gegen den Boden des Cylinders zu treiben hat, keine konſtante ſein kann, ſondern daß ſie gleichmäßig mit der Zunahme der inneren Preſſung ſelbſt wachſen, alſo veränderlich ſein müſſe.

Setzt man den Druck dieſer äußeren Kraft in der endlichen Stellung ab (Fig. 2) des Kolbens $= Q$, und berückſichtiget, daß die äußere Kraft in jedem Augenblicke von dem äußeren Luftdrucke p unterſtützt

werde, so muß sein:

$$Q + p = P.$$

In einer mittleren Stellung des Kolbens, d. i. für den Abstand $= x$ vom Boden, besteht für den äußeren Druck Z die Gleichung

$$Z + p = y, \text{ oder es ist}$$
$$Z = y - p;$$

die elementare Arbeit, welche durch eine besondere, von dem atmosphärischen Drucke unterstützte und allmälig zunehmende Kraft verrichtet wird, um den Kolben um $-dx$ zu verschieben, ist daher

$$dw = -A(y-p)\,dx.$$

Sie ist nur scheinbar negativ, weil x während des Herabsinkens des Kolbens stetig abnimmt, somit dx stets negativ und $-dx$ positiv ist. Die gesammte Arbeit der neben dem atmosphärischen Drucke wirkenden äußeren Kraft wird also für die Bewegung des Kolbens von AB nach ab sein:

$$w = -A\int_s^s (y-p)\,dx,$$

$$w = -A\int_s^s y\,dx + Ap\int_s^s dx.$$

Es ist aber vermöge (55)

$$y = \frac{pS}{x}, \text{ also}$$

$$w = -ApS\int_s^s \frac{dx}{x} + Ap\int_s^s dx,$$

$$w = -ApS\log\text{nat}\left(\frac{s}{S}\right) + Ap(s-S),$$

$$(72) \quad . \; . \quad w = ApS\log\text{nat}\left(\frac{S}{s}\right) - Ap(S-s).$$

Die entwickelte Wirkungsgröße w der äußeren, auf den Kolben einwirkenden und allmälig zunehmenden Kraft ist daher kleiner, als die von der eingeschlossenen Luft aufgenommene Wirkungsgröße W in (56), es ist nämlich

$$(73) \quad . \; . \quad w = W - Ap(S-s).$$

$Ap(S-s)$ ist aber die von der atmosphärischen Luft während der Bewegung des Kolbens von AB nach ab, also während des Weges $S-s$ entwickelte Arbeit; setzt man dieselbe, d. i. $Ap(S-s) = w_1$, so folgt aus (73)

$$(74) \quad . \; . \quad w = W - w_1,$$

d. h. die Wirkungsgröße w der äußeren auf den Kolben wirkenden Kraft ist um w_1, d. i. um die Wirkungsgröße des äußeren Luftdruckes kleiner als die in der zusammengepreßten Luft angesammelte Arbeit W,

oder umgekehrt es ist:

$$(75) \quad . \quad . \quad W = w + w_1 .$$

Man kann daher auch sagen: die von der verdichteten Luft aufgenommene oder in ihr angesammelte Wirkungsgröße W ist gleich der Wirkungsgröße w der zum Vorwärtsschieben des Kolbens verwendeten allmälig zunehmenden Kraft, mehr der Arbeit w_1 des durch denselben Weg konstant wirkenden atmosphärischen Druckes. Würde daher die Verdichtung im luftleeren Raume vorgenommen, so müßte die Arbeit w_1 der atmosphärischen Luft durch eine besondere Kraft ersetzt werden.

Wird in (73) für W der Werth aus (59) eingeführt, so hat man auch

$$(76) \quad . \quad . \quad w = \frac{L}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P}{p}\right) - A p (S - s).$$

§. 12.

Theoretische Arbeitsgröße am Gebläsekolben.

Nun soll noch die Größe der anzuwendenden Arbeit bestimmt werden, welche erforderlich ist, um das Luftgewicht L in dem oben betrachteten Cylinder nicht nur zu verdichten, sondern auch die daselbst verdichtete Luft, welche die Länge s einnimmt, aus dem Cylinder in einen sehr großen Behälter (Regulator) hinein zu schieben, in welchem bereits Luft von der Spannung P vorhanden ist, oder aber in eine Windleitung zu schaffen, aus der durch eine passende Oeffnung eben so viel Luft ausströmt als hineingedrückt wird, so daß die Pressung P vor dem Kolben immer sich gleich bleibt.

Da hierbei der innere Druck auf den Kolben während der Fortsetzung des Schubes stets $= P$ bleibt, so wird zur ferneren Bewegung des Kolbens durch den Weg s von Außen ein Druck

$$Q = P - p$$

benöthigt, und die aufgewendete Arbeitsmenge ist sodann

$$(77) \quad . \quad . \quad w_2 = A (P - p) s.$$

Die Summe von $w + w_2$ gibt also die Arbeit an, welche erforderlich ist, um ein Luftgewicht L nicht bloß von p auf P zu verdichten, sondern auch in einen großen Behälter oder in eine Windleitung mit passender Ausflußöffnung hinein zu drücken, also die Arbeit am Gebläsekolben, wenn die Spannung im Regulator oder in der Windleitung $P = p + h\gamma$ sich gleich bleibt.

Dieſe Gebläſearbeit iſt alſo vermöge (76) und (77)

$$\mathfrak{W} = w + w_2 = \frac{L}{\mu} \log nat \left(\frac{P}{p}\right) - Ap(S - s) + A(P - p)s,$$

$$\mathfrak{W} = \frac{L}{\mu} \log nat \left(\frac{P}{p}\right) - ApS + Aps + APs - Aps$$

$$\mathfrak{W} = \frac{L}{\mu} \log nat \left(\frac{P}{p}\right) - ApS + Aps.$$

Nach (55) iſt aber $pS = Ps$, alſo reduziren ſich die beiden letzten Glieder der letzten Gleichung auf Null, und es bleibt die Gebläſearbeit

$$(78) \quad . \quad \mathfrak{W} = \frac{L}{\mu} \log nat \left(\frac{P}{p}\right) = W \quad [\text{vergl. } (59)],$$

d. h. die theoretiſche Arbeit $\mathfrak{W}$, welche äußerlich am Gebläſekolben verrichtet werden muß, um während eines Schubes das geſaugte Luftgewicht L auf die Spannung P zu verdichten, und überdieß in den Regulator oder in eine Windleitung bei gleichbleibender Spannung P hinein zu drücken, iſt gleich der Arbeit W, die das Luftgewicht L in ſich aufgenommen hat, wenn deſſen Preſſung von p auf P erhöht wurde, oder auch gleich der Arbeit, die zu deſſen Verdichtung im luftleeren Raume erforderlich wäre.

Dieſe Formel iſt jedoch nur unter der Vorausſetzung giltig, daß die Geſchwindigkeit U, mit welcher der Kolben die gepreßte Luft vor ſich herſchiebt, ſehr klein iſt, ſo daß die der bewegten Luft dadurch überdieß ertheilte lebendige Kraft $\frac{LU^2}{2g}$ vernachläſſigt werden kann.

Hat der Gebläſe-Cylinder einerſeits oder beiderſeits einen ſchädlichen Raum, ſo ändert ſich hiedurch in der Größe der nothwendigen Betriebskraft $\mathfrak{W}$ nichts; denn man verdichtet zwar unnützer Weiſe die im ſchädlichen Raume befindliche Luft, ohne ſie in den Regulator oder in die Windleitung ſchaffen zu können, allein beim Rückgange des Kolbens gibt eben die im ſchädlichen Raume befindliche verdichtete Luft in Folge ihrer Expanſion dieſelbe Arbeit wieder an den Kolben zurück.

Der ſchädliche Raum hat daher für den Fall, als durch jeden Kolbenſchub ein beſtimmtes Luftgewicht hinausgedrückt werden ſoll, nur auf die Länge des Kolbenſchubes einen Einfluß, weil, ſo lange als die Ausdehnung der im ſchädlichen Raume verdichteten Luft dauert, eben ſo lange keine Luft von Außen geſaugt werden kann, nicht aber auf die zu verrichtende Arbeit.

Soll alſo mit oder ohne einem ſchädlichen Raume gleich viel Luft durch einen Schub geliefert werden, ſo muß der Kolbenſchub um ſo größer ſein, je größer der ſchädliche Raum iſt, oder aber man muß dafür den Durchmeſſer des Cylinders angemeſſen vergrößern.

Der theoretiſche Effekt oder die in einer Sekunde verrichtete reine Arbeit am Gebläſekolben wird ſich durch dieſelbe Formel (78) ausdrücken laſſen, wenn man nur unter L das in einer Sekunde wirklich herausgedrückte oder gelieferte Luftgewicht verſteht.

Es wird daher ſein

$$(79) \quad . \quad . \quad E = \frac{L}{\mu} \log nat \left(\frac{P}{p}\right).$$

Gewöhnlich bedient man ſich jedoch ſtatt (79) entweder der Näherungsformel (70), welcher zu Folge

$$(80) \quad . \quad . \quad E = L . h \frac{\gamma}{\delta}$$

geſetzt werden kann, oder der Näherungsformel (71), nach welcher

$$(81) \quad . \quad . \quad E = M h \gamma$$

gefunden wird. Darin bedeutet h die Waſſermanometerhöhe in Metern oder in Fußen am Regulator oder in der Windleitung gemeſſen, L das in einer Sekunde zu liefernde Luftquantum in Kilogrammen oder in Pfunden, und M dieſelbe Luftmenge in Kubikmetern oder in Kubikfußen. Der hiernach ſich berechnende Effekt E iſt ſodann entweder in Kilogramm-Metern oder in Fuß-Pfunden zu verſtehen.

Da nach (51) für die mittlere Temperatur $t = 10^{\circ}$ C. und den mittleren Barometerſtand $= 0^{m}75$

$$\delta = \tfrac{5}{4} \text{ Kilogr.}$$

gefunden wurde, ſo folgt

$$(82) \quad . \quad . \quad \frac{\gamma}{\delta} = \frac{1000 . 4}{5} = 800,$$

daher vermöge (80) auch

$$(83) \quad . \quad . \quad E = 800 \, L h \text{ Kil.-Met.}$$

§. 13.

Allgemeine Gleichung zwiſchen Spannung und Geſchwindigkeit der in einer Röhrenleitung ſich bewegenden Luft.

Verbindet man zwei ſehr große Luftbehälter A und B mit einem unbeſtimmt langen Rohre von beliebigem ſtetig zu- oder abnehmenden oder auch konſtanten Querſchnitte, ſo wird die Luft in dieſem Rohre ſo lange keine Bewegung annehmen, als die Preſſung in beiden Behältern ſich gleich bleibt. Wird aber durch was immer für ein Mittel die Preſſung in einem dieſer Behälter geändert, ſei es, daß man

ſie erhöht oder erniedrigt, ſo wird, um das geſtörte Gleichgewicht herzuſtellen, die Luft von dem einen Behälter in den andern durch das Verbindungsrohr ſich begeben, daher in demſelben ſich in Bewegung ſetzen.

Geſchieht dieſe Aenderung der Preſſung fortdauernd und gleichförmig, ſo wird auch die Geſchwindigkeit der Luft in jedem Querſchnitte des Verbindungsrohres eine ſich gleichbleibende werden, d. h. es wird ſich ein Beharrungszuſtand einſtellen. Ein ſolcher Beharrungszuſtand kann z. B. dadurch erzielt werden, daß man in den einen Behälter A kontinuirlich Luft hinein-, aus dem andern B aber gleichmäßig Luft herauspumpt oder ausſtrömen läßt.

Es ſoll nun das Geſetz unterſucht werden, nach welchem die Preſſungen und Geſchwindigkeiten in den aufeinander folgenden Querſchnitten des Verbindungsrohres ſich allmälig ändern.

Bezeichnet z die Spannung, d. i. den Druck der Luft per 1□Meter in einem beliebigen Querſchnitte des Verbindungsrohres, u die Geſchwindigkeit, welche die Lufttheilchen gerade in dieſem Querſchnitte beſitzen, ſo handelt es ſich zunächſt um das gegenſeitige Verhältniß zwiſchen dieſen beiden Größen u und z, d. i. um eine allgemeine Gleichung zwiſchen der Geſchwindigkeit u und der Spannung z, wovon beide der Annahme gemäß ſich ſtetig verändern.

Suchen wir zunächſt den Ausdruck für die Kraft, welche die Bewegung der Luftſchichte hervorbringt und verändert.

Dieſe Kraft entſpringt aus dem ungleichen Drucke auf die in Betrachtung gezogene Luftſchichte. Setzt man (Fig. 3) den Querſchnitt des Rohres an der Stelle, wo ſich gerade die Luftſchichte befindet, = A, ſo iſt Az der Druck auf die Luftſchichte in der Richtung der Bewegung; vermöge der ſtetigen Veränderung des Druckes von Querſchnitt zu Querſchnitt iſt dagegen

$$A(z + dz)$$

der Gegendruck in der der Bewegung entgegengeſetzten Richtung; dabei iſt dz entweder negativ oder poſitiv, je nachdem die Spannung z in der Richtung der Bewegung ab- oder zunimmt. Erſteres findet z. B. Statt, wenn die Bewegung durch die Verdünnung der Luft im Behälter B veranlaßt wird, und das Verbindungsrohr zwiſchen beiden Behältern eine cylindriſche oder koniſch zulaufende Geſtalt beſitzt. Letzteres tritt ein, wenn z. B. die Luft in ein ſich koniſch erweiterndes Rohr durch eine mechaniſche Kraft hineingeſchleudert wird, in welchem Falle die Geſchwindigkeit derſelben ſich allmälig in Preſſung umſetzt,

und die Luftttheilchen eine verzögerte Bewegung annehmen, während im ersteren Falle eine beschleunigte Bewegung Statt findet. Es wirkt daher in der Richtung der Bewegung eine elementare Kraft

$$dK = Az - A(z + dz) = - Adz$$

auf Beschleunigung der Bewegung der in Betracht gezogenen Luftschichte.

Bezeichnet L das Gewicht der in einer Sekunde durch den Querschnitt A durchströmenden Luft, so ist dL das Gewicht der unendlich dünnen Luftschichte, welche in dem Zeitelemente dt durch A sich bewegt. Man hat daher auch für die elementare Kraft, durch welche die Geschwindigkeit u des Gewichtes dL in der Zeit dt um du zunimmt, nach (19) den Ausdruck:

$$dK = \frac{dL}{g} \cdot \frac{du}{dt}.$$

Es ergibt sich daher aus der Natur der Sache folgender Ansatz:

$$(84) \quad \frac{dL}{g} \cdot \frac{du}{dt} = - Adz.$$

In dieser Gleichung bezeichnet dL das Gewicht der während dt durch den betrachteten Querschnitt durchstreichenden Luft. Nun ist das Volum dieser elementaren Luftschichte gleich

$$Audt;$$

und da ihre Pressung $= z$ angenommen wurde, so ist das Gewicht eines Kubikmeters dieser Luft nach (49) gleich

$$\Delta = \mu z,$$

wo vermöge (48)

$$\mu = \frac{\delta_0}{(1 + bT)p}$$

ist, also einen lediglich von der Temperatur abhängigen Koeffizienten bezeichnet.

Daher erhält man für das Gewicht der während dt durch den betrachteten Querschnitt durchstreichenden elementaren Luftschichte:

$$(85) \quad dL = Audt\mu z.$$

Substituirt man diesen Werth in (84), so folgt

$$\frac{Audt\mu z}{g} \cdot \frac{du}{dt} = - Adz \quad \text{oder}$$

$$udu = - \frac{g}{\mu} \cdot \frac{dz}{z},$$

$$\tfrac{1}{2} d(u^2) = - \frac{g}{\mu} \cdot \frac{dz}{z},$$

$$(86) \quad d(u^2) = - \frac{2g}{\mu} \cdot \frac{dz}{z}, \quad \text{also}$$

$$(87) \quad u^2 = - 2g \int \frac{dz}{\mu z} + C,$$

die gesuchte, für die Theorie des Ventilators sehr wichtige Grundgleichung zwischen u und z.

Es wird sich nun darum handeln, für jeden speziellen Fall, auf welchen diese Gleichung angewendet wird, mit Rücksicht auf die vorhandenen Bedingungen die angedeutete Integration wirklich zu bewerkstelligen.

Da wir in diesem Abschnitte die Bewegung der Luft durchaus bei unveränderter gewöhnlicher Temperatur $t = 10°$ C. betrachten wollen, so ist unter dieser Voraussetzung nach (48)

$$\mu = \frac{\delta_0}{(1 + bt)\,p}$$

eine konstante Größe, und man kann daher auch schreiben:

$$u^2 = -\frac{2g}{\mu}\int\frac{dz}{z} + C \quad \text{oder}$$

$$(88) \quad . \; . \quad u^2 = -\frac{2g}{\mu}\log\text{nat}\, z + C.$$

§. 14.

Spezielle Untersuchung über das Verhalten der Luft während ihrer Bewegung durch eine Röhrenleitung.

Versteht man unter P und U die Spannung und Geschwindigkeit in einem beliebigen Querschnitte A (Fig. 4) des Verbindungsrohres, und unter P_1 und U_1 dieselben Größen in einem andern Querschnitte A_1, der weiter vorwärts in der Richtung der Bewegung liegen mag; so folgt vermöge der Gleichung (88), die allgemein für jeden Querschnitt gilt,

$$U^2 = -\frac{2g}{\mu}\,.\,\log\text{nat}\,P + C \quad \text{und}$$

$$U_1^2 = -\frac{2g}{\mu}\,.\,\log\text{nat}\,P_1 + C, \quad \text{also}$$

$$(89) \quad . \; . \; U_1^2 - U^2 = \frac{2g}{\mu}(\log\text{nat}\,P - \log\text{nat}\,P_1) \quad \text{oder}$$

$$(90) \quad . \; . \; U_1^2 - U^2 = \frac{2g}{\mu}\,.\,\log\text{nat}\left(\frac{P}{P_1}\right).$$

Letztere Gleichung führt auf nachstehende, für die Theorie des Ventilators wichtige Folgerungen:

1. Ist P und U gegeben, so können eine Unzahl Werthe von P_1 und U_1 der obigen Gleichung Genüge leisten; ist aber eine der beiden letzteren Größen festgesetzt, so ist hiedurch auch die andere bestimmt.

2. Für einen unveränderten Werth von P und U muß der Werth von P_1 abnehmen, ſobald U_1 größer genommen wird und umgekehrt, d. h., je größer in irgend einem Querſchnitte A_1 die Preſſung P_1, deſto kleiner wird die Geſchwindigkeit U_1 und umgekehrt.

3. Multiplizirt man die Gleichung (89) mit $\frac{L}{2g}$, wo L die in einer Sekunde durch jeden Querſchnitt durchſtreichende Luftmenge in Kilogrammen bezeichnet, und addirt ſodann zum zweiten Theile der Gleichung den Ausdruck

$$\frac{L}{\mu}(-\log\text{nat}\,p + \log\text{nat}\,p) = 0,$$

worin p die Preſſung der äußeren atmoſphäriſchen Luft bedeutet, ſo erhält man:

$$L\frac{U_1^2}{2g} - L\frac{U^2}{2g} = \frac{L}{\mu}\log\text{nat}\left(\frac{P}{p}\right) - \frac{L}{\mu}\log\text{nat}\left(\frac{P_1}{p}\right)$$

oder

$$(91)\ \ldots\ \frac{LU_1^2}{2g} + \frac{L}{\mu}\log\text{nat}\left(\frac{P_1}{p}\right) = \frac{LU^2}{2g} + \frac{L}{\mu}\log\text{nat}\left(\frac{P}{p}\right).$$

Es bedeutet aber $L\frac{U^2}{2g}$

vermöge (27) die lebendige Kraft der durch den Querſchnitt A in einer Sekunde durchſtrömenden Luft, und

$$\frac{L}{\mu}\log\text{nat}\left(\frac{P}{p}\right)$$

vermöge (59) die in derſelben Luftmenge vermöge ihres Preſſungszuſtandes, abgeſehen von ihrer Bewegung, angeſammelte Arbeitsgröße; die Summe dieſer beiden Ausdrücke ſtellt demnach den vollen Nutzeffekt der Luft im Querſchnitte A vor, und da der erſte Theil der Gleichung (91) aus gleichen Gründen den vollen Nutzeffekt derſelben Luftmenge im Querſchnitte A_1 ausdrückt, ſo folgt, daß der Nutzeffekt der Luft in allen Querſchnitten des ſtetig ſich verändernden Verbindungsrohres ſich immer fort gleich bleibe. Dieſemnach läßt ſich durch allmälige Aenderung des Röhrenquerſchnittes die Geſchwindigkeit der Luft in Preſſung und umgekehrt die Preſſung in Geſchwindigkeit umwandeln, ohne den Nutzeffekt zu verändern.

Zwiſchen Preſſung und Geſchwindigkeit der Luft in einem ſtetig ſich erweiternden oder verengenden Verbindungsrohre beſteht alſo ein ähnliches Verhältniß, wie zwiſchen Druck und Geſchwindigkeit bei einer Maſchinen-Transmiſſion. Ein und derſelbe Effekt kann nämlich dort wie hier auf mannigfaltige Weiſe realiſirt werden; in demſelben Maße,

werde, ſo muß ſein:

$$Q + p = P.$$

In einer mittleren Stellung des Kolbens, d. i. für den Abſtand $= x$ vom Boden, beſteht für den äußeren Druck Z die Gleichung

$$Z + p = y, \text{ oder es iſt}$$
$$Z = y - p;$$

die elementare Arbeit, welche durch eine beſondere, von dem atmoſphäriſchen Drucke unterſtützte und allmälig zunehmende Kraft verrichtet wird, um den Kolben um $-dx$ zu verſchieben, iſt daher

$$dw = -A(y-p)dx.$$

Sie iſt nur ſcheinbar negativ, weil x während des Herabſinkens des Kolbens ſtetig abnimmt, ſomit dx ſtets negativ und $-dx$ poſitiv iſt. Die geſammte Arbeit der neben dem atmoſphäriſchen Drucke wirkenden äußeren Kraft wird alſo für die Bewegung des Kolbens von AB nach ab ſein:

$$w = -A\int_s^s (y-p)dx,$$

$$w = -A\int_s^s y\,dx + Ap\int_s^s dx.$$

Es iſt aber vermöge (55)

$$y = \frac{pS}{x}, \text{ alſo}$$

$$w = -ApS\int_s^s \frac{dx}{x} + Ap\int_s^s dx,$$

$$w = -ApS\log nat\left(\frac{s}{S}\right) + Ap(s-S),$$

$$(72) \quad . \; . \; w = ApS\log nat\left(\frac{S}{s}\right) - Ap(S-s).$$

Die entwickelte Wirkungsgröße w der äußeren, auf den Kolben einwirkenden und allmälig zunehmenden Kraft iſt daher kleiner, als die von der eingeſchloſſenen Luft aufgenommene Wirkungsgröße W in (56), es iſt nämlich

$$(73) \quad . \; . \; w = W - Ap(S-s).$$

$Ap(S-s)$ iſt aber die von der atmoſphäriſchen Luft während der Bewegung des Kolbens von AB nach ab, alſo während des Weges $S-s$ entwickelte Arbeit; ſetzt man dieſelbe, d. i. $Ap(S-s) = w_1$, ſo folgt aus (73)

$$(74) \quad . \; . \; w = W - w_1,$$

d. h. die Wirkungsgröße w der äußeren auf den Kolben wirkenden Kraft iſt um w_1, d. i. um die Wirkungsgröße des äußeren Luftdruckes kleiner als die in der zuſammengepreßten Luft angeſammelte Arbeit W,

oder umgekehrt es iſt:

$$(75) \quad . \quad . \quad W = w + w_1 .$$

Man kann daher auch ſagen: die von der verdichteten Luft aufgenommene oder in ihr angeſammelte Wirkungsgröße W iſt gleich der Wirkungsgröße w der zum Vorwärtsſchieben des Kolbens verwendeten allmälig zunehmenden Kraft, mehr der Arbeit w_1 des durch denſelben Weg konſtant wirkenden atmoſphäriſchen Druckes. Würde daher die Verdichtung im luftleeren Raume vorgenommen, ſo müßte die Arbeit w_1 der atmoſphäriſchen Luft durch eine beſondere Kraft erſetzt werden.

Wird in (73) für W der Werth aus (59) eingeführt, ſo hat man auch

$$(76) \quad . \quad . \quad w = \frac{L}{\mu} \log nat \left(\frac{P}{p}\right) - A p (S - s).$$

§. 12.

Theoretiſche Arbeitsgröße am Gebläſekolben.

Nun ſoll noch die Größe der anzuwendenden Arbeit beſtimmt werden, welche erforderlich iſt, um das Luftgewicht L in dem oben betrachteten Cylinder nicht nur zu verdichten, ſondern auch die daſelbſt verdichtete Luft, welche die Länge s einnimmt, aus dem Cylinder in einen ſehr großen Behälter (Regulator) hinein zu ſchieben, in welchem bereits Luft von der Spannung P vorhanden iſt, oder aber in eine Windleitung zu ſchaffen, aus der durch eine paſſende Oeffnung eben ſo viel Luft ausſtrömt als hineingedrückt wird, ſo daß die Preſſung P vor dem Kolben immer ſich gleich bleibt.

Da hierbei der innere Druck auf den Kolben während der Fortſetzung des Schubes ſtets = P bleibt, ſo wird zur ferneren Bewegung des Kolbens durch den Weg s von Außen ein Druck

$$Q = P - p$$

benöthigt, und die aufgewendete Arbeitsmenge iſt ſodann

$$(77) \quad . \quad . \quad w_2 = A (P - p) s.$$

Die Summe von $w + w_2$ gibt alſo die Arbeit an, welche erforderlich iſt, um ein Luftgewicht L nicht bloß von p auf P zu verdichten, ſondern auch in einen großen Behälter oder in eine Windleitung mit paſſender Ausflußöffnung hinein zu drücken, alſo die Arbeit am Gebläſekolben, wenn die Spannung im Regulator oder in der Windleitung $P = p + h\gamma$ ſich gleich bleibt.

Es ist also $\mathfrak{h}$ gleich der Manometerhöhe h_1, durch welche die lediglich aus der Geschwindigkeit U entspringende Pressung der im Querschnitte A_1 zur Ruhe gelangten Luft gemessen wird.

5. Der gesammte Nutzeffekt der Luft in jedem beliebigen Querschnitte A des Verbindungsrohres läßt sich vermöge Absatz 3 ausdrücken durch

$$(95) \quad . \; . \quad E = L\frac{U^2}{2g} + \frac{L}{\mu}\log\text{nat}\left(\frac{P}{p}\right).$$

Setzt man nun vermöge (93)

$$\frac{U^2}{2g} = \frac{\gamma}{\delta}\mathfrak{h}, \quad \text{also} \quad L\frac{U^2}{2g} = \frac{L}{\delta}\mathfrak{h}\gamma,$$

und berücksichtiget, daß $\frac{L}{\delta} = M$ = dem Volum der in einer Sekunde durchstreichenden und auf die Dichtigkeit der Atmosphäre zurückgeführten Luftmenge gleich kommt, so folgt:

$$L\frac{U^2}{2g} = M\mathfrak{h}\gamma.$$

Führt man ferner für den mit (59) übereinstimmenden Ausdruck $\frac{L}{\mu}\log\text{nat}\frac{P}{p}$ den dafür in (71) gefundenen Näherungswerth ein, so folgt:

$$(96) \quad . \; . \quad E = M\mathfrak{h}\gamma + Mh\gamma = M(\mathfrak{h}+h)\gamma.$$

Die Summe $\mathfrak{h}+h$ aus der Geschwindigkeits- und aus der Druckhöhe dient also als Maßstab zur Berechnung des vollen Nutzeffektes der in Bewegung befindlichen Luft; sie soll daher mit dem Namen effektive Höhe bezeichnet und durch

$$(97) \quad . \; . \quad H = \mathfrak{h} + h$$

ausgedrückt werden; man hat daher

$$(98) \quad . \; . \quad E = M.H.\gamma.$$

Wenn es sich um die Bestimmung des Nutzeffektes der durch eine Röhrenleitung durchstreichenden Luft handelt, so ist diesemnach die Manometerhöhe h hiezu nicht genügend, sondern letztere muß noch um $\mathfrak{h}$ vermehrt werden, um

$$H = \mathfrak{h} + h$$

zu erhalten.

Man kann jedoch die effektive Manometerhöhe H unmittelbar dadurch erheben, daß man den einen Schenkel des Manometers in der Art krümmt und in die Windleitung einführt, daß er dem Windstrome gerade entgegensteht, wie dieß die Fig. 4 bei D versinnlicht.

Wird diese Vorsicht bei Bestimmung der Windpressung in einer Röhrenleitung vernachlässiget und bloß die Manometerhöhe h in der Art wie bei C erhoben, so ist der hiedurch bei Berechnung des Nutz-

effektes entstandene Fehler um so größer, mit einer je größeren Geschwindigkeit sich die Luft in der Windleitung bewegte. Eine größere Geschwindigkeit der Luft pflegt aber gerade bei Ventilatoren Statt zu finden.

6. Die so eben entwickelten, für die Theorie des Ventilators sehr wichtigen Gesetze über das Verhalten der Luft in einer Röhrenleitung, gelten für jede Form des Verbindungsrohres, wenn nur der Uebergang aus einem Querschnitte in den anderen ein allmäliger ist. Sie sind daher eben so gut auf cylindrische wie auf konische Röhren anwendbar, letztere mögen konvergiren oder divergiren. Ja sie gelten auch von gemischten Röhrenleitungen, d. h. von solchen, wo ein cylindrisches Stück in ein konisches, und im letzteren Falle ein konvergirendes in ein divergirendes oder umgekehrt übergeht, kurz für alle allmäligen Verengungen und Erweiterungen einer Röhrenleitung. Jedoch wird hiebei von allen jenen Widerständen stets abstrahirt, welche aus der Reibung der Luft an den Röhrenwänden entspringen.

Da durch jeden Querschnitt einer solchen Röhrenleitung eine und dieselbe Windmenge dem Gewichte nach, nämlich L Kilogramme in einer Sekunde, durchströmen, da ferner

$$L = A.U.\Delta = A.U.\mu.P, \text{ und eben so}$$
$$L = A_1.U_1.\Delta_1 = A_1.U_1.\mu.P_1$$

ist, so folgt auch

$$(99) \quad . \quad . \quad A.U.P = A_1.U_1.P_1.$$

Ist das Rohr cylindrisch, ist also

$$A = A_1, \text{ so hat man}$$
$$UP = U_1 P_1 \quad \text{oder} \quad \frac{P}{P_1} = \frac{U_1}{U},$$

d. h. die Pressungen stehen im umgekehrten Verhältnisse zu der Geschwindigkeit. Substituirt man in (90) für $\frac{P}{P_1}$ den gleichen Werth $\frac{U_1}{U}$, so folgt für cylindrische Röhren die Gleichung

$$U_1^2 - U^2 = \frac{2g}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{U_1}{U}\right),$$

welcher der Werth

$$U_1 = U$$

Genüge leistet. In einer cylindrischen Windleitung ist daher nicht bloß $UP = U_1 P_1$, sondern es bleibt auch die Geschwindigkeit, und daher auch die Pressung in allen auf einander folgenden Querschnitten konstant, und nur die letztere wird durch die in der Windlei-

tung Statt findende Reibung der Luft an den Röhrenwänden erfahrungsgemäß allmälig vermindert.

Bei einer koniſchen und konvergirenden Form der Röhrenleitung iſt

$$A_1 < A,$$

daher vermöge (99)

$$U_1 P_1 > UP.$$

Iſt daher z. B.

$$P_1 = \frac{P}{n},$$

ſo muß, um der Gleichung (99) zu genügen,

$$U_1 > nU$$

ſein, d. h. die Geſchwindigkeit nimmt in einem größeren Maße zu, als die Preſſung abnimmt, und umgekehrt. Für ein koniſch divergirendes Rohr findet das entgegengeſetzte Verhalten Statt.

Aus (99) folgt:

$$AU = A_1 U_1 \frac{P_1}{P}.$$

Es iſt aber

$$\frac{P_1}{P} = \frac{\mathfrak{H} + h_1}{\mathfrak{H} + h} = \frac{\mathfrak{H} + h_1 - \mathfrak{H} - h}{\mathfrak{H} + h} + 1 = \frac{h_1 - h}{\mathfrak{H} + h} + 1.$$

Weichen die in zwei von einander verſchiedenen Querſchnitten einer Windleitung Statt findenden Druckhöhen h_1 und h nur wenig von einander ab, ſo kann

$$\frac{h_1 - h}{\mathfrak{H} + h} = \frac{h_1 - h}{10{\cdot}333 + h}$$

gegen 1 vernachläſſiget werden, und man kann

$$\frac{P_1}{P} = 1 \quad \text{oder} \quad P_1 = P \quad \text{ſetzen.}$$

Für dieſen Fall iſt ſodann die Gleichung

(100) . . $AU = A_1 U_1$

giltig, d. i. in Röhren mit veränderlichem Querſchnitte verhalten ſich die Geſchwindigkeiten ſehr nahe verkehrt wie die Querſchnitte.

§. 15.

Ausfluß der gepreßten Luft durch koniſche Mündungen (Düſen) aus Röhren und aus Behältern.

Bei dem Ausfluſſe der Luft aus einer Düſe iſt vor Allem zu beachten, daß die Luft an der Düſenmündung die Preſſung p der äußern atmoſphäriſchen Luft annehme, indem erfahrungsgemäß der austretende Luftſtrom bei ſeinem Austritte ſich nicht nach der Seite

vertheilt, sondern sich nach vorwärts bewegt. Würde der Luftstrom bei seinem Austritte eine größere Pressung besitzen, als jene der äußern atmosphärischen Luft, so würden die Lufttheilchen vermöge ihrer Expansion auch senkrecht auf die Achse des Luftstrahles eine Bewegung annehmen, was aber erfahrungsgemäß nicht Statt findet. Eben so kann der Luftstrahl beim Austreten aus der Düse keine kleinere Pressung besitzen als jene der äußeren atmosphärischen Luft, weil sonst das Gegentheil, nämlich ein Zuströmen der äußeren Luft gegen den Luftstrahl wahrnehmbar sein müßte. Letzteres findet wohl zum Theile Statt, hat aber darin seinen Grund, daß von der ausströmenden Luft die sie zunächst umgebende äußere Luft in Folge der Reibung und Adhäsion mitgenommen wird. Mittelst eines in den austretenden Luftstrahl senkrecht zu seiner Achse oder mit dem umgebogenen Schenkel stromabwärts gehaltenen Manometers kann man sich von der Richtigkeit der aufgestellten Behauptung leicht überzeugen.

Es soll vorerst die Gleichung für die Geschwindigkeit gesucht werden, welche die Luft annimmt, wenn sie aus einem Rohre ausströmt, welches an seiner Mündung konisch zuläuft, also daselbst die Gestalt einer Düse besitzt.

Bezeichnet man die Geschwindigkeit beim Austritte aus der Düsenmündung a (Fig. 5) mit c, und berücksichtiget, daß daselbst die Pressung $= p$ und die Dichtigkeit $= \delta$, nämlich gleich jener der atmosphärischen Luft ist, so folgt, wenn man die für jede zwei beliebige Querschnitte giltige Formel (90) hier anwendet:

$$c^2 - U^2 = \frac{2g}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P}{p}\right), \text{ also}$$

$$(101) \quad . \quad . \quad c = \sqrt{U^2 + \frac{2g}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P}{p}\right)}.$$

Aus dieser Formel läßt sich nun die Ausflußgeschwindigkeit c der Luft genau berechnen, sobald für einen beliebigen Querschnitt A der Röhrenleitung die Pressung P und Geschwindigkeit U gegeben ist.

Bequemer für die Anwendung wird die Formel (101), wenn man darin die Größen U und P durch die betreffenden Manometerhöhen näherungsweise ausdrückt; es ist nämlich vermöge (93)

$$(102) \quad . \quad . \quad U^2 = 2g \cdot \frac{\gamma}{\delta} \cdot h,$$

und vermöge (49), (64) und (69)

$$(103) \quad . \quad . \quad \frac{1}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P}{p}\right) = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{P-p}{p} = \frac{h\gamma}{\delta}, \text{ daher}$$

(104) . . $c = \sqrt{2g \cdot \frac{\gamma}{\delta} b + 2g \cdot \frac{\gamma}{\delta} h}$,

(105) . . $c = \sqrt{2g \cdot \frac{\gamma}{\delta} (b + h)}$,

oder mit Rückſicht auf Formel (97)

(106) . . $c = \sqrt{2g \cdot \frac{\gamma}{\delta} \cdot H}$.

Um daher die Ausflußgeſchwindigkeit c für das düſenförmige Endſtück einer Röhrenleitung zu beſtimmen, braucht man bloß auf einem beliebigen, nicht weit von der Düſenmündung zurückgelegenen Punkte der Windleitung die effektive Manometerhöhe H durch die Stellung des Manometerſchenkels gegen den Windſtrom zu erheben, und ſodann dieſelbe in die Formel (106) zu ſubſtituiren.

Der Punkt für die Beobachtung von H iſt zwar beliebig, weil nach §. 14 (Abſatz 4.) H in allen Punkten der Röhrenleitung ſich gleich bleibt, wenn deren Querſchnitt ſich ſtetig verändert und wenn man von den Hinderniſſen der Bewegung, alſo von der Reibung an den Wänden der Röhrenleitung abſtrahirt; um ſich jedoch von letzteren Einflüſſen möglichſt frei zu machen, wird man am beſten thun, H nicht weit von der düſenförmigen Ausflußöffnung abzunehmen; man kann übrigens auch H an der Ausflußmündung ſelbſt erheben, wenn man den einen Manometerſchenkel gegen die Düſenmündung parallel zur Achſe der Düſe hält, wie dieß Figur 5 verſinnlicht.

Wegen $g = 9{\cdot}^{m}809$,

$\gamma = 1000$ Kilogr.,

und bei 10° C. $\delta = 1{\cdot}251$ „ , iſt

$$\sqrt{2g \cdot \frac{\gamma}{\delta}} = \sqrt{\frac{19{\cdot}618.1000}{1\,251}} = 125, \text{ daher}$$

(107) . . $c = 125 \sqrt{H}$ Meter.

Iſt a gegen A ſehr klein, ſo kann man in (101) $U = 0$ ſetzen, und man erhält dann

(108) . $c = \sqrt{\frac{2g}{\mu} \log nat \left(\frac{P}{p}\right)} = \sqrt{2{\cdot}303 \frac{2g}{\mu} \log vulg \left(\frac{P}{p}\right)}$.

Da überdieß für die mittlere Temperatur = 10° C. nach (50)

$$\mu = \frac{1}{8253}, \text{ alſo}$$

$$\sqrt{2{\cdot}303 \frac{2g}{\mu}} = \sqrt{2{\cdot}303.19{\cdot}618.8253} = 610$$

iſt, ſo erhält man

(109) . . $c = 610 \sqrt{\log vulg \left(\frac{P}{p}\right)}$.

Substituirt man in (108) für

$$\frac{1}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P}{p}\right)$$

den dafür unter (103) aufgestellten Werth, so folgt

$$(110) \quad c = \sqrt{2g \cdot \frac{\gamma}{\delta} h} = 125 \sqrt{h} \text{ Meter.}$$

Diese Formel für die Ausflußgeschwindigkeit der Luft ist dem Vorausgeschickten zufolge nur unter der Voraussetzung richtig, daß die Geschwindigkeit U sehr klein ist, was dann Statt findet, wenn der Querschnitt a der Ausflußmündung gegen den Querschnitt A der Röhrenleitung verschwindet. Sie unterscheidet sich dadurch von (106), daß darin die Druckhöhe h statt der effektiven H vorkommt.

Man wird daher in der Regel von der Näherungsformel (106) oder (107) Gebrauch machen, welcher bloß die Voraussetzung zu Grunde liegt, daß die Dichtigkeiten der Luft in und außerhalb der Röhrenleitung nur wenig von einander abweichen, wie dieß auch in der That der Fall zu sein pflegt.

Denkt man sich von dem, in eine Düse $B a a_1 B_1$ (Fig. 6) auslaufenden Rohre $A B B_1 A_1$ die Wände AB und $A_1 B_1$ bis nach $D D_1$ verlängert, und dort eine vertikale Wand $D D_1$ eingesetzt, durch welche die Düse hindurch geht, so wird nach Beseitigung der Düsenwände BE und $B_1 E_1$ an der Bewegung der Luft beim Ausfluß aus $a a_1$ nichts wesentlich geändert, außer daß die Lufttheilchen statt an den Röhrenwänden BE und $B_1 E_1$ gegenwärtig an den Luftwänden daselbst vorbeiströmen, und vermöge der Adhäsion und Beweglichkeit der Luft eine Wirbelbewegung in den Räumen BDE und $B_1 D_1 E_1$ verursachen. Wird von dieser Wirbelbewegung abstrahirt, so hat man hier wie oben für die Ausflußgeschwindigkeit der Luft bei $a a_1$ die Formel (101):

$$c = \sqrt{U^2 + \frac{2g}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P}{p}\right)}.$$

Es findet aber im vorliegenden Falle der Ausfluß der Luft aus einem Behälter durch ein Ansatzrohr (Mundstück) $E a a_1 E_1$ Statt. Ist wie gewöhnlich die Geschwindigkeit U gegen c sehr klein, oder verschwindet der Querschnitt a gegen A, so übergeht die vorstehende Formel für die Ausflußgeschwindigkeit gleichfalls in die Formel (108):

$$(111) \quad c = \sqrt{\frac{2g}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P}{p}\right)} = 610 \sqrt{\log \text{vulg} \left(\frac{P}{p}\right)},$$

und diese wieder mit Rücksicht auf Formel (103) in

(112) . . $c = \sqrt{2g \cdot \frac{\gamma}{\delta} h} = 125\sqrt{h}.$

h bedeutet dann die Manometer-Druckhöhe, durch welche die Preſſung der Luft im Querſchnitte AA_1 (Fig. 6) gemeſſen wird.

Man ſieht aus der Entwicklung der Formeln (111) und (112), daß beide für den Ausfluß der Luft durch kleine Mundſtücke aus Behältern mit verhältnißmäßig großem Querſchnitt A anwendbar ſind, keineswegs aber auf den Ausfluß aus gewöhnlichen Röhrenleitungen paſſen, da bei letzteren a gegen A nicht genug klein iſt, um U gleich 0 ſetzen zu können.

Für in Düſen auslaufende Röhrenleitungen gilt vielmehr die Formel (101) oder die dazu gehörige Näherungsformel (106), in welcher letzteren H die effektive Manometerhöhe bezeichnet.

Die allgemeine Gleichung (87) iſt für alle Flüſſigkeiten ohne Unterſchied giltig, alſo auch für das Waſſer. Wird dieſelbe auf letzteres angewendet, ſo muß man darin für $\mu z = \Delta$ das Gewicht einer kubiſchen Einheit Waſſer bei der Preſſung z ſubſtituiren. Nun iſt aber dieſes Gewicht für alle Preſſungen konſtant $= \gamma = 1000$ Kilogr., man hat daher für Waſſer ſtatt (87) die Gleichung

$$u^2 = -\frac{2g}{\gamma}\int dz + C \text{ oder}$$

$$u^2 = -\frac{2g}{\gamma} z + C.$$

Für zwei verſchiedene Querſchnitte erhält man

$$U^2 = -\frac{2g}{\gamma} P + C \text{ und}$$

$$U_1^2 = -\frac{2g}{\gamma} P_1 + C, \text{ alſo ſtatt (90)}$$

(113) . . $U_1^2 - U^2 = \frac{2g}{\gamma}(P - P_1).$

Dieß iſt die Gleichung zwiſchen Geſchwindigkeit und Preſſung des Waſſers in einer Röhrenleitung, und ſie unterſcheidet ſich von der ähnlichen für die Luft giltigen Gleichung (90) dadurch, daß darin kein Logarithmus vorkommt; letzterer hat alſo ſeinen Urſprung in der Veränderlichkeit der Dichte der Luft. Wendet man die Formel (113) auf den Ausfluß des Waſſers an, ſetzt alſo wie bei der Luft

$$U_1 = c,$$

$$P_1 = p,$$

ſo erhält man die Gleichung

$$c^2 - U^2 = \frac{2g}{\gamma}(P - p), \text{ also}$$

$$c = \sqrt{U^2 + \frac{2g}{\gamma}(P - p)}.$$

Ist die Geschwindigkeit U im Querschnitte A der Röhrenleitung sehr klein, wie dieß beim Ausflusse aus einem großen Behälter der Fall ist, so folgt

(114) . $c = \sqrt{\frac{2g}{\gamma}(P - p)} = \sqrt{\frac{2g}{\gamma} h\gamma} = \sqrt{2gh}$,

die bekannte Formel für die Ausflußgeschwindigkeit des Wassers aus Behältern durch verhältnißmäßig kleine Oeffnungen.

§. 16.

Gewicht und Nutzeffekt der aus Düsen ausfließenden Luft.

Die theoretische Ausflußmenge in einer Sekunde für eine düsenförmige Röhrenmündung von a Quadratmetern Querschnittsfläche sollte in Kilogrammen sein

(115) . . $L = ac\delta = ac\mu p$.

Die Erfahrung lehrt aber, daß für nicht zu sehr geneigte Seitenwände der Düse

(116) . . $L = 0{\cdot}85\,ac\mu p$ betrage.

Unter einem je größeren Winkel die Seiten der konischen Ausflußöffnung zusammenlaufen, desto mehr nimmt erfahrungsgemäß die wirkliche Ausflußmenge gegen die theoretische (115) ab, weil dabei ein Luftquerschnitt in den andern nicht genug allmälig übergeht. Verwandelt sich durch immerwährende Zunahme des Neigungswinkels der Düsenwände die konische Form der Düse endlich ganz in eine ebene Scheibe, findet daher der Ausfluß der Luft durch eine Oeffnung in einer dünnen Wand Statt, so nimmt der Ausflußkoeffizient k den geringsten Werth an, indem

$k = 0{\cdot}50$ bis $0{\cdot}60$ wird.

Bringt man an die Oeffnung in der Wand DD_1 (Fig. 6) ein Ansatzrohr Eaa_1E_1 an, so nimmt die Ausflußmenge wieder zu;

für konische Ansatzröhren kann man . $k = 0{\cdot}70 - 0{\cdot}90$,

„ cylindrische . . . . . $k = 0{\cdot}60 - 0{\cdot}80$

setzen, so zwar, daß für größere Pressungen die kleineren, für kleinere Pressungen die größeren Werthe von k gelten.

Der Nutzeffekt der mit der Geschwindigkeit = c ausströmenden Luft hängt lediglich von ihrer Geschwindigkeit ab, weil sie die Spannung der atmosphärischen Luft besitzt; vermöge (27) hat man, wenn L die in einer Sekunde ausströmende Luftmenge in Kilogrammen bezeichnet:

$$E = L\frac{c^2}{2g}.$$

Substituirt man darin den Werth für c^2 aus (101), so ist

(117) . . $$E = L\frac{U^2}{2g} + \frac{L}{\mu}\ \log\text{nat}\left(\frac{P}{p}\right).$$

Ist die Röhrengeschwindigkeit U = 0, wie dieß z. B. beim Ausflusse der Luft aus einem großen Behälter der Fall ist, so folgt:

$$E = \frac{L}{\mu}\log\text{nat}\left(\frac{P}{p}\right).$$

Dieser Ausdruck stimmt mit dem für die Gebläsearbeit entwickelten Ausdrucke (78) ganz überein, was auch in der Natur der Sache liegt, da bei Außerachtlassung der Hindernisse die aus Düsen strömende Luft weder mehr noch weniger Arbeit enthalten kann, als ihr vom Gebläse mitgetheilt wurde, vorausgesetzt, daß der Kolben selbst eine geringe Geschwindigkeit besitzt.

Bewegt sich dagegen die gepreßte Luft mit einer nicht zu vernachlässigenden Geschwindigkeit U, so besteht ihr Nutzeffekt an der Düsenmündung vermöge (117) aus zwei Theilen, und zwar

erstens aus der lebendigen Kraft, welche der Luft als träger Masse vermöge der Röhrengeschwindigkeit U zukömmt, und

zweitens aus $\frac{L}{\mu}\log\text{nat}\frac{P}{p}$, das ist aus dem Effekte W, welchen die Luft durch die Erhöhung ihrer Pressung von p auf P in sich aufgenommen hat, man kann daher auch setzen:

$$E = \frac{LU^2}{2g} + W.$$

Da die in (78) und in (117) enthaltenen Resultate für den Effekt von Gebläsen oder der verdichteten Luft, sie mag ohne oder mit einer gewissen Geschwindigkeit sich bewegen, durchgängig auf dem Mariott'schen Gesetze beruhen, so sind dieselben auf den gesättigten Wasserdampf nicht anwendbar.

Die Gleichung (117) für den Effekt der ausströmenden Luft stimmt mit der Gleichung (95) vollkommen überein, und man kann für dieselbe wie dort (96) und (97) näherungsweise setzen:

(118) . . $$E = M(\mathfrak{h} + h)\gamma = MH\gamma.$$

Ist $\mathfrak{h}$ gegen h sehr klein, so hat man auch

$$E = Mh\gamma.$$

Für gewöhnlich ist h über h vorherrschend; man sieht aber, daß auch das Umgekehrte Statt finden kann; es entscheidet also nicht das Pressungsverhältniß $\frac{P}{p}$ oder die Pressungsdifferenz $P - p$ für sich allein über den Nutzeffekt der ausströmenden Luft und des Gebläses, sondern es muß auch die Geschwindigkeit U mit in die Rechnung gezogen werden, mit der sich der Wind vor seinem Austritte aus der Düse, also vor seiner Expansion bewegt. Wenn man daher behauptet, daß z. B. Koaks und Steinkohlen eine höhere Pressung der Luft zur Verbrennung erfordern als Holzkohle, so ist darunter richtiger eine größere lebendige Kraft, also eine größere Geschwindigkeit c der ausströmenden Luft zu verstehen. Durch die größere lebendige Kraft vermag nämlich die Luft leichter in die Poren des Brennmaterials einzudringen und eine vollkommenere Verbrennung zu bewirken. Es ist also nicht $\frac{P}{p}$, sondern vielmehr die Geschwindigkeit c für jedes Brennmaterial maßgebend; und da vermöge (107)

$$c = 125\sqrt{H}$$

ist, so folgt, daß eigentlich die effektive Manometerhöhe H für jede Gattung Brennmaterial die charakteristische Größe sei.

§. 17.

Einfluß plötzlicher Verengungen oder Erweiterungen einer Röhrenleitung auf Geschwindigkeit, Pressung und den Nutzeffekt.

Erfolgt der Uebergang aus einem Querschnitt in den andern plötzlich, so wird die Regelmäßigkeit der Bewegung der Lufttheilchen gestört, die Luftfäden durchkreuzen sich, und es bilden sich, ähnlich wie beim Wasser, Luftwirbel, welche einen Theil der lebendigen Kraft der Luft vernichten.

Wird daher in eine Windröhrenfahrt z. B. ein prismatischer Windkasten vom Querschnitte A_1 (Fig. 7) eingeschaltet, so verliert die Luft beim Eintritte so wie beim Austritte an lebendiger Kraft durch die Wirbelbildung. Bei großen Dimensionen des Kastens wird die Geschwindigkeit U_1 darin nahe $= 0$, die Pressung oder Druckhöhe dagegen nur $= H_1$, so daß

$$H_1 < H = h + h$$

sich ergibt. Ebenso wird in A_2 die Geschwindigkeit U_1 in U_2 und

die Pressung P_1 in P_2 übergehen, so zwar, daß wieder

$$h_2 + b_2 = H_2 < H_1 < H$$

ist. Diese Wirbelbildung an den Verengungen ist es auch, welche die ganze Wirkungsgröße der aus einer Düse in die Atmosphäre ausströmenden Luft aufzehrt; sie verursacht, daß die Arbeit derselben sich nicht weiter nachweisen läßt.

Die Gesetze, nach denen diese Herabsetzung der lebendigen Kraft bei plötzlicher oder zu schneller Aenderung der Röhrenquerschnitte vor sich geht, sind bisher nicht genug festgestellt. Man schlägt aber zu diesem Behufe jedenfalls einen falschen Weg ein, wenn man diesen Arbeitsverlust, wie fast allgemein, nach der Theorie des Stoßes nicht elastischer Körper behandelt, weil eben die Luft kein unelastischer Körper ist.

Es dürfte nicht überflüssig sein, für einen bestimmten Fall das Verfahren näher darzustellen, welches man bei Beurtheilung des Einflusses einer plötzlichen Aenderung in der Geschwindigkeit der Luft gewöhnlich zu befolgen pflegt, um das Unrichtige daran leichter zu erkennen.

Beim Eintritte der Luft aus dem Rohre A in den Behälter A_1 findet ein Verlust an lebendiger Kraft Statt. Für den Stoß unelastischer Körper ist der Verlust an lebendiger Kraft allgemein

$$e = \frac{K K_1}{K + K_1} \frac{(U - U_1)^2}{2g},$$

wenn K und K_1 die Gewichte der stoßenden Körper bezeichnen (Redtenbacher's Prinzipien der Mechanik, S. 93). Da man sich nun vorstellt, daß jedes einzelne Lufttheilchen vom elementaren Gewichte $K = dL$ die ganze vor ihm befindliche und sich langsamer bewegende Luftmasse vom Gewichte $K_1 = L$ stößt, so ist für den vorliegenden Fall der elementare Verlust an lebendiger Kraft

$$de = \frac{dL \cdot L}{dL + L} \frac{(U - U_1)^2}{2g} = \frac{(U - U_1)^2}{2g} dL,$$

daher der Gesammtverlust

$$e = L \frac{(U - U_1)^2}{2g},$$

weil für $L = 0$ auch $e = 0$, daher die Konstante des Integrals $= 0$ wird.

Setzt man nun wegen des großen Querschnittes A_1 des Behälters $U_1 = 0$, so ist

$$e = L \frac{U^2}{2g}.$$

Wegen $L = M\delta$ und mit Rücksicht auf (93) folgt:

$$e = M\delta \frac{U^2}{2g} = M \frac{\delta}{\gamma} \frac{U^2}{2g} \gamma = Mh\gamma.$$

Es bleibt ſomit von dem urſprünglichen Effekt der Luft im Rohre A oder von

$$E = MH\gamma = M(h + \mathfrak{h})\gamma \text{ nur}$$
$$E_1 = Mh\gamma. \text{ Da aber auch}$$
$$E_1 = MH_1\gamma \text{ iſt, ſo folgt}$$
$$H_1 = h,$$

d. h. es findet im Behälter A_1 nur die der Waſſerſäule h entſprechende Preſſung Statt.

Die Geſchwindigkeit U hat ſich alſo nicht in Preſſung umgeſetzt, ſondern die ihr entſprechende Manometerhöhe $\mathfrak{h}$ iſt durch den angenommenen Stoß, in der That aber durch die Wirbelbildung beim Eintritte ganz verloren gegangen.

Beim Austritte der Luft aus dem Behälter läßt man abermals einen Stoß Statt finden, weil dort eine Verengung des Luftſtrahles und hierauf eine Erweiterung auf den Querſchnitt A_2 vor ſich gehe; es iſt alſo daſelbſt der Effektverluſt wie oben

$$e_1 = \frac{L(U_0 - U_2)^2}{2g},$$

wenn U_0 die Geſchwindigkeit im kontrahirten Strahle, und U_2 jene im Rohre bezeichnet. Drückt k_0 den Kontraktions-Koeffizienten für den Austritt aus dem Behälter aus, ſo folgt:

$$k_0 A_2 U_0 = A_2 U_2, \text{ alſo}$$
$$U_0 = \frac{U_2}{k_0},$$
$$U_0 - U_2 = U_2\left(\frac{1}{k_0} - 1\right),$$
$$(119) \quad . \quad e_1 = \frac{L}{2g} U_2^2 \left(\frac{1}{k_0} - 1\right)^2,$$
$$e_1 = \frac{M\delta}{2g} U_2^2 \left(\frac{1}{k_0} - 1\right)^2 = M\mathfrak{h}_2\gamma\left(\frac{1}{k_0} - 1\right)^2.$$

Es iſt daher der Effekt der Luft im Rohre A_2

$$E_2 = MH_2\gamma = E_1 - e_1 = Mh\gamma - M\mathfrak{h}_2\gamma\left(\frac{1}{k_0} - 1\right)^2,$$

woraus ſich ergibt

$$H_2 = h - \mathfrak{h}_2\left(\frac{1}{k_0} - 1\right)^2.$$

Sind die Querſchnitte A_2 und A einander gleich, ſo iſt

$$\mathfrak{h}_2 = \mathfrak{h};$$

ſubſtituirt man dieſen Werth für $\mathfrak{h}_2$ in die letztere Gleichung, und überdieß

$$h = H_1,$$

ſo erhält man:

$$H_2 = H_1 - h\left(\frac{1}{k_0} - 1\right)^2, \text{ also}$$

$$H_1 - H_2 = \left(\frac{1}{k_0} - 1\right)^2 h.$$

Für $k_0 = 0{\cdot}64$ ist $\left(\frac{1}{k_0} - 1\right)^2 = 0{\cdot}316$, daher

$$H_1 - H_2 = 0{\cdot}316\, h.$$

Da aber oben

$$H_1 = h = H - h$$

gefunden wurde, so ist

$$H - H_1 = h.$$

Es ist also der Verlust an effektiver Höhe beim Eintritte in den Behälter, d. i. $H - H_1 = h$, nahe dreimal größer als beim Austritte wegen

$$H_1 - H_2 = 0{\cdot}316\, h.$$

Bezeichnet endlich für den Austritt der Luft aus der Düse

c die Ausflußgeschwindigkeit in dem dort kontrahirten Querschnitte,

a den Querschnitt der Düsenmündung, und

k den Ausfluß-Koeffizienten daselbst, so hat man

$$A_2 U_2 = k a c,$$

$$U_2 = k \frac{a}{A_2} c;$$

und wenn man die zu a und A gehörigen Durchmesser mit d und D bezeichnet:

$$U_2 = k \frac{d^2}{D^2} c.$$

Man kann daher den Effektverlust e_1 beim Austritte der Luft aus dem Behälter A_1, mit Rücksicht auf (119), auch ausdrücken durch

$$e_1 = \frac{L}{2g} k^2 \frac{d^4}{D^4} c^2 \left(\frac{1}{k_0} - 1\right)^2.$$

Da aber der Luft im Behälter A_1 vermöge ihrer Pressung $= P_1$ der Effekt

$$E_1 = \frac{L}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_1}{p}\right)$$

zukömmt, so verbleibt der Luft im Rohre A_2 der Effekt

$$E_1 - e_1 = \frac{L}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_1}{p}\right) - \frac{L}{2g} k^2 \frac{d^4}{D^4} c^2 \left(\frac{1}{k_0} - 1\right)^2.$$

Vermöge ihrer Geschwindigkeit c beim Ausflusse aus den Düsen ist aber ihr Effekt daselbst

$$\frac{L}{2g} c^2, \text{ daher}$$

$$\frac{L}{2g} c^2 = \frac{L}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_1}{p}\right) - \frac{L}{2g} k^2 \frac{d^4}{D^4} \left(\frac{1}{k_0} - 1\right)^2 c^2,$$

woraus sich ergibt:

$$c = \sqrt{\frac{\frac{2g}{\mu} \log nat \left(\frac{P_1}{p}\right)}{1 + k^2 \frac{d^4}{D^4}\left(\frac{1}{k_0} - 1\right)^2}}.$$

(Vergleiche Redtenbacher: Resultate für den Maschinenbau, dritte Auflage, pag. 139, wenn man dort die Länge der Röhrenleitung $L = 0$ setzt.)

Wir sehen aus diesem Vorgange, daß bei Ermittlung des Arbeitsverlustes durch plötzliche Aenderung der Geschwindigkeit die Luft als ein weicher unelastischer Körper behandelt wird, was schlechterdings nicht gestattet werden kann; ferner daß man beim Austritte der Luft aus dem Behälter jenen Effektverlust gar nicht berücksichtigt, welcher aus dem Uebergange der Geschwindigkeit $U_1 = 0$ in U_0 entspringt, sondern bloß jenen in Rechnung bringt, der aus der Aenderung der Geschwindigkeit U_0 in U_2 hervorgeht. Wenn trotzdem die Resultate, welche bei Anwendung dieser Formel auf einen speziellen Fall erhalten werden, zufällig mit der Erfahrung übereinstimmen sollten, so folgt keineswegs, daß auch die zu Grunde gelegte Betrachtung richtig sei, sondern es geht daraus bloß hervor, daß die Verluste durch die Wirbelbildung in dem bestimmten Falle zufällig eben so groß sind, als sie sich ergeben würden, wenn man den Fall nach dem Stoße nicht elastischer Körper behandelt.

Mit Rücksicht auf den Arbeitsverlust, welcher bei plötzlicher Aenderung der Röhrenquerschnitte in Folge der Wirbelbildung eintritt, wird man es erklärlich finden, warum man die Ausflußmündungen der Röhren konisch gestaltet; man erreicht dabei nämlich den Vortheil, daß man trotz des kleinen Querschnittes der Ausflußöffnung den Leitungsröhren dennoch einen größeren Querschnitt geben kann, was mit Rücksicht auf die Reibungshindernisse der Luft an den Seitenwänden vortheilhaft ist, wie in den nachstehenden Paragraphen gezeigt wird.

§. 18.

Einfluß der Luftreibung an den Röhrenwänden einer Windleitung auf den Nutzeffekt.

Es erübrigt der Vollständigkeit wegen, an den letzten Fall noch jene Untersuchungen anzuschließen, welche die Reibung der Luft an den Röhrenwänden und die Bestimmung des hieraus sich ergebenden Nutzeffektverlustes zum Gegenstande haben.

Es seien H' und H'' die effektiven Manometerhöhen, welche zwei an beliebigen Punkten I und II in Fig. 8 einer längern Röhrenleitung angebrachte, mit dem horizontalen Schenkel gegen den Windstrom gestellte Manometer angeben.

Diese Manometerhöhen weichen erfahrungsgemäß sowohl unter einander ab, als auch von der effektiven Manometerhöhe H vor der Düsenmündung (oder innerhalb der Düsen), und zwar werden sie in demselben Maße kleiner, je näher der Düse sie beobachtet wurden; es ist also

$$H'' > H' > H.$$

Es wird nämlich zur Ueberwindung der Reibungswiderstände an den Röhrenwänden ein Theil des ursprünglichen Effektes in II oder von

$$E'' = M H'' \gamma$$

aufgezehrt, so daß beim zweiten Manometer nur der Effekt

$$E' = M H' \gamma,$$

und an der Düse bloß der Effekt

$$E = M H \gamma$$

zurückbleibt. Der wegen Ueberwindung der Reibungswiderstände zwischen den beiden Manometerständen H'' und H' Statt findende Effektverlust ist daher

$$e = E'' - E' = M (H'' - H') \gamma.$$

Da wegen der fast gleichen Dichte der Luft in den verschiedenen Querschnitten der Röhrenleitung das in einer Sekunde durchströmende Volumen M derselben nahe konstant bleibt, so ist es vorzugsweise die Differenz der effektiven Manometerhöhen, nach welcher der Verlust an Effekt beurtheilt werden muß.

Nach den bisherigen Erfahrungen ist der Effektsverlust der bewegten Luft, wie jener des bewegten Wassers, von der Länge l und dem Durchmesser D des betreffenden Röhrenstückes abhängig, und steht im geraden Verhältnisse mit l, und verkehrten mit D. Außerdem richtet sich derselbe nach der Geschwindigkeit U der Luft in der Röhrenleitung, indem er im quadratischen Verhältnisse von U, also wie U^2 zunimmt. Es ist daher, wenn α einen Erfahrungs-Koeffizienten bezeichnet:

$$(120) \quad . \quad . \quad H'' - H' = \alpha \frac{l}{D} U^2.$$

Die absoluten Pressungen P' und P'' oder die Pressungshöhen h' und h'' der Luft in den beiden in Rede stehenden Querschnitten der Röhrenleitung haben auf den Effektverlust erfahrungsgemäß keinen merklichen Einfluß.

Das Volum M der durch beide Querschnitte durchstreichenden Luft läßt sich ausdrücken: durch die in allen Punkten der Röhrenleitung erfahrungsgemäß fast vollkommen gleiche Geschwindigkeit U

$$M = \frac{D^2\pi}{4} U,$$

und durch die Ausflußgeschwindigkeit c in den Düsenmündungen

$$M = N k \frac{d^2\pi}{4} c,$$

wenn N die Zahl der offenen Düsen und k den Kontraktions-Koeffizienten bezeichnet. Es ist also

$$\frac{D^2\pi}{4} U = N k \frac{d^2\pi}{4} c,$$

$$U = k \frac{d^2}{D^2} N c,$$

und mit Rücksicht auf (106)

$$U = k \frac{d^2}{D^2} N \sqrt{2 g H \frac{\gamma}{\delta}}.$$

Substituirt man diesen Werth für U in (120), so folgt

$$H'' - H' = \alpha \frac{1}{D} k^2 \frac{d^4}{D^4} N^2 2 g H \frac{\gamma}{\delta},$$

$$H'' - H' = 2 g \alpha k^2 \frac{\gamma}{\delta} \frac{d^4}{D^5} N^2 l H.$$

Setzt man das Produkt aus den konstanten Faktoren

$$(121) \quad . \quad 2 g \alpha k^2 \frac{\gamma}{\delta} = \zeta,$$

so hat man auch:

$$(122) \quad . \quad H'' - H' = \zeta \frac{d^4}{D^5} N^2 l H.$$

D'Aubuisson fand aus sehr vielen von ihm selbst abgeführten Versuchen, wobei aber nicht die effektiven, sondern bloß die Pressungs-Manometerhöhen h'' und h' beobachtet und in Rechnung gebracht wurden:

$$\zeta = 0{\cdot}0238 = \tfrac{1}{42}.$$

Nach meinen in der „österr. Zeitschrift für Berg- und Hüttenwesen" vom Jahre 1856, Nr. 51 veröffentlichten Versuchen ergibt sich richtiger:

$$\zeta = 0{\cdot}03.$$

Man hat daher:

$$(123) \quad . \quad H'' - H' = 0{\cdot}03 \frac{d^4}{D^5} N^2 l H.$$

Denkt man sich das Manometer, welches die Höhe H' anzeigt, bis an die Düse vorgerückt, so übergeht

H' in H,

und H'' — H bezeichnet sodann den Verlust an effektiver Manometerhöhe für die ganze Länge L der Windleitung von ihrem Beginne bis zur Mündung der Düsen. Man hat dann

$$(124) \quad . \; . \quad H'' - H = 0{\cdot}03 \frac{d^4}{D^5} N^2 L H, \quad \text{also}$$

$$(125) \quad . \; . \quad H'' = \left(1 + 0{\cdot}03 \frac{d^4}{D^5} N^2 L\right) H.$$

Mit Hilfe dieser Formel läßt sich aus der gegebenen effektiven Manometerhöhe H vor der Düse die effektive Manometerhöhe H'' für eine beliebige Länge L der Windleitung leicht berechnen. Ist z. B. der Durchmesser zweier Hochofen-Düsen

$$d = 30''' = 0{\cdot}^m066,$$

und jener der Windleitungsröhren

$$D = 10'' = 0{\cdot}^m263,$$

soll ferner die effektive Manometerhöhe an den Düsen

$$H = 24''' \text{ Quecksilber-} = 0{\cdot}^m715 \text{ Wassersäule}$$

betragen, so wird die effektive Manometerhöhe in einem Abstande $L = 100^m$ von der Düsenmündung sich ergeben aus

$$H'' = \left(1 + 0{\cdot}03 \frac{\overline{0{\cdot}066}^4}{\overline{0{\cdot}263}^5} 2^2{\cdot}100\right) 0{\cdot}715 = 1{\cdot}18\, 0{\cdot}715 = 0{\cdot}^m844.$$

Die effektive Manometerhöhe H'' muß also in 100^m Distanz um 18% größer gehalten werden als vor den Düsen.

Tritt die Luft unmittelbar aus der Windleitung heraus, ohne daß letztere an ihrer Mündung düsenförmig zuläuft, so findet keine Kontraktion Statt, und es muß von den konstanten Faktoren, aus denen vermöge (121) ζ besteht, $K^2 = 1$ gesetzt werden.

Für diesen Fall ist nach den von mir abgeführten Versuchen

$$\zeta = 0{\cdot}02,$$

so daß $k = 0{\cdot}81$ sich ergibt, was mit den Erfahrungen über k gut übereinstimmt. Wegen $N = 1$ und $d = D$ übergeht daher für diesen Fall die Formel (125) in

$$H'' = \left(1 + 0{\cdot}02 \frac{L}{D}\right) H.$$

Die Formel (125) gilt vermöge ihres Baues für jedes beliebige Maß; man hätte daher im vorliegenden Beispiele auch in Linien rechnen, und $N = 2$, $d = 30'''$, $D = 120'''$, $L = 45550'''$, $H = 24'''$ setzen können.

Bei den von mir abgeführten Versuchen wurden die Geschwindigkeitshöhen h' h'' ... an verschiedenen Stellen der bedeutend lan-

gen (103m) Windleitung in der That sehr nahe gleich beobachtet, woraus hervorgeht, daß die Geschwindigkeit der Luft durch die Reibungswiderstände keine Aenderung erleidet, sondern daß sich deren Einfluß bloß auf die Druckhöhen h' h" ... bezieht.

Eine weitere Verminderung erleidet die effektive Pressung H durch Krümmungen oder Brechungen der Windleitung, zu deren Berechnung es aber bis jetzt noch zu wenig genaue Anhaltspunkte gibt, weßhalb diese Verminderung bloß geschätzt werden muß.

§. 19.

Anwendung des Vorausgeschickten auf Berechnung der Windmenge und Betriebskraft eines Gebläses.

Mit Hilfe der in dieser Abtheilung entwickelten Formeln läßt sich die Windmenge und Betriebskraft der Gebläse für den kalten Wind auf folgende Art berechnen.

Die Wirkung des in einen Schmelzofen geleiteten Windstromes hängt nicht bloß von der per Sekunde dem Brennstoffe zugeführten Luftmenge ab, sondern sie richtet sich auch wesentlich nach der Geschwindigkeit, mit welcher die Luft das Brennmaterial trifft, d. i. nach der effektiven Manometerhöhe, wie solche, dem Windstrome entgegen, mittelst des Manometers an der Düsenmündung abgenommen wird. Es müssen daher beide Größen, nämlich Luftmenge und effektive Manometerhöhe, als Erfahrungsdaten für jeden besonderen Fall gegeben sein.

Die Windmenge M kann entweder in Kubik-Metern (oder Kubik-Fußen) oder auch durch die Zahl und den Durchmesser der Düsen in Verbindung mit der effektiven Manometerhöhe ausgedrückt werden.

Bei der Anlage von Gebläsen wird daher die Zahl und der Querschnitt der Düsen nebst der effektiven Manometerhöhe H im Zuleitungsrohre zunächst den Düsen als gegeben vorausgesetzt. Bei einem im Gange befindlichen Gebläse lassen sich diese beiden Größen leicht abnehmen.

Die Ausflußgeschwindigkeit der Luft an der Düse bei einer Temperatur von 10° C. findet man aus (107); es ist nämlich

(126) . . $c = 125\sqrt{H}$ Meter.

Da der Wind bei seinem Austritte aus einer Düse vom Querschnitte a die Pressung der atmosphärischen Luft annimmt, so ist das

die durch Düsen ausstr

Durchmesser der Düsen in Linien n

Volum de	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
	·77	1·94	2·18	2·41	2·62	2·88	3·16	3·41	3·68	3
Subs	**Windmenge per Minute in Wiener Kub**									
den Koch'										
Weisbach	28	32	35	39	42	46	50	55	59	
(126), so	40	45	50	55	60	66	71	77	84	
	57	63	70	77	85	93	101	110	118	1
(1	70	78	86	95	104	114	124	134	145	1
Bezg	80	90	99	109	120	131	143	155	168	1
	90	100	111	122	134	147	160	173	187	2
(1	98	110	121	134	147	161	175	190	205	2
oder wenn	106	118	131	145	159	173	189	205	221	2
(1	114	127	140	155	169	185	202	219	237	2
Nach	120	134	149	164	180	197	214	232	251	2
schlossene T										
für das s	127	142	157	173	190	207	226	245	265	2
Formeln, n	133	148	164	181	199	217	237	257	278	3
Gestalt:	139	155	172	189	208	227	247	268	290	3
	145	161	179	197	216	236	257	279	302	3
	150	167	185	204	224	245	267	290	313	3
(130)	155	173	192	212	232	254	276	300	324	3
	161	179	198	219	240	262	285	310	335	3
	166	184	204	225	247	270	294	318	345	3
(131)	170	190	210	232	254	278	303	328	355	3
	175	195	216	238	261	286	311	337	365	3
Sind										
	180	200	222	244	268	293	319	346	374	4
(132)	184	205	227	250	275	300	327	355	384	4
	188	210	232	256	281	307	335	363	393	4
(133)	193	215	238	262	287	314	342	371	401	4
Dief	197	219	243	268	294	321	349	379	410	4
belle II. b	201	224	248	273	300	328	357	387	419	45
Drüc	205	228	253	279	306	334	364	395	427	46
höhe H in	209	232	257	284	311	341	371	402	435	46
aus, so fo	213	237	262	289	317	347	378	410	443	47
	216	241	267	294	323	353	384	417	452	48
(134)	220	245	271	299	328	359	391	424	459	49
(135)	227	253	280	309	339	371	404	438	474	51
	234	261	289	319	350	382	416	451	488	52
Aus	241	268	297	328	360	393	428	465	502	54
strömenden	247	276	305	337	368	404	440	477	516	55
	254	283	314	346	379	414	451	490	530	57

...ausströmenden Windmengen (Wiener

...n Linien ausgedrückten Querschnittsflächen in Quadrat-Zollen

25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	3¼"	3½"
3·41	3·68	3·1	4·27	4·56	4·91	5·23	5·56	5·94	6·30	6·65	7·07	8·28	9·62

...Wiener Kubikfußen bei mittlerem Barometerstande und 8° R. Tempe

55	59	64	69	74	79	84	90	95	101	107	114	133	15
77	84	90	97	104	112	119	127	135	143	152	161	188	21
110	118	128	137	147	158	168	179	191	203	215	227	266	30
134	145	156	168	180	193	206	220	234	248	263	278	326	37
155	168	181	194	208	223	238	254	270	286	304	321	377	42
173	187	202	217	233	249	266	284	302	320	339	359	422	48
190	205	221	238	255	273	292	311	331	351	372	393	462	53
205	221	239	257	276	295	315	336	357	379	401	425	498	57
219	237	255	275	295	315	337	359	381	405	429	454	533	61
232	251	271	291	313	335	357	381	405	430	455	482	565	65
245	265	286	307	329	353	376	401	427	453	480	508	596	69
257	278	300	322	346	370	395	421	447	475	503	533	625	72
268	290	313	336	361	386	412	439	467	496	526	556	653	75
279	302	326	350	376	402	429	457	486	516	547	579	679	78
290	313	338	363	390	417	446	475	505	536	568	601	705	81
300	324	350	376	403	432	461	491	522	555	588	622	730	84
310	335	361	389	417	446	476	507	540	573	607	642	754	87
318	345	372	400	430	460	491	523	556	590	626	662	777	90
328	355	383	412	442	473	505	538	572	608	644	681	799	92
337	365	394	423	454	486	519	553	588	624	661	700	821	94
346	374	404	434	466	499	532	567	603	640	679	718	843	97
355	384	414	445	477	511	546	581	618	656	695	736	863	100
363	393	424	456	489	523	558	595	633	672	712	753	884	102
371	401	433	466	500	535	571	608	647	687	728	770	904	104
379	410	442	476	510	546	583	621	661	702	743	786	923	107
387	419	452	486	521	558	595	634	675	716	759	803	942	109
395	427	461	495	531	569	607	647	688	730	775	819	961	111
403	435	469	505	541	580	619	659	701	744	789	834	979	114
411	443	478	514	551	590	630	671	714	758	803	850	997	115
419	452	486	523	561	601	641	683	727	771	817	865	1015	117
427	459	495	532	571	611	652	695	739	784	831	879	1032	119
434	474	511	549	589	631	674	718	763	810	858	908	1066	123
441	488	527	566	607	650	694	740	787	835	885	936	1099	127
448	502	542	583	625	669	714	761	810	859	911	963	1131	131
455	516	557	599	642	687	734	782	832	883	935	990	1161	134
462	530	571	614	659	705	753	800	853	906	960	1016	1192	138

Fußmaß).

	3¾″	4″	4¼″	4½″	4¾″	5″	5¼″	5½″	5¾″	6
Vol u	10·95	12·56	14·17	15·90	17·71	19·64	21·64	23·76	25·18	29
	ratur									
den K										
Wei s										
(126)	177	202	228	255	285	315	348	382	417	4
	251	285	322	361	403	446	492	540	590	6
	355	404	456	511	569	631	695	763	834	9
	435	494	558	626	697	773	852	935	1122	11
	502	571	645	726	805	892	983	1079	1180	12
	561	638	721	808	900	997	1099	1207	1319	14
oder m	614	699	789	885	986	1092	1204	1322	1445	15
	664	755	853	956	1065	1180	1301	1428	1561	16
	708	807	911	1022	1138	1261	1391	1526	1668	18
	753	856	967	1084	1208	1338	1475	1619	1770	19
schloſſe										
für da	793	903	1019	1142	1273	1410	1555	1707	1865	20
Form e	832	947	1069	1198	1335	1479	1631	1790	1956	21
Geſtal	869	988	1116	1251	1394	1545	1703	1869	2043	22
	905	1029	1162	1303	1451	1608	1773	1946	2127	23
	939	1068	1216	1352	1506	1669	1840	2019	2206	24
(130)										
	972	1105	1248	1399	1559	1728	1904	2190	2284	24
	1004	1142	1289	1445	1610	1784	1967	2159	2359	25
	1034	1177	1329	1489	1660	1839	2027	2225	2432	26
(131)	1064	1211	1367	1533	1708	1892	2086	2290	2501	27
	1093	1244	1405	1575	1755	1944	2143	2352	2571	27
	1122	1277	1441	1616	1800	1995	2199	2413	2638	28
(132)	1150	1308	1477	1655	1845	2044	2253	2473	2703	29
	1177	1339	1511	1694	1888	2092	2306	2531	2766	30
(133)	1203	1369	1545	1732	1930	2139	2358	2588	2829	30
	1229	1398	1579	1770	1972	2185	2409	2644	2889	31
belle D	1254	1427	1611	1806	2025	2230	2459	2698	2949	32
	1279	1455	1643	1842	2052	2274	2507	2752	3007	32
höhe H	1304	1483	1674	1877	2092	2319	2555	2804	3065	33
aus, f	1327	1510	1705	1912	2140	2360	2602	2856	3121	33
	1351	1537	1735	1946	2168	2402	2648	2906	3178	34
(134)										
	1374	1563	1765	1979	2205	2443	2693	2956	3231	35
(135)	1419	1615	1823	2044	2277	2523	2782	3053	3337	36
	1463	1664	1879	2167	2347	2601	2867	3147	3439	37
	1505	1713	1934	2168	2415	2676	2950	3238	3539	38
fir	1546	1759	1986	2227	2481	2749	3031	3327	3636	39
		1805	2038	2285	2546	2821	3110	3413	3720	40

nge an der Düsenmündung:

$$\begin{cases} E = M.H\gamma = 1000\,MH \text{ Kilogr.-Meter, oder} \\ E = \frac{1000\,MH}{75} = \frac{40}{3}\,MH \text{ Pferdekraft.} \end{cases}$$

d H in Wiener Fußen,
M „ „ Kubik-Fußen, und
γ „ „ Pfunden in die Rechnung genommen, so

in:

$$E = MH\gamma = 56{\cdot}5\,MH \text{ Fuß-Pfunde,}$$

$$E = \frac{56{\cdot}5\,MH}{424} = \frac{4}{30}\,MH \text{ Pferdekräfte,}$$

H in Wiener Zollen ist

$$E = 56{\cdot}5\,\frac{MH}{12} = 4{\cdot}7\,MH \text{ Fuß-Pfunde,}$$

$$E = \frac{4{\cdot}7}{424}\,MH = 0{\cdot}0111\,MH = 0{\cdot}000185\,M_m H \text{ Pferdekr.}$$

ückt man H in Wiener Linien eines Queckſilber-Ma- aus, ſo folgt:

$$\begin{cases} E = 56{\cdot}5\,M\,.\,\frac{13{\cdot}55\,H}{144} = 5{\cdot}31\,MH \text{ Fuß-Pfunde,} \\ E = 56{\cdot}5\,\frac{M_m}{60}\,.\,\frac{13{\cdot}55\,H}{144} = 0{\cdot}0885 M_m H \text{ Fuß-Pfunde, oder} \\ E = \frac{5{\cdot}31}{424}\,.\,MH = 0{\cdot}0125\,MH \text{ Pferdekräfte,} \\ E = \frac{0{\cdot}0885}{424}\,M_m H = 0{\cdot}000209\,M_m H \text{ Pferdekr.} \end{cases}$$

ill man aber den Nutzeffekt des Gebläſes beſtimmen, ſo an auch noch die Widerſtände der Röhrenleitung in Rechnung und mit Rückſicht auf die Dimenſionen der Röhren aus H den von H'', d. i. die effektive Manometerhöhe in der Röhrenlei- nächſt der Gebläſemaſchine mit Hilfe der Formel (125) be-

ermöge (127) iſt für einen andern Düſenquerſchnitt a_1 und andere Manometerhöhe H_1

$$M_1 = 106\,a_1\sqrt{H_1}.$$

efern beide Düſen eine gleiche Windmenge in einer Se- iſt alſo

$$M = M_1,$$

$$a\sqrt{H} = a_1\sqrt{H_1},$$

$$H_1 = \left(\frac{a}{a_1}\right)^2 H.$$

Aus dieser Gleichung geht hervor, welchen großen Einfluß der Düsenquerschnitt auf die effektive Pressung bei gleicher Windmenge ausübe. Ist z. B.

$$a_1 = \tfrac{1}{2}a,$$

so steigt bei gleicher Windmenge der Werth H_1 auf das Vierfache von H. Wenn also der Düsenquerschnitt a_1 nur wenig abnimmt, so wächst bei gleichem Luftvolum M die Pressung H schon bedeutend, also auch die Betriebskraft des Gebläses (136).

Um aus E die Größe der Betriebskraft an der Welle des Wasserrades oder der Dampfmaschine ꝛc. zu erhalten, braucht man bloß E durch 0·6 zu dividiren, weil erfahrungsgemäß bei gut konstruirten Cylindergebläsen der Nutzeffekts-Koeffizient nahe = 0·6 angenommen werden kann.

Zu besserer Verdeutlichung des Gesagten soll eine spezielle Aufgabe hier durchgeführt werden.

Es handle sich um ein Gebläse für einen Eisenhochofen, welcher mit Rücksicht auf dessen Dimensionen und auf das zu benützende Brennmaterial aus hüttenmännischen Gründen mit 64 Kubik-Metern (2026 Wr. Kubik-Fuß) Wind von atmosphärischer Dichtigkeit in einer Minute oder

$$M = \tfrac{64}{60} = 1{\cdot}07 \text{ Kub.-Met. in einer Sekunde}$$

versorgt werden soll.

Ferner wird aus denselben Gründen für nöthig erachtet, die effektive Queckfilber-Manometerhöhe vor den Düsen auf $0{\cdot}^{m}066$ (30 Linien) Queckfilbersäule festzustellen, wornach sich die Wasser-Manometerhöhe

$$H = 0{\cdot}^{m}897$$

ergibt.

Wird durch drei Düsen geblasen, so entfällt auf jede derselben eine Windmenge

$$M_m = \frac{64}{3} = 21{\cdot}33 \text{ Kub.-Met. in einer Minute,}$$

oder

$$M = \frac{21{\cdot}33}{60} = 0{\cdot}355 \text{ Kub.-Met. in einer Sekunde.}$$

Der Querschnitt a einer Düse ergibt sich aus (127)

$$a = \frac{M}{106\sqrt{H}} = \frac{0{\cdot}355}{106\sqrt{0{\cdot}897}} = 0{\cdot}0035\,\square^{m},$$

daher der Durchmesser d wegen

$$\frac{d^2\pi}{4} = a = 0{\cdot}0035 \text{ aus}$$

$$d = \sqrt{\frac{4a}{\pi}} = 1{\cdot}128\sqrt{a} = 1{\cdot}128\sqrt{0{\cdot}0035} = 0{\cdot}^{m}0667,$$

oder 2″ 6‴ Wr. Maß.

Mit Hilfe der oben beigeſchloſſenen Tabelle I. kommt man ſchneller zum Ziele, wenn man in der horizontalen Zeile für eine Preſſung, die der gegebenen $H = 0{\cdot}897$ zunächſt ſteht, alſo in der Zeile für $H = 0{\cdot}900$ mit dem Finger ſo weit nach rechts hinfährt, bis man zu einem Volum gelangt, welches dem gegebenen $= 21{\cdot}33$ Kubik-Meter in einer Minute am nächſten gleichkommt, alſo bis $19{\cdot}9$. Die im Kopf der Tabelle vertikal darüberſtehende Ziffer $0{\cdot}065$ gibt ſodann den Durchmeſſer der Düſe, welcher dem oben berechneten ſehr nahe ſteht.

Um den theoretiſchen Effekt des Gebläſes zu finden, iſt es nothwendig, die effektive Manometerhöhe H″ in der Windleitung zunächſt des Gebläſes zu kennen. Iſt die Windleitung kurz, ſo kann man $H'' = H$ ſetzen, und es iſt dann der Nutzeffekt am Gebläſekolben laut (98)

$$E = \mathfrak{M} H \gamma = 1{\cdot}07.0{\cdot}897.1000 = 960 \text{ Kilogr.-Meter},$$

$$E = \frac{960}{75} = 12{\cdot}8 \text{ Pferdekräfte}.$$

Für eine längere Windleitung findet man H″ aus H mit Hilfe der Formel (125). Um jedoch dieſelbe anwenden zu können, iſt es nothwendig, den Durchmeſſer D der Windleitung feſtzuſtellen. Dieſer ergibt ſich aber aus der Windmenge und der mittleren Geſchwindigkeit U, die man dem Winde in der Leitung zu geben beabſichtigt, und die in der Regel $= 10^{m}$ angenommen wird; es iſt nämlich der Querſchnitt der Windleitung

$$A = \frac{\mathfrak{M}}{10} = \frac{1{\cdot}07}{10} = 0{\cdot}107 \text{ □ Meter, alſo}$$

$$D = \sqrt{\frac{4}{\pi} A} = 1{\cdot}128\sqrt{A} = 1{\cdot}128\sqrt{0{\cdot}107} = 0{\cdot}^{m}37 = 14'' \text{W. M.}$$

Bei Berechnung des Querſchnittes A ſollte zwar das Volum der verdichteten Luft in Rechnung gebracht werden, was aber hier wegen der geringen Differenz im Reſultate und mit Rückſicht auf das zu (54) Geſagte der Einfachheit halber ganz unterbleiben kann. Beträgt die Länge L der Windleitung z. B. 20 Meter, ſo iſt vermöge (125):

$$H'' = \left(1 + 0{\cdot}03 \cdot \frac{\overline{0{\cdot}067}^{4}}{\overline{0{\cdot}37}^{5}} \cdot 3^{2}.20\right) 0{\cdot}897 = 0{\cdot}^{m}911.$$

Dieſe Höhe muß aber noch weiter vermehrt werden um die Widerſtandshöhe, welche aus den Biegungen und Brechungen der Windleitung entſpringt.

Aus dieser Gleichung geht hervor, welchen gro…
üsenquerschnitt auf die effektive Pressung bei …
Höhe. Ist z. B.

$$a_1 = \frac{1}{2} a,$$

steigt bei gleicher Windmenge der Werth …
on H. Wenn also der Düsenquerschnitt a …
ächst bei gleichem Luftvolum M die P…
lso auch die Betriebskraft des Gebläse…

Um aus E die Größe der Betr…
Wasserrades oder der Dampfmasch…
loß E durch 0·6 zu dividiren, …
truirten Cylindergebläsen der …
genommen werden kann.

Zu besserer Verdeutli…
gabe hier durchgeführt …

Es handle sich u…
welcher mit Rücksicht …
Brennmaterial aus…
2026 Wr. Kubik…
Minute oder

M…

versorgt w…

Fe…
ffektiv…
30 …

C.

ichtung und Bewegung der atmosphärischen L Temperatur, oder Theorie der Gebläse für heißen Wind.

§. 20.

rwärmung einer eingeschlossen und bezogen auf eine Wärme- inheit.

.. Einfluß der Erhitzung auf bewegte Luft unt , wollen wir vorher die Wirkung der Erhitzung an ruhig etrachten, und zu diesem Behufe annehmen, daß dieselbe in Cylindrischen Behälter mittelst eines äquilibrirten Kolbens ein sen sei.

Es bezeichnen:

Kilogramme das Gewicht der Luft im Cylinder;

Quadrat-Meter die Oberfläche des Kolbens;

10333 Kilogr. die dem mittleren atmosphärischen Luftdrucke glei Pressung der inneren Luft vor, und

Kilogramme die Pressung nach der Verdichtung, beide auf ein Quadrat-Meter bezogen.

Der Kolben ist demnach von Außen durch den atmosphärisch Luftdruck mit A p Kilogr., und außerdem durch ein aufgelegtes Gewi mit A(P—p) Kilogr., zusammen also mit AP Kilogr. belastet, u hält somit dem Drucke der komprimirten Luft das Gleichgewicht.

Die in der zusammengepreßten Luft angesammelte, und bei de Ausflusse zur Wirksamkeit gelangende Arbeitsmenge oder Wirkung Größe läßt sich nach (59) allgemein durch

$$W = \frac{L}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P}{p}\right)$$

Setzen wir dieſe Vermehrung ſchätzungsweiſe auf 10% der zuletzt berechneten Höhe H'', ſo folgt

$$H'' = 1 \text{ Meter.}$$

Dieſe Höhe iſt es nun, welche zur Berechnung des Gebläſe-Nutzeffektes aus (136) benützt werden muß; es folgt dann

$$E = 1000.1{\cdot}07.1 = 1070 \text{ Kil.-Met.}$$

oder

$$E = \frac{1070}{75} = 14{\cdot}3 \text{ Pferdekräfte.}$$

An der Welle der Kraftmaſchine werden daher ungefähr

$$\frac{14{\cdot}3}{0{\cdot}60} = 24 \text{ Pferdekräfte}$$

erforderlich ſein.

C.

Geſetze der Verdichtung und Bewegung der atmoſphäriſchen Luft von erhöhter Temperatur, oder Theorie der Gebläſe für heißen Wind.

---

§. 20.

Wirkungsgröße der Erwärmung einer eingeſchloſſenen Luftmenge im Ganzen und bezogen auf eine Wärmeeinheit.

Ehe wir den Einfluß der Erhitzung auf bewegte Luft unterſuchen, wollen wir vorher die Wirkung der Erhitzung an ruhiger Luft betrachten, und zu dieſem Behufe annehmen, daß dieſelbe in einen cylindriſchen Behälter mittelſt eines äquilibrirten Kolbens eingeſchloſſen ſei.

Es bezeichnen:

L Kilogramme — das Gewicht der Luft im Cylinder;

A Quadrat-Meter — die Oberfläche des Kolbens;

p = 10333 Kilogr. — die dem mittleren atmoſphäriſchen Luftdrucke gleiche Preſſung der inneren Luft vor, und

P Kilogramme — die Preſſung nach der Verdichtung, beide auf einen Quadrat-Meter bezogen.

Der Kolben iſt demnach von Außen durch den atmoſphäriſchen Luftdruck mit A p Kilogr., und außerdem durch ein aufgelegtes Gewicht mit A (P — p) Kilogr., zuſammen alſo mit A P Kilogr. belaſtet, und hält ſomit dem Drucke der komprimirten Luft das Gleichgewicht.

Die in der zuſammengepreßten Luft angeſammelte, und bei deren Ausfluſſe zur Wirkſamkeit gelangende Arbeitsmenge oder Wirkungsgröße läßt ſich nach (59) allgemein durch

$$W = \frac{L}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P}{p}\right)$$

ausdrücken; darin hat die Größe μ nach (48) den Werth

$$\mu = \frac{\delta_0}{p} \cdot \frac{1}{(1+bt)},$$

unter der dort (42) und (45) gemachten Voraussetzung, daß

$\delta_0 = 1{\cdot}299$ Kilogr. das Gewicht eines Kubik-Meters atmosphärischer Luft bei 0^0 Temperatur und bei der mittleren Pressung $p = 10333$ Kilogr. auf $1^{\square m}$., und

$b = 0{\cdot}00375 = \frac{3}{800}$ den Volumsausdehnungs-Koeffizienten der Luft, endlich

t . . . . . die sich fort gleichbleibende ursprüngliche Temperatur der Luft bedeutet.

Man kann daher auch schreiben:

$$(139) \quad . \; . \quad W = \frac{Lp}{\delta_0}(1+bt) \log nat \left(\frac{P}{p}\right),$$

und da nach (64) und (69) näherungsweise

$$\log nat \frac{P}{p} = \frac{P-p}{p} = \frac{h\gamma}{p}$$

gesetzt werden kann, worin h die Wassermanometersäule und $\gamma = 1000$ Kilogr. das Gewicht eines Kubikmeters Wasser bedeutet, so hat man für die Wirkungsgröße W auch die Näherungsformel:

$$(140) \quad . \; . \quad W = \frac{Lh\gamma}{\delta_0}(1+bt).$$

Wird die im Cylinder eingeschlossene Luft bei unveränderter Belastung des Kolbens, also bei gleichbleibender innerer Spannung P von t auf $t_1 > t$ Grade allmälig erwärmt, so wird sich der Kolben heben, und es ergibt sich die in der erwärmten Luft angesammelte Wirkungsgröße W_1 auf dieselbe Art wie (139) und (140):

$$(141) \quad . \; . \quad W_1 = \frac{Lp}{\delta_0}(1+bt_1) \log nat \left(\frac{P}{p}\right) = \frac{Lh\gamma}{\delta_0}(1+bt_1).$$

Wegen $t_1 > t$ ist auch $W_1 > W$; es beträgt daher der in der verdichteten Luft durch die Erwärmung von t auf t_1 bewirkte Zuwachs an Wirkungsgröße:

$$(142) \quad . \; . \quad w_1 = W_1 - W = \frac{Lp}{\delta_0} b(t_1 - t) \log nat \left(\frac{P}{p}\right)$$

$$= \frac{Lh\gamma}{\delta_0} b(t_1 - t) \text{ Kilogr.-Meter.}$$

Diese Zunahme an Wirkungsgröße in Folge der Erwärmung steht demnach im geraden Verhältnisse mit der Luftmenge L, dann mit der sich gleichbleibenden Manometerhöhe h, endlich mit der Temperatur-Differenz $t_1 - t$.

Durch die vorausgesetzte allmälige Erwärmung gewinnt aber

nicht bloß die eingeſchloſſene Luft einen gewiſſen Zuwachs an Wirkungsgröße, ſondern es wird auch an die äußere Atmoſphäre eine gewiſſe Wirkungsgröße übertragen, da der Kolben ſammt dem ganzen darauf ruhenden Gewichte AP wegen der ſich gleichbleibenden innern Spannung P um S Meter in die Höhe ſteigt. Dieſe Uebertragung der Wirkungsgröße an die äußere Atmoſphäre findet im vorliegenden Falle auf dieſelbe Weiſe Statt, wie bei einer einfach wirkenden Luftdruckpumpe, deren Kolben um S Meter in die Höhe gehoben wird; beim Rückgange desſelben ſtellt die Atmoſphäre die an ſie übertragene Arbeit wieder zurück.

Bezeichnen wir zur Beſtimmung dieſes zweiten Theiles der durch die Erwärmung verurſachten Wirkung das Gewicht eines Kubikmeters komprimirter Luft von der Spannung P mit

Δ bei der Temperatur t, und mit

Δ_1 „ „ „ t_1,

ſo beträgt das Volumen von L Kilogrammen komprimirter Luft von der Spannung P:

$\frac{L}{\Delta}$ Kubikmeter bei der Temperatur t, und

$\frac{L}{\Delta_1}$ „ „ „ „ t_1.

Die Volumsvermehrung in Folge der Temperaturerhöhung läßt ſich daher ausdrücken durch:

$$\frac{L}{\Delta_1} - \frac{L}{\Delta} = L\left(\frac{1}{\Delta_1} - \frac{1}{\Delta}\right) \text{ Kubikmeter.}$$

Da dieſe Volumsvermehrung einen cylindriſchen Raum von der Baſis A einnimmt, ſo ergibt ſich die Höhe S dieſes Raumes, oder der Weg, welchen der Kolben dem Drucke AP entgegen zurücklegt:

$$S = \frac{L}{A}\left(\frac{1}{\Delta_1} - \frac{1}{\Delta}\right),$$

und daher die Arbeit der Erwärmung während dieſes Weges:

$$w_2 = SAP = \frac{L}{A}\left(\frac{1}{\Delta_1} - \frac{1}{\Delta}\right)AP = LP\left(\frac{1}{\Delta_1} - \frac{1}{\Delta}\right).$$

Es iſt aber nach (46)

$$\Delta = \delta_0 \frac{P}{p}\left(\frac{1}{1 + bt}\right) \text{ und}$$

$$\Delta_1 = \delta_0 \frac{P}{p}\left(\frac{1}{1 + bt_1}\right), \text{ daher}$$

$$\frac{1}{\Delta_1} - \frac{1}{\Delta} = \frac{p}{\delta_0 P}(t_1 - t)\,b \text{ und}$$

(143) . . $$w_2 = \frac{Lp}{\delta_0}(t_1 - t)\,b.$$

Dieſer Ausdruck gibt alſo die Wirkungsgröße an, welche die Erwärmung der Luft durch die bewirkte Volumsvermehrung auf eine ſichtbare Weiſe verurſacht und an die äußere Atmoſphäre überträgt; ſie iſt unabhängig von der Spannung P. *)

---

*) Der Ausdruck (143) iſt unter der Vorausſetzung giltig, daß der Kolben bei erfolgender allmäliger Temperaturerhöhung und dadurch bedingter allmäliger Ausdehnung ausweichen könne. Nimmt man hingegen an, der Kolben werde in ſeiner Stellung feſtgehalten, und könne erſt nachgeben, wenn die Luft die Temperatur t_1 bereits angenommen hat, oder die Temperaturerhöhung erfolge plötzlich, ſo wird die Wirkungsgröße w_2 etwas größer.

Die Wirkung w_2 wird nämlich dadurch hervorgebracht, daß ſich das Luftgewicht L bei unveränderter Temperatur t_1 ſo lange ausdehnt, bis dasſelbe die geringere Spannung P erhalten hat. Es läßt ſich alſo hier die Grundformel (59) anwenden, aus der ſich ergibt:

$$w_2 = \frac{L}{\mu_1} \log \text{nat} \frac{P_1}{P}.$$

Da der Vorausſetzung zufolge das Luftquantum L die höhere Temperatur t_1 annimmt, ohne ſein Volum zu vergrößern, ſo erhält dasſelbe eine höhere Spannung P_1, für welche die Beziehung

$$\mu P = \mu_1 P_1 \quad \text{oder}$$

$$P_1 = \frac{\mu}{\mu_1} P$$

Statt findet; nach Einführung der Werthe von μ und μ_1 folgt:

$$P_1 = \frac{1 + b t_1}{1 + b t} P.$$

Wird nun dieſer Werth von P_1 in die obige Gleichung für w_2 ſubſtituirt, und überdieß darin für μ_1 der Werth (48) eingeführt, ſo ergibt ſich:

$$(143_1) \quad . \quad . \quad w_2 = \frac{L p}{\delta_0} (1 + b t_1) \log \text{nat} \left(\frac{1 + b t_1}{1 + b t} \right).$$

Dieſer Ausdruck unterſcheidet ſich nur wenig von dem obigen (143) für w_2 gefundenen; denn ſucht man für

$$\log \text{nat} \left(\frac{1 + b t_1}{1 + b t} \right) = - \log \text{nat} \left(\frac{1 + b t}{1 + b t_1} \right)$$

ähnlich wie in (63) den Näherungswerth, ſo iſt wegen

$$\log \text{nat} \left(\frac{1 + b t}{1 + b t_1} \right) = \log \text{nat} \left[1 + \frac{1 + b t - (1 + b t_1)}{1 + b t_1} \right]$$

$$= \log \text{nat} \left[1 + \frac{b (t - t_1)}{1 + b t_1} \right]$$

annäherungsweiſe:

$$- \log \text{nat} \frac{1 + b t}{1 + b t_1} = \frac{b (t_1 - t)}{1 + b t_1},$$

daher:

$$w_2 = \frac{L p}{\delta_0} (1 + b t_1) \frac{b (t_1 - t)}{1 + b t_1} = \frac{L p}{\delta_0} b (t_1 - t),$$

was mit w_2 in (143) genau übereinſtimmt.

Durch die Erhitzung der Luft von t auf t_1 sind also zwei Wirkungsgrößen produzirt worden; die eine hievon (142)

$$w_1 = \frac{Lp}{\delta_0} b (t_1 - t) \log nat \left(\frac{P}{p}\right) = \frac{Lh\gamma}{\delta_0} b (t_1 - t)$$

kommt nicht sogleich zur Ausübung, sondern bleibt in der Luft angesammelt und offenbart sich erst beim Ausflusse der erwärmten Luft aus dem Behälter; die zweite (143)

$$w_2 = \frac{Lp}{\delta_0} b (t_1 - t)$$

hingegen äußert sich sogleich durch Hebung des Kolbens auf eine sichtbare Weise; dieselbe läßt sich nur dadurch nutzbar realisiren, daß man die eingeschlossene erwärmte Luft nach ihrem Ausflusse aus dem Cylinder allmälig abkühlt und auf ihre ursprüngliche Temperatur t zurückführt.

Die Summe beider durch die Erhitzung produzirten Wirkungen ist demnach

$$(144) \ldots W' = w_1 + w_2 = \frac{Lbp}{\delta_0} (t_1 - t) \left[1 + \log nat \left(\frac{P}{p}\right)\right]$$
$$= \frac{Lp}{\delta_0} b (t_1 - t) \left[1 + \frac{h\gamma}{p}\right].$$

Wird unter einer Wärme-Einheit (Calorie) jene Wärmemenge verstanden, welche erforderlich ist, um ein Kilogr. Wasser um 1° Celsius in seiner Temperatur zu erhöhen, und ist $s = 0{\cdot}267$ die Zahl der Wärme-Einheiten, welche erfahrungsgemäß zur Erhöhung der Temperatur eines Kilogrammes atmosphärischer Luft um einen Grad Celsius benöthigt werden, bezeichnet somit s die sogenannte spezifische Wärme der Luft, so beträgt die zur Erzielung der obigen Wirkung erforderliche Wärmemenge

$$(145) \ldots L s (t_1 - t) \text{ Wärme-Einheiten.}$$

Dabei wird freilich vorausgesetzt, daß s bei der höheren Spannung P und bei der höheren Temperatur t_1 noch denselben Werth behält, wie bei der gewöhnlichen Spannung p und Temperatur t, was jedoch nicht streng, sondern nur näherungsweise richtig ist.

Die beiden Werthe (143) und (143_1) für w_2 sind daher sehr nahe einander gleich, und letzterer ist nur aus dem Grunde etwas größer, weil in Folge der plötzlichen Ausdehnung der gepreßten Luft diese vermöge der angenommenen Geschwindigkeit noch eine gewisse lebendige Kraft besitzt, durch welche der Kolben über seinen der Spannung P entsprechenden Stand hinaustritt.

Dividirt man die produzirte Gesammtwirkung der Erwärmung (144) durch die hiezu verwendete Wärmemenge (145), so erhält man die aus einer Wärme-Einheit gewonnene mechanische Arbeit in Kilogr.-Met.:

$$w = \frac{b\,p}{s\,\delta_0}\left[1 + \log\text{nat}\left(\frac{P}{p}\right)\right] = \frac{b\,p}{s\,\delta_0}\left[1 + \frac{h\gamma}{p}\right].$$

Der Koeffizient $\frac{b\,p}{s\,\delta_0}$ berechnet sich wegen

$$b = \tfrac{3}{800}, \quad p = 10333, \quad s = 0{\cdot}267, \quad \delta_0 = 1{\cdot}3$$

auf 111; es ist also:

(146) . . $$w = 111\left[1 + \log\text{nat}\left(\frac{P}{p}\right)\right] = 111\left[1 + \frac{h\gamma}{p}\right]$$
$$= 111\left[1 + \frac{h}{10{\cdot}333}\right] \text{ Kil.-Met.}$$

Ist z. B. $h = 24$ Linien Queckſilberſäule $= 27\frac{1}{4}$ W. Zoll $= 0{\cdot}^m72$ Waſſerſäule, ſo berechnet ſich die Wirkungsgröße einer Wärme-Einheit:

$$w = 111\left[1 + \frac{0{\cdot}72}{10{\cdot}333}\right] = 118{\cdot}77 \text{ Kil.-Met.}$$

Beim Ausfluß aus der Düſe gelangt der größere Theil hievon, nämlich $111^{k\,m}$, nicht zur mechaniſchen Wirkung, ſondern nur der kleinere von $7{\cdot}^{k\,m}77$. Vergl. §. 22.

§. 21.

Vergleich zwiſchen Geſchwindigkeit, Volum, Gewicht und Effekt der aus einem größeren Behälter durch eine kleine Oeffnung ausſtrömenden kalten und heißen Luft.

Betrachten wir jetzt den Ausfluß der gepreßten Luft aus einem ſehr großen Behälter durch eine Düſe von kleinem Querſchnitte.

Zunächſt hat man für die kalte Luft die Ausflußgeſchwindigkeit vermöge (112):

$$c = \sqrt{\frac{2g\gamma}{\delta}\,.\,h},$$

und wegen

(147) . . $$\delta = \mu p = \frac{\delta_0}{p(1+bt)}\,p = \frac{\delta_0}{1+bt},$$

(148) . . $$c = \sqrt{2gh\,\frac{\gamma}{\delta_0}\,(1+bt)}.$$

Das in einer Sekunde aus dem kleinen Düſenquerſchnitte a ausſtrömende Luftvolumen iſt demgemäß:

(149) . . $$M = ak\sqrt{2gh\,\frac{\gamma}{\delta_0}\,(1+bt)},$$

unter k den Ausfluß-Koeffizienten verſtanden.

Weil die ausströmende Luft die Spannung p der äußeren Luft annimmt, und daher bei der Temperatur t ein Kubikmeter derselben nach (147)

$$\delta = \frac{\delta_0}{1 + bt} \text{ Kilogr.}$$

wiegt, so folgt das in einer Sekunde ausströmende Luftgewicht

(150) . . $L = M\delta = M\frac{\delta_0}{1+bt} = \frac{ak\delta_0}{1+bt}\sqrt{2gh\frac{\gamma}{\delta_0}(1+bt)}$

oder

(151) . . $L = ak\sqrt{\frac{\delta_0}{1+bt}}\cdot\sqrt{2g\gamma h}.$

Der Effekt E der ausströmenden kalten Luft ergibt sich endlich aus (118)

(152) . . $E = Mh\gamma = M\delta\frac{h\gamma}{\delta} = \frac{L}{\delta}\cdot h\gamma.$

Nach der Erhitzung der im Behälter eingeschlossenen verdichteten Luft von t auf t_1 Grade bleibt der Voraussetzung gemäß die Pressung P oder die Manometerhöhe h in Folge der freien Beweglichkeit des gleichbelasteten Kolbens dieselbe; es ergibt sich daher die Geschwindigkeit der durch die geöffnete Düse vom Querschnitte a ausströmenden heißen Luft, mit Rücksicht auf (148):

(153) . . $c_1 = \sqrt{2gh\frac{\gamma}{\delta_0}(1+bt_1)}.$

Es ist daher wegen $t_1 > t$ auch

$$c_1 > c.$$

Die Ausfluß-Geschwindigkeit c_1 nimmt also bei gleicher Pressung mit der Temperaturerhöhung zu, und steht mit $\sqrt{1+bt_1}$ im geraden Verhältnisse.

Das Volumen der in einer Sekunde durch den Düsenquerschnitt a_1 ausströmenden erhitzten Luft ergibt sich aus (149):

(154) . . $M_1 = a_1 k\sqrt{2gh\frac{\gamma}{\delta_0}(1+bt_1)}.$

Bei gleichbleibendem Düsenquerschnitte $a_1 = a$ ist daher

(155) . . $\frac{M_1}{M} = \sqrt{\frac{1+bt_1}{1+bt}}$, also

$$M_1 > M.$$

Das Volum der in einer Sekunde ausströmenden Luft wird daher durch die Erwärmung größer.

Für das Gewicht der in einer Sekunde ausströmenden Luft ergibt sich aus (151):

(156) . . $L_1 = a_1 k\sqrt{\frac{\delta_0}{1+bt_1}}\cdot\sqrt{2g\gamma h}.$

L_1 ist daher kleiner als L, so lange der Düsenquerschnitt a_1 derselbe bleibt, nämlich für $a_1 = a$.

Soll nach wie vor der Erhitzung gleich viel Luft dem Gewichte nach in einer Sekunde aus der Düse ausströmen, oder soll

$$L_1 = L$$

sein, so muß mit Rücksicht auf (151) und (156)

$$\frac{a}{\sqrt{1+bt}} = \frac{a_1}{\sqrt{1+bt_1}}, \text{ also}$$

$$(157) \quad . \quad . \quad a_1 = a\sqrt{\frac{1+bt_1}{1+bt}} \text{ sein;}$$

d. h. der Querschnitt a_1 muß vergrößert werden, um dasselbe Luftgewicht zum Ausflusse zu bringen, wie durch den Querschnitt a bei der Temperatur t.

Der Effekt der aus der vergrößerten Düsenmündung a_1 bei gleicher Pressung P ausströmenden heißen Luft von L Kilogrammen im Gewichte ist zufolge (152):

$$(158) \quad . \quad . \quad E_1 = M_1 h\gamma = M_1 \delta_1 \frac{h\gamma}{\delta_1} = \frac{L}{\delta_1} h\gamma,$$

worin δ_1 das Gewicht eines Kubikmeters heißer Luft von atmosphärischer Spannung, und M_1 das in einer Sekunde ausströmende Volum derselben bezeichnet.

Da vermöge (147) $\delta_1 < \delta$ ist, so folgt, daß durch die Erhitzung der Effekt einer und derselben Gewichtsmenge atmosphärischer Luft gesteigert werde.

§. 22.

Vergleich zwischen dem Effekte der ausströmenden heißen Luft und der von ihr durch die Erwärmung aufgenommenen Wirkungsgröße. Unterschied zwischen dem Effekt des heißen Windes und jenem am Gebläsekolben.

Der durch die Erhitzung bewirkte Zuwachs $= e_1$ am Effekt der ausströmenden Luft läßt sich mit Rücksicht auf (158) ausdrücken durch

$$e_1 = E_1 - E = Lh\gamma\left(\frac{1}{\delta_1} - \frac{1}{\delta}\right).$$

Nun ist vermöge (147) das Gewicht einer kubischen Einheit Luft von atmosphärischer Pressung

$$\delta = \frac{\delta_0}{1+bt}, \text{ und eben so}$$

$$\delta_1 = \frac{\delta_0}{1+bt_1}.$$

Man kann also setzen:

$$\frac{1}{\delta_1} - \frac{1}{\delta} = \frac{1 + bt_1}{\delta_0} - \frac{1 + bt}{\delta_0} = \frac{b(t_1 - t)}{\delta_0},$$

demnach ist

(159) . . $e_1 = E_1 - E = \frac{L h \gamma}{\delta_0} b (t_1 - t).$

Dieser Zuwachs stimmt genau mit dem Werthe (142)

$$w_1 = W_1 - W$$

überein, welcher die Zunahme der in der verdichteten Luft durch die Erwärmung angesammelten Wirkungsgröße ausdrückt, nur daß hier L das in einer Sekunde ausströmende Luftgewicht bezeichnet. Man entnimmt hieraus, in welcher Art sich die in der Luft angesammelte, aber nicht wahrnehmbare Wirkung w_1 der Erwärmung beim Ausflusse äußert; sie steigert nämlich die Geschwindigkeit von c (148) auf c_1 (153), und daher auch den Effekt von E (152) auf E_1 (158).

Aus (159) folgt

(160) . . $E_1 = E + e_1$.

Der volle Effekt der ausströmenden heißen Luft besteht demnach aus zwei Theilen, und zwar

1. aus (152):

$$E = M h \gamma = \frac{L}{\delta} h \gamma,$$

d. i. aus der Arbeit, welche vermöge (70) und (71) durch die Zusammendrückung von L Kilogr. kalter Luft von p auf P darin angesammelt wurde, und welcher auch vermöge (80) und (81) die Arbeit an einem Gebläsekolben gleich kommt, durch welchen die gepreßte kalte Luft in den Behälter gleichmäßig hineingedrückt wird; ferner

2. aus (142) und (159):

$$e_1 = w_1 = \frac{L h \gamma}{\delta_0} . b (t_1 - t),$$

d. i. aus jener Arbeit, welche durch die Erhitzung der eingeschlossenen Luft in dieser sich ansammelt, und die beim Ausströmen aus der Düse eine mechanische Arbeit zu verrichten im Stande wäre, wenn dort dem Luftstrome Gelegenheit geboten würde, seine lebendige Kraft an eine Kraftmaschine abzusetzen.

Der Zuwachs e_1 ist aber nur der weit kleinere Theil des durch die Erhitzung der Luft produzirten und beim Ausströmen derselben aus einer Düse sich offenbarenden Effektes; der weit größere Theil besteht nämlich darin, daß die aus der Düse herausgetretene Luft, welche die äußere Spannung p besitzt, nicht ihr ursprüngliches vor der Erhitzung und Zusammenpressung ihr zukommendes, sondern ein größeres Volum

einnimmt, jenes nämlich, welches der höheren Temperatur t_1 entspricht, daß sie also die atmosphärische Luftsäule um eine entsprechende Höhe verdrängen muß. Der dadurch entwickelte Effekt e_2 ergibt sich aus der Betrachtung, daß die ausströmenden L Kilogramme Luft von atmosphärischer Spannung vor der Erhitzung ein Volum $= \frac{L}{\delta}$, und nach der Erhitzung $= \frac{L}{\delta_1}$ Kubikmeter einnehmen, daß somit die Volumsvermehrung durch die Erhitzung

$$\frac{L}{\delta_1} - \frac{L}{\delta} = L\left(\frac{1}{\delta_1} - \frac{1}{\delta}\right) = L \cdot \frac{b\,(t_1 - t)}{\delta_0} \text{ Kub.-Met.}$$

ausmacht. Stellt man sich vor, daß diese Volumsvermehrung in einem cylindrischen Raume bei gleichbleibender Basis $= 1$ □ Meter vor sich geht, und berücksichtigt, daß dieser Vermehrung der Druck von p Kilogrammen entgegen wirkt, so ergibt sich der zweite beim Ausfluß der heißen Luft nachweisbare Effekt der Erhitzung:

$$(161) \quad \ldots \quad e_2 = \frac{Lp}{\delta_0}\, b\,(t_1 - t) = w_2.$$

Dieser Effekt stimmt vollkommen mit der Wirkung (143) w_2 überein, welche sich durch das Heben des Kolbens beim Erwärmen der Luft ausspricht. Da der Effekt e_2 keine nutzbare Wirkung beim Ausströmen der Luft aus der Düse hervorzubringen geeignet ist, so geht er für technische Zwecke verloren. Dieser Verlust ließe sich jedoch dadurch einbringen, daß man der ausströmenden Luft ihre Wärme auf irgend eine Art entzieht; indem ihr Volum sich dabei verkleinert, wird der Atmosphäre Gelegenheit dargeboten, die von ihr aufgenommene Arbeit w_2 zurückzuerstatten.

Aus der Vergleichung von (161) mit (159) folgt aber

$$e_2 : e_1 = p : h\gamma = \mathfrak{H}\gamma : h\gamma = \mathfrak{H} : h,$$

wenn $\mathfrak{H}$ die Wasserbarometerhöhe bezeichnet; es ist somit e_2 weit größer als e_1. Von der Gesammtwirkung der Erwärmung kommt daher bloß der verhältnißmäßig kleinere Theil e_2 beim Ausflusse zur Thätigkeit; der bei weitem größere Theil e_2 bedarf noch besonderer Vorkehrungen, um denselben nutzbar zu machen. Durch Abkühlung der ausgeströmten Luft würde die Atmosphäre in den Stand gesetzt, die bei der Erwärmung an sie übertragene Wirkungsgröße e_2 zurückzuerstatten.

Der gesammte Effekt der ausströmenden heißen Luft ist also übereinstimmend mit W' in (144):

$$(162) \quad \ldots \quad E_1 = e_1 + e_2 = \frac{Lp}{\delta_0}\, b\,(t_1 - t)\left(1 + \frac{h\gamma}{p}\right).$$

Hieraus geht hervor, daß die durch Erhitzung der eingeschlossenen Luft bewirkte Zunahme an Wirkungsgröße bei deren Ausfluß vollständig zur Wirksamkeit gelange, und daß die partiellen Wirkungen der ausströmenden heißen Luft in der vorausgehenden Betrachtung vollständig in Rechnung genommen wurden.

Der erste kleinere Theil e_1 (159) des Gesammteffektes, welcher nach (146) für eine Wärmeeinheit 10·74 h Kil.-Met. beträgt, befördert direkt die Verbrennung durch die größere Ausströmungs-Geschwindigkeit; der zweite viel größere Theil e_2 (161) dagegen, der zur Luftverdrängung verwendet wird, und nach (146) 111 Kil.-Met. für eine Wärmeeinheit beträgt, hat auf den Verbrennungs-Prozeß in einem Hochofen lediglich den Einfluß, daß der Schmelzraum durch die eingeblasene Luft nicht abgekühlt wird.

Wenn es sich daher um die Angabe der Wirkung der aus einer Düse ausgeblasenen heißen Luft handelt, so muß man den ersten Theil e_1 der Erhitzungswirkung mit der Zusammenpressungs- oder Gebläsewirkung E zu E_1 (160) vereinigen, und daher gemäß (158)

$$E_1 = M_1 h \gamma$$

setzen, e_2 aber unbeachtet lassen.

Wenn man hingegen bloß die Wirkung am Gebläsekolben haben will, so muß e_2 sammt e_1 ganz unbeachtet bleiben, weil diese Effekte nicht von der auf den Gebläsekolben wirkenden Kraft, sondern lediglich von der Erhitzung der Luft herrühren. Man darf daher in diesem Falle bloß der Formel (80) oder (81)

$$(163) \quad . \quad . \quad E = L h \frac{\gamma}{\delta} = M h \gamma$$

sich bedienen, in welcher M das auf die gewöhnliche Temperatur t reduzirte Volumen der in einer Sekunde ausströmenden heißen Luft, und h die in dem weiten Rohre (Behälter) beobachtete Manometerhöhe bedeutet.

Wendet man, wie dieß oft irrthümlich geschieht, bei Bestimmung des Gebläseeffektes für heißen Wind statt (163) die Formel (158) an, setzt man also statt

$$E = M h \gamma = L h \frac{\gamma}{\delta}$$

den Gebläseeffekt

$$E_1 = M_1 h \gamma = L h \frac{\gamma}{\delta_1},$$

so begeht man einen Fehler, der um so größer ist, je mehr sich die beiden Faktoren

$$\frac{\gamma}{\delta} = \frac{1000}{1{\cdot}25} = 800 \quad \text{und} \quad \frac{\gamma}{\delta_1} = \frac{1000}{\delta_1}$$

von einander unterscheiden.

Da δ_1 stets kleiner ist als δ, so fällt das falsche Resultat stets größer aus, als es sein sollte.

In dem französischen Werke: Traité de la fabrication du fer, par Flachat etc., Paris 1842, 1. Theil, Seite 377 und 379, ist nach unserer Bezeichnungsweise der Effekt des Gebläses beim heißen Wind ausgedrückt durch:

$$E_1 = L h \frac{\gamma}{\Delta_1},$$

wo Δ_1 die Dichte der heißen und überdieß komprimirten Luft bedeutet. Dieß ist also nach dem Vorausgeschickten in doppelter Beziehung unrichtig, erstlich weil Δ_1 jedenfalls mit atmosphärischer Pressung, also $= \delta_1$ zu nehmen wäre, und dann, weil selbst dafür vermöge (163) δ gesetzt werden sollte.

Nach der von uns als richtig nachgewiesenen Formel (163) ist die Arbeit am Gebläsekolben dieselbe, ob das Luftgewicht von L Kilogrammen in einer Sekunde bei dem Manometerstande h im kalten oder heißen Zustande von der Düse geliefert wird, vorausgesetzt, daß die Lufterhitzung in einem großen Behälter oder bei einem sehr großen Querschnitte der Leitungsröhren vor sich geht, in welchen die Geschwindigkeit ganz vernachlässigt werden kann.

Erfahrungsgemäß steigt aber die Arbeit am Gebläsekolben mit der Erhitzung der Luft. Diese scheinbare Nichtübereinstimmung mit der Erfahrung wird durch einen Rückblick auf die Formel (156) sogleich erklärlich. Läßt man nämlich den Düsenquerschnitt ungeändert, so kann bei demselben Manometerstande h bei höherer Temperatur t_1 nicht eine gleiche, sondern nur eine dem Gewichte nach kleinere Luftmenge L (151) ausströmen, als bei der ursprünglichen niederen Temperatur t.

Wird also die ursprüngliche Luftmenge L (151) gezwungen, im erhitzten Zustande bei demselben Düsenquerschnitte a herauszutreten, so muß h größer werden, als für kalte Luft; also muß nach der Formel (163) auch der Effekt am Gebläsekolben zunehmen.

Soll jedoch letzterer sich gleich bleiben, so ist es nothwendig, den Düsenquerschnitt a_1 nach (157) zu vergrößern.

§. 23.

Aenderung der Röhrengeschwindigkeit der Luft in Folge ihrer allmäligen Erhitzung.

Wir haben bis jetzt angenommen, daß die Erhitzung der Luft in einem großen Behälter (oder in einem sehr weiten Windleitungsrohre) vor sich gehe, in dem die Luft beinahe ruht, und daß die Erhitzung im ganzen Raume des Behälters (oder des Rohres) gleichmäßig Statt finde. Dieser Voraussetzung entspricht ziemlich nahe die Erwärmung der Gebläseluft in einem Apparate mit einer größeren Zahl hufeisenförmiger Röhren (Schottischer Apparat), weil deren Gesammtquerschnitt gegen jenen der Windleitungsröhren sehr groß, also die Geschwindigkeit der Luft darin sehr klein ist, so daß letztere als ruhend angenommen werden kann. Erfolgt dagegen die Erhitzung der Luft in einer einzigen schlangenförmig durch einen Ofen geführten Röhrentour von durchaus gleicher Weite (Wasseralfinger Apparat), so nimmt darin die Luft von Querschnitt zu Querschnitt eine immer höhere Temperatur an, und erreicht am Ende des Erhitzungs-Apparates den höchsten Hitzegrad, mit dem sie weiter gegen die Düsenmündungen sich bewegt.

Wir wollen also vorher untersuchen, nach welchem Gesetze die Geschwindigkeit der in einem längeren Rohre von gleichem Querschnitte sich bewegenden Luft ohne Rücksicht auf Reibungswiderstände sich ändere, wenn die Luft während ihrer Bewegung von der anfänglich mittleren Temperatur $t = 10^0$ auf eine höhere t_1 gebracht wird, die sie am Ende des erhitzten Windleitungsrohres annimmt, und mit der sie sich sofort weiter bewegt.

Die der Gleichung (84) vorausgehende Betrachtung der Bewegung einer Luftschichte in einem Kanale oder Rohre ist ganz allgemein; man erhält daher auch für den vorliegenden Fall einer Temperatur-Veränderung der Luftschichten während ihrer Bewegung die Gleichung (86):

$$(164) \quad . \quad . \quad d(u^2) = -\frac{2g}{\mu} \cdot \frac{dz}{z}.$$

Weil aber μ mit der Temperatur sich verändert, so kann dieser Differentialgleichung nicht das Integral (88) entsprechen, d. i. es kann nicht sein:

$$u^2 = -\frac{2g}{\mu} \log \text{nat } z + \text{Const.}$$

Wir gelangen jedoch auf folgende einfache Weise auch hier zum Ziele.

Wird angenommen, daß das Rohr, in welchem die Erhitzung der Luft vor sich geht, durchaus denselben unveränderlichen Querschnitt A besitzt, so folgt, weil im Beharrungszustande durch jeden Querschnitt dasselbe Luftgewicht L in einer Sekunde durchströmt:

$$(165) \quad . \; . \quad L = A u \mu z, \text{ daher}$$

$$(166) \quad . \; . \quad \mu = \frac{L}{A u z}.$$

Dieß in (164) substituirt, gibt:

$$d(u^2) = -\frac{2gAuz}{L} \cdot \frac{dz}{z},$$

$$2udu = -2g\frac{A}{L}udz,$$

$$du = -g\frac{A}{L} \cdot dz,$$

$$u = -g\frac{A}{L} \cdot z + \text{Const.}$$

Bezeichnen
U und P die Geschwindigkeit und Pressung der kalten,
U_1 und P_1 dieselben Größen der heißen Luft, so hat man

$$U_1 = -\frac{gA}{L}P_1 + \text{Const.}$$

$$U = -\frac{gA}{L}P + \text{Const.}$$

$$(167) \quad . \quad U_1 - U = \frac{gA}{L}(P - P_1) = g\left(\frac{AP}{L} - \frac{AP_1}{L}\right).$$

Zufolge (165) hat man aber

$$L = AU\mu P = AU_1\mu_1 P_1,$$

daher ist

$$(168) \quad . \; . \quad \begin{cases} \frac{AP}{L} = \frac{1}{\mu U}, \\ \frac{AP_1}{L} = \frac{1}{\mu_1 U_1}. \end{cases}$$

Substituirt man diese Werthe in (167), so erhält man

$$(169) \quad . \; . \quad U_1 - U = g\left(\frac{1}{\mu U} - \frac{1}{\mu_1 U_1}\right).$$

Dieß gibt eine quadratische Gleichung, welche nach U_1 aufgelöst werden soll. Zu diesem Ende erhält man:

$$U_1^2 - UU_1 = \frac{gU_1}{\mu U} - \frac{g}{\mu_1},$$

$$U_1^2 - \left(U + \frac{g}{\mu U}\right)U_1 = -\frac{g}{\mu_1},$$

$$U_1 = \frac{1}{2}\left(U + \frac{g}{\mu U}\right) \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(U + \frac{g}{\mu U}\right)^2 - \frac{g}{\mu_1}}.$$

Zufolge (48) ist aber

$\mu_1 = \frac{\delta_0}{p} \cdot \frac{1}{1 + b t_1}$, daher

$\frac{g}{\mu_1} = \frac{g p (1 + b t_1)}{\delta_0}$, also

$$U_1 = \tfrac{1}{2}\left(U + \frac{g}{\mu U}\right) \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}\left(U + \frac{g}{\mu U}\right)^2 - \frac{g p}{\delta_0}(1 + b t_1)}.$$

Da U und μ gegeben sind, indem sich beide Größen auf den Zustand der Luft in dem vorderen Theile der Röhrenleitung, also auf die Luft vor ihrer Erhitzung beziehen, so ist in dem letzten Ausdrucke für U_1 lediglich der Faktor $(1 + b t_1)$ des zweiten Gliedes unter dem Wurzelzeichen veränderlich. Aus der Natur der Sache geht nun hervor, daß U_1 mit der Temperatur t_1 wachsen müsse, weil nur unter dieser Bedingung die mechanische Arbeit der Luft durch die Erwärmung gesteigert werden kann. Soll aber U_1 mit t_1 wachsen, so ist dieß nur dann möglich, wenn von den beiden Zeichen $\pm$ vor dem Wurzelzeichen — beibehalten wird; man hat daher für die Geschwindigkeit der erhitzten Luft am Ende des erhitzten Windleitungsrohres:

$$U_1 = \tfrac{1}{2}\left(U + \frac{g}{\mu U}\right) - \sqrt{\tfrac{1}{4}\left(U + \frac{g}{\mu U}\right)^2 - \frac{g}{\mu_1}}, \text{ oder}$$

$$U_1 = \tfrac{1}{2}\left[U + \frac{g U}{\mu U^2} - \sqrt{U^2\left(1 + \frac{g}{\mu U^2}\right)^2 - \frac{4 g U^2}{\mu_1 U^2}}\right],$$

(170) . $$U_1 = \frac{U}{2}\left[1 + \frac{g}{\mu U^2} - \sqrt{\left(1 + \frac{g}{\mu U^2}\right)^2 - \frac{4 g}{\mu_1 U^2}}\right].$$

Aus diesem Ausdrucke geht hervor, daß die Veränderung der Geschwindigkeit U in U_1 lediglich von μ_1, also von der veränderlichen Temperatur t_1, keineswegs aber von den Pressungen P und P_1 der kalten oder erhitzten Luft abhänge.

Um von dem Uebergange der Geschwindigkeit U in die größere U_1 durch die Erhitzung der bewegten Luft eine anschaulichere Vorstellung zu erhalten, sind in der nachstehenden Tabelle fast für alle in der Ausübung gewöhnlich vorkommenden Fälle die besonderen Werthe von U_1 in Metern berechnet, indem einerseits die Geschwindigkeit U von 10 bis 60^m fortschreitet, anderseits der Temperatur t_1 die drei Werthe 100, 200 und 300° C. gegeben wurden, während die Temperatur t konstant = 10° bleibt.

U	U_1 bei der Temperatur t_1 =		
	100°	200°	300°
10^m	13·3	16·9	20·5
20	26·6	33·9	41·2
30	39·9	51·0	62·2
40	53·4	68·4	83·8
50	67·0	86·3	106·1
60	80·8	104·7	129·6

Wir sehen, daß die Geschwindigkeit U_1 bei bedeutend hohen Werthen von U und t_1 auch bedeutend wachse, daß ferner U_1 nahezu der U proportional, und für $t_1 = 300°$ ungefähr doppelt so groß ausfalle als U.

§. 24.

Aenderung der Pressung der durch eine Röhrenleitung durchstreichenden Luft in Folge ihrer allmäligen Erhitzung. Näherungsformel für die Röhrengeschwindigkeit.

Nun soll untersucht werden, welchen Einfluß die Erwärmung der bewegten Luft auf den relativen Werth der Pressung P_1 gegenüber von P ausübt, d. i. nach welchem Gesetze die Spannung der in einer Röhre von gleichem Querschnitte A sich bewegenden Luft durch die Erhitzung verändert werde.

Vermöge der allgemeinen Gleichung (167) ist

$$U_1 - U = \frac{gA}{L}(P - P_1).$$

Aus derselben folgt schon, daß P_1 in demselben Maße kleiner werde als U_1 zunimmt, oder daß P_1 mit dem Wachsen der Temperatur t_1 abnimmt.

Da durch jeden Querschnitt A des erhitzten Windleitungsrohres dasselbe Luftgewicht L in einer Sekunde durchstreicht, so folgt:

$$L = \mu_1 P_1 U_1 A = \mu P U A,$$

daher

$$(171) \quad \frac{P}{P_1} = \frac{\mu_1 U_1}{\mu U};$$

wegen (48) ist aber

$$\mu_1 = \frac{\delta_0}{p(1 + bt_1)} \text{ und}$$

$$\mu = \frac{\delta_0}{p(1 + bt)},$$

daraus folgt

$$\frac{\mu_1}{\mu} = \frac{1 + bt}{1 + bt_1}, \text{ also}$$

$$(172) \quad \frac{P}{P_1} = \left(\frac{1 + bt}{1 + bt_1}\right)\frac{U_1}{U}.$$

Berechnet man für die in der Tabelle des vorhergehenden Paragraphes angenommenen Fälle aus (172) den Werth von $\frac{P}{P_1}$ in besonderen Zahlen, und stellt die Resultate wieder tabellarisch zusammen, so folgt für $t = 10^0$

U	$\frac{P}{P_1}$ für die Temperatur t_1 =		
	100°	200°	300°
10^m	1·0000	1·0009	1·0017
20	1·0018	1·0037	1·0082
30	1·0036	1·0079	1·0125
40	1·0066	1·0144	1·0228
50	1·0104	1·0238	1·0362
60	1·0157	1·0342	1·0546

Das Verhältniß $\frac{P}{P_1}$ kommt also, selbst für die in der Ausübung vorkommenden extremsten Fälle, sehr nahe der Einheit, es wächst aber doch in dem Maße, als die Geschwindigkeit U und die Temperatur t_1 der Luft zunimmt. Daraus ist es erklärlich, warum bei Windleitungsröhren von kleinem Durchmesser, in welchen also die Luft mit großer Geschwindigkeit U und U_1 sich bewegt, die zu P_1 gehörige Manometerhöhe h_1 kleiner als die zu P gehörige h beobachtet wird. Daß überdieß auch die Luftreibung an den Röhrenwänden auf diese Abnahme der Pressung in der Richtung der Bewegung einen bedeutenden Einfluß übe, versteht sich von selbst. Für gewöhnlich vorkommende Fälle kann man aber, von der Luftreibung abgesehen, ohne einen praktisch fühlbaren Fehler zu begehen,

(173) . . $P_1 = P$

setzen, wie dieß auch Redtenbacher in seiner Broschüre: „Die Luftexpansionsmaschine“ thut.

Gestützt auf diese Gleichung ergibt sich aus (171) ein sehr bequemer Näherungswerth für die Geschwindigkeit U_1, denn es ist wegen

$$\frac{P}{P_1} = 1 \text{ auch}$$

$$\frac{\mu_1 U_1}{\mu U} = 1, \text{ also}$$

(174) . . $$U_1 = \frac{\mu}{\mu_1} U = \left(\frac{1 + b t_1}{1 + b t}\right) U.$$

Die nach dieser Formel für U_1 aus U berechneten Näherungswerthe weichen nur äußerst wenig von jenen ab, welche die, mit Hilfe der genauen Formel (170) im vorigen Paragraphe berechnete Tabelle liefert. So z. B. erhält man nach dieser Formel

für $t_1 = 100$, 200, 300° C.,

und für $U = 10^m$: $U_1 = 13{\cdot}25$, $16{\cdot}87$, $20{\cdot}48$,

„ „ $U = 60^m$: $U_1 = 79$, $101{\cdot}4$, $123{\cdot}0$,

also Werthe, welche von den in obiger Tabelle für U_1 enthaltenen Werthen sich nur wenig unterscheiden.

§. 25.

Aenderung der effektiven Manometerhöhen durch die Erhitzung. Nutzeffekt des in einer Röhrenleitung erhitzten Windes. Nutzeffekt am Gebläsekolben.

Wir wollen nun weiter untersuchen, welchen Einfluß die Erhitzung der Luft in einer Röhrenleitung von durchaus gleichem Querschnitt auf die effektiven Manometerhöhen H und H_1 ausübe. Es ist bekanntlich (97):

(175) . $H_1 - H = h_1 + \mathfrak{h}_1 - (h + \mathfrak{h}) = \mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h} - (h - h_1)$.

Nun kann man aber vermöge (93) und (174) setzen:

$$\mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h} = \frac{\delta_1}{2g\gamma} U_1^2 - \frac{\delta}{2g\gamma} U^2 = \frac{\mu_1 p}{2g\gamma} U_1^2 - \frac{\mu p}{2g\gamma} \cdot \frac{\mu_1^2}{\mu^2} U_1^2$$

$$= \frac{\mu_1 p}{2g\gamma}\left(1 - \frac{\mu_1}{\mu}\right) U_1^2 = \frac{\delta_1}{2g\gamma}\left(1 - \frac{1 + bt}{1 + bt_1}\right) U_1^2.$$

(176) . . $$\mathfrak{h}_1 - \mathfrak{h} = \frac{\delta_1 b}{2g\gamma}\left(\frac{t_1 - t}{1 + b t_1}\right) U_1^2.$$

Zufolge (171) hat man ferner

$$P = \frac{\mu_1}{\mu} \cdot \frac{U_1}{U} P_1 \text{ oder}$$

$p + h\gamma = \frac{\mu_1}{\mu} \cdot \frac{U_1}{U}(p + h_1\gamma)$; zieht man beiderseits

$p + h_1\gamma = p + h_1\gamma$ ab, so folgt

$$(h - h_1)\gamma = \left(\frac{\mu_1}{\mu} \cdot \frac{U_1}{U} - 1\right)(p + h_1\gamma),$$

$$h - h_1 = \frac{\mu_1 U_1}{\gamma}\left(\frac{1}{\mu U} - \frac{1}{\mu_1 U_1}\right)(p + h_1\gamma),$$

und mit Berücksichtigung der Gleichung (169)

$$h - h_1 = \frac{\mu_1 U_1}{\gamma}\left(\frac{U_1 - U}{g}\right)(p + h_1\gamma),$$

dann nach Einführung des Werthes für U aus (174)

$$h - h_1 = \frac{\mu_1 U_1}{g\gamma}\left(U_1 - \frac{\mu_1 U_1}{\mu}\right)(p + h_1\gamma),$$

$$h - h_1 = \frac{\mu_1 U_1^2}{g\gamma}\left(1 - \frac{\mu_1}{\mu}\right)(p + h_1\gamma),$$

$$h - h_1 = \frac{\mu_1 p U_1^2 b}{g\gamma}\left(\frac{t_1 - t}{1 + bt_1}\right)\left(1 + \frac{h_1\gamma}{p}\right),$$

$$h - h_1 = \frac{\delta_1 b}{g\gamma}\left(\frac{t_1 - t}{1 + bt_1}\right)\left(1 + \frac{h_1\gamma}{p}\right) U_1^2,$$

$$(177) \quad h - h_1 = \frac{2\delta_1 b}{2g\gamma}\left(\frac{t_1 - t}{1 + bt_1}\right) U_1^2 + \frac{2\delta_1 b}{2g\gamma}\left(\frac{t_1 - t}{1 + bt_1}\right)\frac{h_1\gamma}{p} U_1^2.$$

Subtrahirt man, der Gleichung (175) entsprechend, (177) von (176), so erhält man

$$H_1 - H = -\frac{\delta_1 b}{2g\gamma}\left(\frac{t_1 - t}{1 + bt_1}\right) U_1^2 - \frac{2\delta_1 b}{2g\gamma}\left(\frac{t_1 - t}{1 + bt_1}\right)\frac{h_1\gamma}{p} U_1^2,$$

$$H_1 - H = -\frac{\delta_1 b}{2g\gamma}\left(\frac{t_1 - t}{1 + bt_1}\right)\left(1 + \frac{2h_1\gamma}{p}\right) U_1^2.$$

Diese Gleichung liefert das bemerkenswerthe Resultat: daß $H_1 < H$ sei, d. h. die **effektive Manometerhöhe H_1 nach der Erhitzung der bewegten Luft ist kleiner als die effektive Höhe H vor der Erhitzung**; es wird somit in (175) der Unterschied $h_1 - h$ von dem Unterschiede $h - h_1$ überwogen. Man wird daher schreiben

$$H - H_1 = \frac{\delta_1 b}{2g\gamma}\left(\frac{t_1 - t}{1 + bt_1}\right)\left(1 + \frac{2h_1\gamma}{p}\right) U_1^2.$$

Substituirt man in letztere Gleichung

$$(178) \quad h_1 = H_1 - h_1 = H_1 - \frac{\delta_1}{2g\gamma} U_1^2,$$

und berücksichtigt zugleich, daß

$$\delta_1 = \mu_1 p = \frac{\delta_0}{1 + bt_1}$$

gesetzt werden könne, so ergibt sich

$$H - H_1 = \frac{\delta_0 b(t_1 - t)}{2g\gamma(1 + bt_1)^2}\left(1 + \frac{2\gamma H_1}{p} - \frac{\delta_0 U_1^2}{pg(1 + bt_1)}\right) U_1^2.$$

Aus dieſer Gleichung iſt man im Stande, den Werth der effektiven Manometerhöhe H in dem kalten Theile der Röhrenleitung aus den auf die heiße Luft ſich beziehenden Größen: H_1, U_1 und t_1 zu berechnen, da die übrigen in der Gleichung vorkommenden Größen konſtante Werthe beſitzen. Führt man letztere ſogleich in beſonderen Zahlen ein, ſetzt alſo:

$$\delta_0 = 1{\cdot}299, \quad b = \tfrac{3}{800}, \quad g = 9{\cdot}81,$$
$$\gamma = 1000, \quad p = 10333, \quad t = 10^0,$$

ſo erhält man:

(179) . . $$H = H_1 + \frac{0{\cdot}159\,(t_1 - t)}{(800 + 3\,t_1)^2}\left(1 + 0{\cdot}2\,H_1 - \frac{0\,01\,U_1^2}{800 + 3\,t_1}\right) U_1^2.$$

Iſt die Windleitung ſehr weit, iſt alſo U_1 ſehr klein, ſo daß es $= 0$ geſetzt werden kann, ſo wird

$$H = H_1 = h_1.$$

Berechnet man für $H_1 = 0{\cdot}^m897$ Waſſerſäule (30 Linien Queckſilberſäule) und $t_1 = 300$, $t = 10^0$ die Werthe von H, wie ſich ſolche der Reihe nach für $U_1 = 20^m$, 40^m, 60^m ergeben, ſo findet man für

$U_1 = 20^m$, $H = H_1 + 0{\cdot}007 = 0{\cdot}904$, alſo $H_1 = 0{\cdot}99\,H$,
$U_1 = 40^m$, $H = H_1 + 0{\cdot}030 = 0{\cdot}927$, „ $H_1 = 0{\cdot}97\,H$,
$U_1 = 60^m$, $H = H_1 + 0{\cdot}066 = 0{\cdot}963$, „ $H_1 = 0{\cdot}93\,H$,
$U_1 = 100^m$, $H = H_1 + 0{\cdot}179 = 1{\cdot}076$, „ $H_1 = 0{\cdot}83\,H$.

H_1 weicht alſo für gewöhnliche Geſchwindigkeiten nur ſehr wenig von H ab; denn ſelbſt für $U_1 = 60^m$ iſt

$$H_1 = 93\%\text{ von H.}$$

Dieß vorausgeſchickt, ſind wir in der Lage, den Zuwachs an Effekt näher zu unterſuchen, welchen die bewegte Luft in Folge der Erhitzung in ſich aufnimmt.

Der in der zuſammengepreßten und bewegten kalten Luft angeſammelte Nutzeffekt iſt

$$E = MH\gamma.$$

Da nun derſelbe durch die Erhitzung in

$$E_1 = M_1 H_1 \gamma$$

übergeht, ſo beträgt der Zuwachs in Folge der Erhitzung

(180) . . $$\varepsilon_1 = E_1 - E = (M_1 H_1 - MH)\gamma.$$

Es iſt aber

$$M = \frac{L}{\delta} = \frac{L}{\delta_0}(1 + bt),$$
$$M_1 = \frac{L}{\delta_1} = \frac{L}{\delta_0}(1 + bt_1),$$
$$M_1 - M = \frac{L}{\delta_0} b\,(t_1 - t),$$

$$M_1 = M + \frac{L}{\delta_0} b(t_1 - t), \text{ daher}$$

$$\varepsilon_1 = \left[MH_1 + \frac{LH_1}{\delta_0} b(t_1 - t) - MH\right]\gamma,$$

$$(181) \quad \varepsilon_1 = \frac{LH_1\gamma}{\delta_0} b(t_1 - t) - M(H - H_1)\gamma.$$

Zufolge (142) und (159) repräsentirt aber

$$\frac{LH_1\gamma}{\delta_0} b(t_1 - t) = w_1 = e_1$$

jene Zunahme an Effekt, welche L Kilogr. Luft in sich aufnehmen, wenn solche im ruhigen Zustande in einem großen Behälter unter der Druckhöhe H_1 statt h gleichmäßig von t auf t_1 erhitzt werden, und welche die Ausflußgeschwindigkeit, mithin auch den Effekt auf eine wahrnehmbare Weise erhöhen, indem sie beim Ausströmen der Luft aus der Düse eine mechanische Arbeit zu vollbringen im Stande sind.

Setzen wir der Kürze halber

$$M(H - H_1)\gamma = \eta,$$

so folgt

$$(182) \quad \varepsilon_1 = E_1 - E = e_1 - \eta.$$

Da wegen $H > H_1$, η stets positiv ist, so folgt, daß bei der bewegten Luft die Nutzeffektszunahme ε_1 in Folge der Erhitzung kleiner sei, als unter gleichen Umständen die Nutzeffektszunahme e_1 bei der ruhenden Luft. Die Differenz ist jedoch stets sehr gering, da H_1 nahe $= H$, also $H - H_1$ nahe $= 0$ ist.

Die zweite, durch die Erhitzung der bewegten Luft bewirkte Zunahme ε_2 am Nutzeffekte, welche bei der ruhenden Luft durch $e_2 = w_2$ ausgedrückt wurde, und welche sich lediglich durch die Verdrängung der atmosphärischen Luft bei ihrem Ausflusse aus der Düse offenbart, behält bei der bewegten Luft denselben Werth wie bei der ruhenden (143) und (161), es ist also:

$$(183) \quad \varepsilon_2 = e_2 = w_2 = \frac{Lp}{\delta_0} b(t_1 - t).$$

Diese Zunahme ε_2 ist auch hier bedeutend größer als ε_1, und ist nicht geeignet, unmittelbar eine nutzbare mechanische Arbeit zu verrichten. Wird daher davon abstrahirt und bloß der einer nützlichen mechanischen Wirkung fähige Zuwachs ε_1 berücksichtiget, so ergibt sich der beim Ausflusse der heißen Luft zur Wirksamkeit gelangende gesammte Nutzeffekt E_1 zufolge (182):

$$E_1 = E + e_1 - \eta.$$

Es ist aber

$$E = MH\gamma = MH_1\gamma + M(H - H_1)\gamma = MH_1\gamma + \eta,$$

demnach folgt

(184) . . $E_1 = MH_1\gamma + e_1$,

d. h. der gesammte mechanisch verwendbare Nutzeffekt der während ihrer Bewegung in einem Rohre von gleichem Querschnitte erhitzten Luft ist also analog zu (160) gleich jenem Effekte $MH_1\gamma$, welchen die Luft im kalten Zustande unter der Pressung H_1 beim Ausflusse äußern würde, mehr dem Nutzeffektszuwachse e_1, welchen die Erhitzung der Luft bei derselben Pressung H_1 im ruhenden Zustande hervorbringt.

Ungeachtet daß die effektive Manometerhöhe H_1 der heißen Luft kleiner wird als jene der kalten Luft, so ist demnach der Effekt der aus der Düse ausströmenden heißen Luft, d. i.

$$E_1 = M_1 H_1 \gamma,$$

bedeutend größer als der Effekt der kalten Luft vor ihrer Erwärmung oder als

$$E = MH\gamma;$$

denn M_1 nimmt in Folge der Erwärmung im Vergleiche zu M in einem weit größeren Maße zu, als H_1 gegenüber H abnimmt.

Legt man z. B. wie oben eine Erhitzung von 300° C. zu Grunde, so ist

$$L = M\delta = M_1\delta_1,$$

$$M\frac{\delta_0}{1+bt} = M_1\frac{\delta_0}{1+bt_1}, \text{ also}$$

(185) . . $$M_1 = \frac{1+bt_1}{1+bt}M,$$

$$M_1 = \frac{800+3.300}{800+3.10}M = 2{\cdot}05\,M,$$

d. h. das Volum M_1 der heißen Luft verdoppelt sich bei einer Erhitzung auf 300° C., die effektive Manometerhöhe H_1 dagegen sinkt selbst bei einer Geschwindigkeit $U_1 = 60^m$, wie oben gezeigt wurde, nur auf $H_1 = 0{\cdot}93\,H$ herunter, nimmt also blos um 7% ab. Der Effekt E_1 erreicht also beinahe das Doppelte von E. Hierin liegt nun die Hauptursache, warum ein Hochofen, welcher mit heißem Wind gespeist wird, besser arbeitet als jener mit kaltem Wind, trotz dem, daß durch die Erhitzung der Luft die effektive Manometerhöhe in der Windleitung bei angemessener Erweiterung des Düsenquerschnittes (157) nicht nur nicht zunimmt, sondern sogar etwas kleiner wird.

Der Nutzeffekt am Gebläsekolben muß gleich gesetzt werden der Arbeit E zum Zusammendrücken und Bewegen der kalten Luft, weil auf letztere der Kolben unmittelbar einwirkt; es ist also

(186) . . $E = MH\gamma$.

Man kann aber ſetzen:

$$MH\gamma = MH_1\gamma + M(H - H_1)\gamma.$$

Mit Rückſicht auf den für H unter (179) gefundenen Werth erhält man daher für den Nutzeffekt am Gebläſekolben:

$$(187)\quad E = MH_1\gamma + MU_1^2 \cdot \frac{159\,(t_1 - t)}{(800 + 3t_1)^2}\left(1 + 0{\cdot}2\,H_1 - \frac{0{\cdot}01\,U_1^2}{800 + 3t_1}\right),$$

aus welcher Gleichung E unmittelbar ſich berechnen läßt, wenn die auf den bewegten heißen Wind Bezug habenden Größen U_1, H_1, t_1 nebſt der zu liefernden Windmenge M von mittlerer Temperatur und atmoſphäriſcher Dichtigkeit gegeben ſind.

§. 26.

Spezielle Berechnung eines Gebläſes für heißen Wind.

Bei der Anlage eines Gebläſes, deſſen Wind auf ſeinem Wege zu den Düſen erhitzt werden ſoll, kennt man, ſo wie bei dem Gebläſe ohne Winderhitzung, gewöhnlich das in einer Sekunde zu liefernde Volumen M des Windes in dem Zuſtande vor deſſen Erhitzung und Verdichtung, alſo bei mittlerer Temperatur und Dichtigkeit, ferner die effektive Preſſung H_1, welche ein mit ſeinem Windſchenkel gegen den Luftſtrom gerichtetes Waſſermanometer vor der Düſe anzeigt, endlich die Temperatur t_1, die der heiße Wind beſitzen ſoll.

Es ſei nun übereinſtimmend mit der Aufgabe §. 19

$M = \frac{64}{60} = 1{\cdot}07$ Kubikmeter in einer Sekunde,

$H_1 = 0{\cdot}^m897$ effektive Höhe des Waſſermanometers, und überdieß

$t = 300°$ C.;

ferner ſoll der heiße Wind durch drei Düſen dem Hochofen zugeführt werden.

Da bei genügend weiten Windleitungsröhren die Geſchwindigkeiten U und U_1, mit welchen ſich der Wind darin vor und nach der Erhitzung bewegt, nicht bedeutend ſind, da alſo durch die zugehörigen Geſchwindigkeitshöhen h und h_1 die den Preſſungen P und P_1 entſprechenden Manometerhöhen h und h_1 kaum merkliche Zunahmen erleiden, ſo kann man erſtere außer Acht laſſen, und daher ſtatt den effektiven Höhen H und H_1 die Druckhöhen h und h_1 in Rechnung nehmen. Unter dieſer Vorausſetzung läßt ſich die Aufgabe ganz nach denjenigen Geſetzen behandeln, welche §. 20 bis 22 für die Erhitzung der in einen großen Behälter eingeſchloſſenen ruhenden Luft aufgeſtellt wurden.

Um den Durchmeſſer der drei Düſen zu beſtimmen, welche die verlangten

$$M = 1{\cdot}07 \text{ Kubikmeter}$$

Wind von gewöhnlicher Temperatur und Dichte in einer Sekunde zu liefern haben, muß man berückſichtigen, daß nach (157) für gleiche Luftgewichte

$$a_1 = a\sqrt{\frac{1+bt_1}{1+bt}} \text{ iſt.}$$

Man muß daher zuerſt den Düſenquerſchnitt a, welcher $m = \frac{M}{3} = 0{\cdot}355$ Kubikmeter Wind in einer Sekunde im kalten Zuſtande entſpricht, aus (127)

$$a = \frac{m}{106\sqrt{H_1}} = 0{\cdot}0035\square^m.$$

beſtimmen, um ſodann mit Hilfe der Formel (157) daraus a_1 zu ermitteln.

Wegen $\sqrt{\frac{1+bt_1}{1+bt}} = \sqrt{\frac{1+\frac{3}{800}\cdot 300}{1+\frac{3}{800}\cdot 10}} = 1{\cdot}43$ folgt

$$a_1 = 1{\cdot}43\,a = 0{\cdot}0050\square^m.$$

Aus $\frac{d_1^2\pi}{4} = a_1$ ergibt ſich ſodann

$$d_1 = \sqrt{\frac{4a_1}{\pi}} = 1{\cdot}128\sqrt{a_1} = 0{\cdot}^m080.$$

Berechnet man aber mit Hilfe des Querſchnittes a aus

$$d = 1{\cdot}128\sqrt{a} = 0{\cdot}^m067$$

den Düſendurchmeſſer d für den kalten Wind, ſo läßt ſich auch daraus d_1 ermitteln; denn es iſt wegen

$$a_1 = \frac{d_1^2\pi}{4} \text{ und } a = \frac{d^2\pi}{4},$$

wenn man in (157) ſubſtituirt,

$$d_1^2 = d^2\sqrt{\frac{1+bt_1}{1+bt}}, \text{ alſo}$$

$$(188) \quad . \quad . \quad d_1 = d\sqrt[4]{\frac{1+bt_1}{1+bt}};$$

für $t = 10°$ und $t_1 = 300°$ C. erhält man:

$$\sqrt[4]{\frac{1+bt_1}{1+bt}} = \sqrt[4]{\frac{1+\frac{3}{800}\cdot 300}{1+\frac{3}{800}\cdot 10}} = 1{\cdot}20,$$

alſo iſt

$$d_1 = 1{\cdot}20\,d = 1{\cdot}20.0{\cdot}067 = 0{\cdot}^m080,$$

wie oben.

Schneller kommt man zum Ziele, wenn man mit Hilfe der dem §. 19 beigegebenen Tabelle den zu

$$m = 60.0{\cdot}335 = 20{\cdot}1 \text{ und}$$
$$H_1 = 0{\cdot}896$$

gehörigen Durchmeſſer d ſucht, den man dort = 0·065 findet, und ſodann aus (188) den Werth von d_1 wie oben ermittelt.

Haben die weiten Windröhren durchaus einen gleichen Querſchnitt, ſo iſt vermöge (173)

$$P = P_1, \text{ alſo } h = h_1, \text{ folglich auch } H = H_1,$$

wie dieß auch aus (179) für $U_1 = 0$ gefolgert wurde. Der Nutzeffekt am Gebläſekolben (ohne Rückſicht auf die Röhrenreibung) wird alſo ſein:

$$E = Mh\gamma = MH_1\gamma = 1{\cdot}07.0{\cdot}897.1000$$
$$= 959{\cdot}8 \text{ Kil.-Meter} = 12{\cdot}8 \text{ Pferdekräfte},$$

wie in §. 19.

Der Nutzeffekt der bei den Düſen ausſtrömenden heißen Luft iſt dagegen

$$E_1 = M_1 H_1 \gamma,$$

wo M_1 das Volum der heißen Luft bedeutet.

Zufolge (185) iſt aber bei gleichem Luftgewichte

$$M_1 = M\frac{1 + bt_1}{1 + bt},$$

alſo für $t_1 = 300$ und $t = 10$

$$M_1 = 2{\cdot}05\,M;$$

hiernach ergibt ſich

$$E_1 = 2{\cdot}05\,M\,H_1\,\gamma = 2{\cdot}05\,E.$$

Durch die Erhitzung der Luft wird alſo der vom Gebläſekolben ihr mitgetheilte Nutzeffekt E um 105% geſteigert, und doch iſt dieſer Zuwachs nur der kleinere in (162) e_1 genannte Theil der Erhitzungsarbeit. Der mehr als zehnmal größere Theil e_2 könnte erſt bei der Abkühlung der ausgeblaſenen heißen Luft zur Geltung gebracht werden.

Der oben gefundene Nutzeffekt E am Gebläſekolben muß jedoch in der Wirklichkeit auch bedeutend vermehrt werden, theils wegen der geſteigerten Röhrenreibung in Folge der größeren Röhrenlänge und der vielen Krümmungen, theils wegen des gewöhnlichen plötzlichen Ueberganges der Luft in einen größeren oder kleineren Querſchnitt beim Ein- und Austritte derſelben in und aus dem Lufterhitzungs-Apparate.

Auf die Ausmaßen der Gebläſecylinder und auf die Kolbengeſchwindigkeit übt die Erhitzung des Windes für ſich allein bei der berechneten Erweiterung der Düſen keinen Einfluß aus.

Wäre der Querſchnitt A der Windleitungsröhren ver-

hältnißmäßig klein, daher die Geſchwindigkeit $U_1 = \frac{M_1}{A}$ bedeutend groß, ſo müßte man die Berechnung des Nutzeffektes nach denjenigen Geſetzen durchführen, welche für die Erhitzung der bewegten Luft in einer Windleitung aufgeſtellt wurden.

Iſt z. B. der Durchmeſſer D der Windleitung $= 6'' = 0{\cdot}^{m}16$, daher

$$A = 0{\cdot}785\,D^2 = 0{\cdot}02\,\square^{m},$$

ſo folgt wegen

$$M_1 = 2{\cdot}05\,M = 2{\cdot}05.1{\cdot}07 = 2{\cdot}2\,\square^{m},$$

$$U_1 = \frac{M_1}{A} = \frac{2{\cdot}20}{0{\cdot}02} = 110^{m}.$$

Führt man dieſen Werth $U_1 = 110^{m}$ in (179) ein, und ſetzt überdieß darin

$$H_1 = 0{\cdot}897, \quad t = 10^{0} \quad \text{und} \quad t_1 = 300^{0},$$

ſo findet man

$$H = H_1 + 0{\cdot}214 = 0{\cdot}897 + 0{\cdot}214 = 1{\cdot}^{m}111.$$

Es berechnet ſich daher der Nutzeffekt am Gebläſekolben

$$E = MH\gamma = 1{\cdot}07.1{\cdot}111.1000 = 1189 \text{ Kil.-Meter, oder}$$

$$E = \frac{1189}{75} = 16 \text{ Pferdekräfte,}$$

alſo bedeutend größer als bei weiten Windleitungsröhren, in denen die Geſchwindigkeit U_1 ſehr klein iſt, ſo daß ſie vernachläſſigt werden kann, und wofür $E = 12{\cdot}8$ Pferdekräfte gefunden wurde.

Soll bei einem im Gange befindlichen Gebläſe mit weiten Windleitungsröhren aus der abgenommenen Windpreſſung $H_1 = h$, dann aus der Zahl und dem Durchmeſſer der Düſen die Windmenge M und der theoretiſche Effekt E am Gebläſekolben beſtimmt werden, ſo wird man vorerſt aus (188)

$$(189) \quad . \quad . \quad d = d_1 \sqrt[4]{\frac{1 + bt}{1 + bt_1}}$$

den Durchmeſſer d der Düſen, oder aus (157)

$$a = a_1 \sqrt{\frac{1 + bt}{1 + bt_1}}$$

den Querſchnitt a ſuchen, welcher den Düſen gegeben werden müßte, um dasſelbe Luftgewicht mit gleicher Preſſung, jedoch bei gewöhnlicher Temperatur $t = 10^{0}$ herauszudrücken.

Wäre z. B. der Durchmeſſer jeder der drei Düſen $d_1 = 0{\cdot}^{m}080$, ſo wird man für $t_1 = 300^{0}$ aus (189) $d = 0{\cdot}^{m}067$ finden.

Aus d und der Manometerhöhe $H_1 = h_1$ bestimmt man mittelst (129):

$$m = 5004\, d^2 \sqrt{H_1},$$

oder mit Hilfe der Tafel des §. 19 die Windmenge m, welche in einer Minute jede Düse liefert, und erhält sodann durch Multiplikation mit 3 und durch Division mit 60 die in einer Sekunde herausströmende Windmenge M von der gewöhnlichen Temperatur und Dichtigkeit.

Da bei weiten Windleitungsröhren von durchaus gleichem Querschnitt $H = H_1$ gesetzt werden kann, so liefert die Gleichung

$$E = M H_1 \gamma$$

den gesuchten Nutzeffekt am Gebläsekolben.

Wäre die Geschwindigkeit U_1 der heißen Luft bedeutend groß, so daß sie füglich nicht vernachlässigt werden könnte, so darf die Manometerhöhe nicht wie gewöhnlich senkrecht auf die Richtung des Stromes abgenommen werden, sondern dem Strome entgegengesetzt, nach Figur 4 bei D, um $H_1 = h_1 + b_1$ zu erhalten.

Mit dieser Pressung H_1 und dem reduzirten Düsendurchmesser d (189) gehe man in die Formel (129) oder in die Tabelle des §. 19, und suche das Volumen M der kalten Luft.

Wäre man nicht in der Lage, die effektive Manometerhöhe H in dem kalten Theile der Windleitung unmittelbar zu erheben, um daraus den Nutzeffekt am Gebläsekolben aus

$$E = M H \gamma$$

berechnen zu können, so müßte man voraus H aus H_1 durch Rechnung suchen. Da hierzu die Geschwindigkeit

$$U_1 = \frac{M_1}{A}$$

benöthigt wird, so bestimmt man vorher mit Benützung der Formel (185) aus M den Werth von M_1, und geht dann mit

$$\frac{M_1}{A} = U_1$$

in die Formel (179), um daraus H zu ermitteln. Aus

$$E = M H \gamma$$

ergibt sich sodann der Nutzeffekt am Gebläsekolben, ohne Rücksicht auf die Reibung in der Windleitung und im Erhitzungs-Apparate.

Um das öfter vorkommende Berechnen des Bruches

$$\frac{1 + bt}{1 + bt_1} \quad \text{oder} \quad \frac{1 + bt_1}{1 + bt}$$

so wie seiner Wurzeln zu ersparen, sind in der nachstehenden Tabelle

deſſen Werthe für eine Reihe von gewöhnlich vorkommenden Temperaturen zuſammengeſtellt, unter der Annahme $t = 10°$.

Temperatur t_1 nach		$\frac{1+bt}{1+bt_1}$	$\frac{1+bt_1}{1+bt}$	$\sqrt{\frac{1+bt}{1+bt_1}}$	$\sqrt{\frac{1+bt_1}{1+bt}}$	$\sqrt[4]{\frac{1+bt}{1+bt_1}}$	$\sqrt[4]{\frac{1+bt_1}{1+bt}}$
Celsius	Réaum.						
10°	8°	1·000	1·000	1·000	1·000	1·000	1·000
20	16	0·965	1·036	0·982	1·018	0·991	1·009
30	24	0·932	1·072	0·965	1·035	0·983	1·018
40	32	0·902	1·108	0·950	1·053	0·975	1·026
50	40	0·873	1·144	0·933	1·070	0·967	1·034
60	48	0·849	1·180	0·921	1·086	0·960	1·042
70	56	0·822	1·216	0·906	1·103	0·952	1·050
80	64	0·798	1·253	0·893	1·122	0·945	1·058
90	72	0·776	1·289	0·881	1·135	0·939	1·066
100	80	0·755	1·325	0·869	1·151	0·932	1·073
110	88	0·735	1·361	0·857	1·167	0·926	1·080
120	96	0·716	1·397	0·846	1·182	0·919	1·088
130	104	0·697	1·433	0·835	1·197	0·914	1·094
140	112	0·680	1·469	0·825	1·212	0·909	1·101
150	120	0·665	1·506	0·815	1·227	0·903	1·108
160	128	0·649	1·542	0·806	1·242	0·898	1·114
170	136	0·634	1·578	0·796	1·256	0·893	1·121
180	144	0·620	1·614	0·787	1·270	0·887	1·127
190	152	0·606	1·650	0·778	1·285	0·882	1·133
200	160	0·593	1·686	0·770	1·298	0·878	1·140
210	168	0·581	1·722	0·762	1·312	0·874	1·146
220	176	0·568	1·759	0·754	1·326	0·868	1·152
230	184	0·557	1·771	0·746	1·331	0·864	1·155
240	192	0·546	1·831	0·739	1·353	0·860	1·163
250	200	0·535	1·876	0·731	1·370	0·855	1·170
260	208	0·525	1·903	0·725	1·379	0·851	1·175
270	216	0·516	1·939	0·718	1·392	0·848	1·180
280	224	0·506	1·975	0·711	1·405	0·843	1·185
290	232	0·497	2·012	0·705	1·418	0·840	1·191
300	240	0·488	2·048	0·699	1·431	0·836	1·196

D.

Ableitung der Geſetze, nach welchen ein frei beweglicher materieller Punkt ſo wie auch die Luft ſich bewegen müſſen, wenn dieſelben zur Rotirung gezwungen werden.

§. 27.

Normaldruck eines in Bewegung befindlichen materiellen Punktes gegen ſeine gezwungene krumme aber feſtſtehende Bahn; Centripetalkraft.

Die ſteif gedachte krumme Linie AB (Fig. 9) ſtelle die Bahn eines gerade in a ſich befindenden materiellen Punktes vom Gewichte k vor, der in dieſem Augenblicke die Geſchwindigkeit v hat; es frägt ſich nun: Wie groß iſt im Punkte a der Druck F, welchen die bewegte Maſſe auf ihre gezwungene Bahn in der normalen Richtung aa' ausübt.

Wenn die gezwungene Bahn nicht vorhanden wäre, ſo würde das Bewegliche offenbar nach der tangentialen Richtung ax mit der Geſchwindigkeit v fortgehen, und mit derſelben nach einer gewiſſen Zeit t in dem Punkte b anlangen, vorausgeſetzt, daß auf die Bewegung ſonſt keine andere Kraft einwirkt, ſondern daß die Maſſe bloß vermöge ihrer Trägheit fortſchreitet. In der gezwungenen Bahn wird daher das Bewegliche gleichfalls nur in Folge der Trägheit ſeiner Maſſe in derſelben Zeit t ein gleiches Stück $\overset{\frown}{ad} = \overline{ab} = vt$ zurücklegen.

Zieht man durch d die Normale, welche mit der Normalen durch a im Punkte O zuſammentrifft, ſo kann unter der Vorausſetzung einer ſehr kleinen Zeit t der Punkt b als in der verlängerten Normalen Od liegend angenommen werden, und $bd = s$ ſtellt ſodann den durch die ſteife Bahn in der Zeit t erzwungenen Weg vor.

Dieſen Weg kann man ſich aber auch als das Reſultat der Einwirkung einer Normalkraft vorſtellen, die nach einwärts gegen O mit einem konſtanten Drucke von F Kilogr. unausgeſetzt auf das freie Bewegliche einwirkt, und verurſacht, daß letzteres nach der Zeit t nicht in b, ſondern in d anlangt, alſo die gezwungene Bahn a d beſchreibt.

Nach der Grundgleichung (19) iſt für jeden Druck F eines in Bewegung befindlichen Gewichtes k überhaupt:

$$F = \frac{k}{g} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2}.$$

Setzt man wegen der ſehr kleinen Zeit t den Krümmungshalbmeſſer $= aO = Od = r$, ſo iſt:

$$db = s = \sqrt{r^2 + v^2 t^2} - r = r\sqrt{1 + \frac{v^2 t^2}{r^2}} - r$$
$$= r\left(1 + \frac{v^2 t^2}{2 r^2} - \frac{1}{8} \cdot \frac{v^4 t^4}{r^4} + \ldots\ldots\right) - r$$
$$= \frac{v^2 t^2}{2 r} - \frac{1}{8} \cdot \frac{v^4 t^4}{r^3} + \ldots\ldots$$

Aus dieſem Ausdrucke für s erhält man, da die Geſchwindigkeit v darin konſtant iſt, durch zwei nach einander folgende Differentiationen nach t:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{v^2}{r} t - \frac{1}{2} \cdot \frac{v^4}{r^3} t^3 + \ldots,$$
$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{v^2}{r} - \frac{3}{2} \cdot \frac{v^4}{r^3} t^2 + \ldots$$

Da nun der zweite Theil des letzten Ausdruckes für $t = 0$, d. i. für den Punkt a in

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{v^2}{r}$$

übergeht, ſo folgt für den Druck in a

$$(190) \quad F = \frac{k}{g} \cdot \frac{v^2}{r} \text{ Kilogr.}$$

Zu demſelben Ausdrucke gelangt man auch durch folgende Betrachtung: Weil der Druck, in Folge deſſen das Bewegliche den Weg b d zurückgelegt hat, während ſeiner Dauer t unveränderlich $= F$ iſt, ſo hat man es hier mit einer gleichförmig beſchleunigten Bewegung zu thun, für welche nach Formel (16) gefunden wurde:

$$s = \tfrac{1}{2} G t^2;$$

daraus ergibt ſich

$$G = \frac{2s}{t^2} = \frac{2}{t^2}\left(\frac{v^2 t^2}{2 r} - \frac{1}{8} \cdot \frac{v^4 t^4}{r^3} + \ldots\right) = \frac{v^2}{r} - \frac{1}{4} \cdot \frac{v^4 t^2}{r^3} + \ldots;$$

für $t = 0$, d. i. für den Punkt a erhält man:

$$(191) \quad G = \frac{v^2}{r}.$$

Da nun wegen (18)

$$F = \frac{k}{g} . G \text{ ist, so folgt auch}$$

$$F = \frac{k}{g} . \frac{v^2}{r}, \text{ wie oben.}$$

Dieser Ausdruck liefert eine Gleichung:

1. für die Stärke des Zuges (Druckes) der Centripetalkraft, welche auf ein frei Bewegliches normal einwärts wirken muß, wenn dasselbe nach einer Bahn vom Krümmungshalbmesser r sich bewegen soll (Bewegung der Himmelskörper);

2. für die Größe des Normaldruckes, den eine nach dem Halbmesser r gekrümmte Bahn vom Beweglichen nach auswärts erleidet, wenn keine Centripetalkraft vorhanden ist.

Wiegt z. B. der längs der krummen Bahn mit einer Geschwindigkeit $v = 1^m$ sich bewegende Körper $k = 10$ Kilogr., und ist der Krümmungshalbmesser dieser Bahn $r = 1^m$, so drückt derselbe während seiner Bewegung senkrecht auf die Bahn mit

$$F = \frac{10}{9{\cdot}81} = 1{\cdot}02 \text{ Kilogr.}$$

Eine dritte Bedeutung der Gleichung (190) werden wir im nächsten Paragraphe kennen lernen.

§. 28.

Gleichung für den radialen Druck, welchen ein materieller Punkt scheinbar erleidet, wenn auf denselben ein gleichförmig rotirender Stab einwirkt. (Fliehkraft.)

Wir wollen jetzt auf den vom vorhergehenden wesentlich verschiedenen Fall übergehen, wo das Körperatom zwar einer gezwungenen Bahn folgt, welche aber selbst mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit um eine auf ihrer Ebene senkrechte Achse rotirt und nicht eine in sich selbst zurückkehrende Linie bildet, sondern eine in der kleinsten Entfernung $= R_1$ von der Achse beginnende und in der größten Entfernung $= R_2$ endende Gerade oder Kurve ist.

Stellen wir uns zunächst in Figur 10 unter BO einen sich um O drehenden geraden Stab vor, welcher auf eine kleine Kugel A nach rechts drückt, und derselben eine Geschwindigkeit c senkrecht auf AO ertheilt. Sollte die Kugel diese Geschwindigkeit c unveränderlich beibehalten, so dürfte sie natürlich keinen weiteren Impuls von dem Stabe mehr erhalten; letzterer müßte vielmehr der Kugel höchstens

ſo ſchnell folgen, daß

$$A1 = 1, 2 = 2, 3 = 3, 4 = \text{ꝛc. wird.}$$

Denkt man ſich die gleichen Zeittheilchen τ, in denen dieſe gleichen Abſtände $= A1 = s$ zurückgelegt werden, unendlich klein, und von jedem Punkte 1, 2, . . . ein Perpendikel auf die jedesmalige Lage des Stabes gefällt, ſo repräſentiren die immer kleiner werdenden einzelnen Senkrechten

$$1a, 2b, 3c \text{ ꝛc.} = s \cos \omega$$

(unter ω den jeweiligen Mittelpunktswinkel verſtanden) die von dem Stabe mit ungleichförmiger tangentialer Geſchwindigkeit

$$v = \frac{s \cos \omega}{\tau}$$

zurückgelegten Wege, die demnach für jeden folgenden Punkt mit wachſendem ω immer kleiner werden.

Ebenſo ſtellen die immer größer werdenden Stückchen

$$a2, b3, c4, \ldots = s \sin \omega,$$

welche die Kugel längs dem Stabe zurücklegt, die mit ungleichförmiger radialer Geſchwindigkeit

$$u = \frac{s \sin \omega}{\tau}.$$

durchlaufenen Wege vor, die für jeden folgenden Punkt immer größer werden.

Bezeichnet Θ die Winkelgeſchwindigkeit des Stabes, d. i. die Geſchwindigkeit des in der Entfernung $= 1^m$ von O gelegenen Punktes A_1, ſo iſt

$$\Theta = \frac{v}{r} = \frac{s \cos \omega}{r\tau}.$$

Da nun in dieſem Ausdrucke für die auf einander folgenden Lagen des Stabes AB, r immerfort zu- und $\cos \omega$ abnimmt, ſo folgt, daß die Winkelgeſchwindigkeit Θ immer mehr und mehr abnehmen müſſe, je weiter der Stab von ſeiner urſprünglichen Lage AB abweicht.

Soll daher die Winkelgeſchwindigkeit $\Theta = \frac{v}{r}$ des Stabes konſtant bleiben, ſo muß die tangentiale Geſchwindigkeit v in demſelben Verhältniſſe wachſen, als der Radius r größer wird; ſie muß alſo, wenn ſie im Radius 1 gleich Θ geſetzt wird, im Radius r ſein:

$$v = r\Theta.$$

Die Kugel wird daher in dieſem Falle dem Stabe niemals voreilen, alſo ihn nicht verlaſſen können, bis er in der Entfernung R_2

zu Ende geht. Sie muß vielmehr während ihres mit der veränderlichen (relativen) Geſchwindigkeit u vor ſich gehenden Fortgleitens längs dem Stabe fort und fort Impulſe von demſelben erhalten, die in jedem Augenblicke ſenkrecht auf die jeweilige radiale Richtung des Stabes ſtehen, und zwar jederzeit unendlich klein ſind, ſich aber bei der ſucceſſiven Zunahme der Entfernung r der Kugel vom Mittelpunkte immer im gleichen Sinne ſummiren und eine endliche Veränderung der anfänglichen tangentialen und abſoluten Geſchwindigkeit

$$v_1 = R_1 \Theta$$

bewirken.

Sind Oa_0, Oa_1, Oa_2, . . . (Fig. 11) die einzelnen Lagen des Stabes, welche er während der gleichförmigen Drehung um O mit der konſtanten Winkelgeſchwindigkeit Θ nach den kleinen und gleichen Zeittheilchen τ annimmt, und denkt man ſich, daß die tangentialen Impulſe mit Beginn eines jeden Zeittheilchens τ erfolgen, ſo wird die Kugel eine gebrochene Linie $A_0 A_1 A_2$ durchlaufen, welche, wenn die Zeittheilchen τ unendlich klein ſind, in eine krumme Linie übergeht; denn iſt $A_0 A_1$ der erſte auf Oa_0 ſenkrechte Impuls, welchen die Kugel in der Zeit τ bis zu dem in der Geraden Oa_1 gelegenen Punkte A_1 verſetzen muß, ſo würde die Kugel, wenn keine weitere Einwirkung des Stabes auf ſie Statt fände, im zweiten Zeittheilchen τ in der Verlängerung von $A_0 A_1$ den Weg $A_1 b_1 = A_0 A_1$ zurücklegen.

Wegen des neuen Impulſes in A_1 ſenkrecht auf Oa_1 muß aber die Kugel, um am Ende von τ die Linie Oa_2 zu erreichen, gleichzeitig den Weg $A_1 d_1 = b_1 A_2$ ſenkrecht auf Oa_1 zurücklegen.

Der mittlere Weg der Kugel wird daher $A_1 A_2$ ſein. Dasſelbe findet auch in A_2 Statt; die Kugel, welche vermöge ihrer Trägheit in der Richtung $A_1 A_2$ von A_2 nach b_2 kommen ſollte, wird in Folge des neuen Impulſes $A_2 d_2 = b_2 A_3$ den Weg $A_2 A_3$ einſchlagen, u. ſ. w.

Erfolgen die einzelnen unendlich kleinen Impulſe kontinuirlich auf einander, wie dieß bei einer gleichförmigen Umdrehung des Stabes Oa_0 um O der Fall iſt, ſo übergeht die gebrochene Linie $A_0 A_1 A_2$ ꝛc. in eine Kurve, die ſogleich bekannt wäre, ſobald man das Geſetz der radialen Bewegung der Kugel längs des Stabes, d. i. das Geſetz wüßte, nach welchem die Wege $A_1 p_1$, $A_2 p_2$, . . . ſich geſtalten.

Ist nun behufs der Bestimmung des Gesetzes der relativen Bewegung A (Fig. 12) irgend ein Punkt der auf die oben dargestellte Weise entstehenden absoluten Bahn der Kugel, r sein Abstand AO vom Centrum, u die relative Geschwindigkeit der Kugel längs des Stabes, und $v = r\Theta$ die tangentiale Geschwindigkeit des Stabpunktes A; so folgt, daß die Kugel in Folge der Trägheit allein in der darauf folgenden sehr kleinen Zeit τ den absoluten Weg Ab beschreiben würde, der sich aus den beiden Komponenten $Ap = u\tau$ und $AB = v\tau$ ergibt. Die Kugel soll aber in der Zeit τ bis zu dem sehr nahezu durch B gehenden Radius Of gelangen, der im Halbmesser = 1 den Bogen $\varepsilon = \Theta\tau$ zurücklegt. Dieß kann aber nur dadurch bewirkt gedacht werden, daß in A ein momentaner tangentialer Impuls hinzukömmt, der mit gleichförmiger Geschwindigkeit in der Zeit τ den Weg $Ad = bF$ produzirt, und sich sonach mit Ab zu AF zusammensetzt.

Der gesammte relative Weg EF in der Zeit τ besteht also aus zwei Stücken, aus HF und HE; das erstere

$$HF = \frac{He}{\cos\varepsilon} = \frac{Ap}{\sqrt{1-\sin\varepsilon^2}} =$$

$$= Ap(1-\sin\varepsilon^2)^{-\frac{1}{2}} = u\tau(1+\tfrac{1}{2}\sin\varepsilon^2+\ldots)$$

$$= u\tau\left(1+\frac{\varepsilon^2}{2}+\ldots\right) = u\tau+\frac{u\Theta^2\tau^2}{2}+\ldots$$

fällt bis auf ein verschwindend Kleines dritter Ordnung mit $u\tau = Ap$ zusammen. Faßt man daher nur die relative Bewegung in's Auge, d. h. die gezwungene geradlinige Bewegung längs des als ruhend betrachteten Stabes, so repräsentirt HF jenen Theil der relativen Bewegung, der bloß in Folge der Trägheit zurückgelegt wird. Der andere Theil EH des in der Zeit τ beschrieben relativen Weges kann, da die Bewegung nicht ruckweise, sondern kontinuirlich vor sich geht, als durch eine andauernde Kraft hervorgebracht gedacht werden, welche während der ganzen kleinen Zeit τ ihre Intensität unverändert beibehält, also konstant ist.

Diese scheinbare radial nach auswärts wirkende Kraft, welche an dem ruhenden Stabe dieselbe Bewegung der Kugel produziren würde, wie sie wirklich an dem rotirenden Stabe eintritt, heißt Fliehkraft oder Centrifugalkraft.

Da sie in derselben Zeit τ den Weg EH produzirt, in welcher der Punkt A des Stabes den Weg AE zurücklegt, und in welcher

nach dem vorigen Paragraphe die radial einwärts wirkende Centripetalkraft das Bewegliche zwingt, ſtatt nach der Tangente AH vielmehr nach dem Kreisbogen AE, alſo um das gleiche Stück HE gegen das Centrum O fortzuſchreiten, da ferner gleich große Wege in gleichen Zeiten nur durch gleich große Kräfte hervorgebracht werden können; ſo gilt die für die Größe des durch die Centripetalkraft verurſachten radialen Druckes F gefundene Formel (190) auch für die Fliehkraft, und es iſt auch der Druck der letzteren:

$$(192) \quad . \quad . \quad F = \frac{k}{g} \cdot \frac{v^2}{r}.$$

Zu dieſem Reſultate führt übrigens auch ſelbſtſtändig eine Wiederholung der, der Formel (190) zu Grunde liegenden Entwicklung.

Wegen $v = r\Theta$ kann man auch ſetzen:

$$(193) \quad . \quad . \quad F = \frac{k}{g} r\Theta^2.$$

Für den Zug oder Druck der Fliehkraft, d. i. jener ſcheinbaren radialen Kraft, mit welcher ein materieller Punkt durch einen gleichförmig rotirenden radialen Stab längs desſelben vom Mittelpunkte hinweggetrieben wird, gilt alſo derſelbe Ausdruck wie für den Normaldruck auf eine feſtſtehende konkave Bahn, längs welcher ein materieller Punkt ſich vermöge ſeiner Trägheit bewegt.

§. 29.

Grundgleichung für die relative Geſchwindigkeit eines materiellen Punktes, welcher von einem rotirenden radialen geraden Stabe getrieben wird. Größe und Richtung der abſoluten Geſchwindigkeit, mit welcher er den Stab verläßt.

Die Fliehkraft repräſentirt eine ideale Kraft, welche der Kugel längs dem ruhenden Stabe dieſelbe Bewegung ertheilen würde, welche ſie in der Wirklichkeit längs des gleichförmig rotirenden Stabes annehmen muß.

Da die Kugel ſich längs des Stabes mit der Geſchwindigkeit u bewegt, ſo hat man allgemein nach Formel (6) ihre Beſchleunigung

$$G = \frac{du}{dt};$$

vermöge (191) iſt aber für den vorliegenden Fall

$$(194) \quad . \quad . \quad G = \frac{v^2}{r} = \frac{r^2\Theta^2}{r} = r\Theta^2;$$

Darnach folgt auch

$$(195) \quad \frac{du}{dt} = r\Theta^2.$$

Da ferner r die veränderliche Entfernung vom Mittelpunkte bedeutet, welche das Bewegliche nach der Zeit τ annimmt, so ergibt sich die relative Geſchwindigkeit u, mit welcher der materielle Punkt längs des Stabes fortſchreitet, zufolge (3) aus

$$(196) \quad u = \frac{dr}{dt}.$$

Werden die beiden letzteren Gleichungen multiplizirt, ſo folgt

$$(197) \quad \frac{u\,du}{dt} = \frac{\Theta^2 r\,dr}{dt} \text{ oder}$$

$$(198) \quad 2u\,du = 2\Theta^2 r\,dr.$$

Durch Integration dieſer Gleichung erhält man

$$(199) \quad u^2 = \Theta^2 r^2 + \text{Const.} = v^2 + \text{Const.},$$

alſo auch

$$(200) \quad u^2 - v^2 = \text{Const.},$$

d. h. der Unterſchied zwiſchen den Quadraten aus der relativen Geſchwindigkeit u und der Peripherie-Geſchwindigkeit v iſt für jede Stelle, auf welcher ſich der materielle Punkt gerade befindet, einer und derſelben konſtanten Größe gleich; daher iſt auch für $t=0$, d. i. für den Punkt A_0 (Fig. 11):

$$u_1^2 - v_1^2 = \text{Const.}, \text{ mithin}$$

$$u^2 - v^2 = u_1^2 - v_1^2 \text{ oder}$$

$$(201) \quad u^2 - u_1^2 - (v^2 - v_1^2) = 0.$$

Dieſe Gleichung iſt die Grundgleichung für die relative Bewegung längs des rotirenden geraden Stabes.

Für den äußerſten Punkt des Stabes, wo

$$r = R_2 \text{ und}$$

$$v = R_2\Theta = v_2$$

iſt, übergeht (201) in

$$(202) \quad u_2^2 - u_1^2 - (v_2^2 - v_1^2) = 0.$$

Stellt die Gerade $A_1 A_2$ (Fig. 13) den um O rotirenden radialen Stab vor, welcher während des Umlaufens nach ſeiner ganzen Länge auf einen materiellen Punkt wirkt; iſt überdieß die Senkrechte $A_2 B_2 =$ der äußeren Peripherie-Geſchwindigkeit v_2 abgeſchnitten, ſo repräſentirt die Senkrechte $A_1 B_1$ die innere Peripherie-Geſchwindigkeit v_1. Wird nun in dem über $A_2 B_2 = v_2$ beſchriebenen Halbkreiſe $A_1 B_1 = v_1$ als Sehne $B_2 D$ aufgetragen, ſo iſt

$$A_2 D = v_2^2 - v_1^2 = C^2.$$

Schneidet man überdieß von der verlängerten B_2D ein Stück $DE = u_1 =$ der relativen Geſchwindigkeit an der inneren Peripherie des Stabes ab, ſo ſtellt die Hypothenuſe A_2E die relative Geſchwindigkeit u_2 ihrer Größe nach vor; denn es iſt

$$u_2^2 - u_1^2 = C^2 = v_2^2 - v_1^2,$$

wie es die Gleichung (202) verlangt.

War die relative Geſchwindigkeit $u_1 = 0$, ſo folgt

$$u_2^2 = v_2^2 - v_1^2.$$

Wird $A_2H_2 = A_2E = u_2$ abgeſchnitten, ſo repräſentirt die Diagonale A_2F_2 des Rechteckes $A_2B_2F_2H_2$ die **abſolute Geſchwindigkeit** U_2, welche die den Stab verlaſſende Kugel beſitzen und beibehalten wird; da ſich dieſelbe aus der tangentialen Komponente v_2 und der radialen Komponente u_2 zuſammenſetzt, ſo iſt ſie ihrer **Größe** nach beſtimmt durch die Gleichung

$$U_2^2 = u_2^2 + v_2^2,$$

oder wenn man darin für u_2^2 den Werth aus (202) ſubſtituirt:

(203) . . $U_2^2 = u_1^2 + 2v_2^2 - v_1^2$ . . .

und ihrer **Lage** nach durch den Winkel δ_2 (Fig. 13) gegen die tangentiale Richtung von v_2 mittelſt

(204) . . $\text{tang.}\,\delta_2 = \frac{u_2}{v_2} = \frac{1}{v_2}\sqrt{u_1^2 + v_2^2 - v_1^2}$ . . .

Wir ſehen hieraus, daß die Richtung, in welcher die Kugel den Stab **verläßt**, mit der Tangente des größten Kreiſes ſtets einen **beſtimmten Winkel** einſchließt, daß alſo die Kugel ſich ganz anders bewegt, als ein von einem rotirenden Syſtem an der äußeren Peripherie abgeriſſener Körper, welcher ſtets die tangentiale Richtung einſchlägt.

Beginnt die Wirkung des rotirenden Stabes auf den materiellen Punkt bereits in O, ſo muß man $v_1 = 0$ ſetzen; und iſt überdieß in dieſem Falle $u_1 = 0$, ſo ergibt ſich $\text{tang.}\,\delta_2 = 1$, d. h. der Punkt wird den Stab unter einem Winkel von 45° verlaſſen.

§. 30.

Entwicklung der Polargleichung für die abſolute Bahn des durch einen geraden radialen Stab getriebenen materiellen Punktes.

Wir wollen noch die **Polargleichung** derjenigen Kurve entwickeln, welche der durch einen geraden radialen Stab getriebene Punkt in Folge ſeiner **abſoluten** Bewegung beſchreibt.

Nach (193) iſt der aus der Fliehkraft entſpringende radiale Druck

$$F = \frac{k}{g} r \Theta^2.$$

Es gilt aber außerdem nach (19) allgemein für den Druck einer jeden Kraft, welche in der elementaren Zeit dt einen Geſchwindigkeitszuwachs du bewirkt, alſo auch für F die Gleichung:

$$F = \frac{k}{g} \cdot \frac{du}{dt}.$$

Aus der Gleichſetzung dieſer beiden Ausdrücke folgt

$$(205) \quad \frac{du}{dt} = r \Theta^2.$$

Da nun im vorliegenden Falle die variable Geſchwindigkeit u von der elementaren Zunahme der radialen Entfernung r vom Drehungspunkte während eines Zeitelementes dt, alſo von dr abhängt, ſo iſt

$$u = \frac{dr}{dt}, \text{ alſo}$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2}.$$

Da ferner ein Punkt des rotirenden Stabes in der Entfernung $= 1$ vom Mittelpunkte den Bogen ω in der Zeit t mit der Geſchwindigkeit Θ zurücklegt, ſo folgt

$$\omega = \Theta t, \text{ daher } t = \frac{\omega}{\Theta},$$

$$dt = \frac{d\omega}{\Theta} \text{ und } dt^2 = \frac{d\omega^2}{\Theta^2}, \text{ alſo}$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2} = \Theta^2 \frac{d^2 r}{d\omega^2};$$

dieß in (205) ſubſtituirt, gibt

$$(206) \quad \frac{d^2 r}{d\omega^2} - r = 0.$$

Dieß iſt eine lineare **Differenzialgleichung** zweiter Ordnung, durch deren Integration wir r als eine Funktion des Bogens ω, alſo die geſuchte Polargleichung der abſoluten Bahn erhalten.

Aus dem Baue der Gleichung (206) ſieht man, daß

$$(207) \quad r = Ce^{\varkappa \omega}$$

ein partielles Integral dieſer Gleichung ſein müſſe, wo C eine willkürliche, $\varkappa$ aber eine zu beſtimmende Konſtante iſt; denn es folgt aus (207)

$$\frac{dr}{d\omega} = C \varkappa e^{\varkappa \omega} \text{ und}$$

$$\frac{d^2 r}{d\omega^2} = C \varkappa^2 e^{\varkappa \omega}.$$

Subſtituirt man dieſe Werthe in (206), ſo erhält man:

$$C\varkappa^2 e^{\varkappa\omega} - Ce^{\varkappa\omega} = 0 \text{ oder}$$

$$Ce^{\varkappa\omega}(\varkappa^2 - 1) = 0.$$

Da nun nicht allgemein, d. i. für alle Werthe von ω, der Faktor $e^{\varkappa\omega} = 0$ ſein kann, ſo muß der Faktor

$\varkappa^2 - 1 = 0$ ſein, woraus ſich

$\varkappa = +1$ und $\varkappa = -1$ ergibt.

Da für jeden dieſer beiden Werthe für $\varkappa$ die Konſtante C in (207) einen beliebigen Werth annehmen kann, ſo leiſten der allgemeinen Differenzialgleichung (206) folgende zwei partielle Integrale Genüge:

$$r = Ae^{\omega} \text{ und}$$

$$r = Be^{-\omega}.$$

Es wird daher das allgemeine Integral der Gleichung (206) ſein:

$$(208) \quad r = Ae^{\omega} + Be^{-\omega},$$

denn es folgt aus (208)

$$(209) \quad \frac{dr}{d\omega} = Ae^{\omega} - Be^{-\omega} \text{ und}$$

$$\frac{d^2r}{d\omega^2} = Ae^{\omega} + Be^{-\omega}, \text{ daher}$$

$$\frac{d^2r}{d\omega^2} - r = Ae^{\omega} + Be^{-\omega} - (Ae^{\omega} + Be^{-\omega}) = 0,$$

wie dieß die Gleichung (206) verlangt.

Es handelt ſich nun darum, in dem allgemeinen Integrale (208) den Werth der beiden Konſtanten A und B mit Rückſicht auf die Bedingungen der Aufgabe zu ermitteln.

Fängt der bewegliche radiale Stab in der Entfernung $r = R_1$ vom Umdrehungspunkte an, ſo hat man für

$$\omega = 0: \quad r = R_1;$$

für dieſen Fall übergeht (208) in

$$(210) \quad R_1 = A + B.$$

Wegen $t = \frac{\omega}{\Theta}$ iſt $dt = \frac{d\omega}{\Theta}$, alſo

$$u = \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\omega}\Theta \text{ und}$$

$$\frac{dr}{d\omega} = \frac{u}{\Theta};$$

dieſen Werth in (209) ſubſtituirt, folgt:

$$\frac{u}{\Theta} = Ae^{\omega} - Be^{-\omega}.$$

Ist nun für $r = R_1$, also $\omega = 0$ die relative Geschwindigkeit $u = u_1$, so ergibt sich

$$(211) \quad \frac{u_1}{\Theta} = (A - B);$$

aus (210) und (211) folgt

$$A = \frac{1}{2}\left(R_1 + \frac{u_1}{\Theta}\right) \text{ und}$$

$$B = \frac{1}{2}\left(R_1 - \frac{u_1}{\Theta}\right).$$

Diese Werthe für A und B in (208) substituirt, ergibt sich

$$(212) \quad r = \frac{1}{2}\left(R_1 + \frac{u_1}{\Theta}\right) e^{\omega} + \frac{1}{2}\left(R_1 - \frac{u_1}{\Theta}\right) e^{-\omega}$$

als die gesuchte **Polargleichung der absoluten Bahn** des beweglichen Punktes.

Für $u_1 = 0$ geht diese Gleichung über in

$$(213) \quad r = \frac{R_1}{2}(e^{\omega} + e^{-\omega}).$$

Aus dieser Gleichung ersieht man, daß für jenen Fall, wo $u_1 = 0$ ist, wo also der Stab einen **ruhenden** materiellen Punkt trifft, die absolute Bahn des Punktes von der Winkelgeschwindigkeit Θ gänzlich unabhängig sei, daß also das Bewegliche denselben absoluten Weg beschreibe, es mag langsam oder schnell von dem radialen Stabe in Bewegung gesetzt werden.

Dasselbe findet auch Statt, wenn

$$u_1 = \pm R_1 \Theta$$

gesetzt wird; es folgt nämlich aus (212)

$$\text{für } u_1 = + R_1 \Theta: \quad r = R_1 e^{\omega},$$

$$\text{und für } u_1 = - R_1 \Theta: \quad r = R_1 e^{-\omega}.$$

Die von dem Beweglichen beschriebene Bahn ist daher eine logarithmische Spirale.

Um dem Auge die **Gestalt der Kurve** für den ersteren Fall (213) ersichtlich zu machen, ist ein Stück derselben in der Figur 14 mittelst der aus $ab = R_1 = 1$ für r berechneten Werthe dargestellt.

Setzt man nämlich der Reihe nach in (213)

$\omega = 0$, so findet man $r_0 = 1{\cdot}000 = R_1$,
$\omega = \frac{1}{16}\pi$, „ „ „ $r_1 = 1{\cdot}018$,
$\omega = \frac{2}{16}\pi$, „ „ „ $r_2 = 1{\cdot}077$,
$\omega = \frac{3}{16}\pi$, „ „ „ $r_3 = 1{\cdot}169$,
$\omega = \frac{4}{16}\pi$, „ „ „ $r_4 = 1{\cdot}325$,
$\omega = \frac{5}{16}\pi$, „ „ „ $r_5 = 1{\cdot}522$,

$\omega = \frac{6}{16}\pi$, so findet man $r_6 = 1{\cdot}777$,
$\omega = \frac{7}{16}\pi$, „ „ „ $r_7 = 2{\cdot}102$,
$\omega = \frac{8}{16}\pi$, „ „ „ $r_8 = 2{\cdot}508$.

§. 31.

Giltigkeit der im §. 29 entwickelten Grundgleichung auch für die relative Bewegung eines Punktes, welcher von einem rotirenden geraden aber nicht radialen Stabe getrieben wird. Ausdehnung dieser Gleichung auch auf gekrümmte Stäbe.

Um den bisher betrachteten Fall zu verallgemeinen, wollen wir voraussetzen, daß der Stab zwar wie zuvor gerade sei, jedoch mit dem Halbmesser einen Winkel bilde.

Bewegt sich ein Stab oder eine Ebene CE (Fig. 15) nach der schiefen Richtung AB, und wirkt derselbe während seines geradlinigen Fortschreitens auf einen materiellen Punkt in A, so wird letzterer, nachdem CE nach C_1E_1 gelangt ist, nicht in A_1, sondern in D sich befinden, vorausgesetzt, daß AD senkrecht auf CE steht; denn der Erfolg der Bewegung der schiefen Ebene CE bleibt derselbe, wenn man letztere zuerst nach der senkrechten Richtung AD bewegt, sodann aber dieselbe um das Stück DA_1 längs C_1E_1 verschiebt. Durch die erstere Bewegung gelangt der Punkt oder die Kugel nach D wegen des senkrechten Druckes; durch die zweite Bewegung wird aber die absolute Lage des Punktes A in D nicht mehr geändert, weil die schiefe Ebene, wenn man von der Reibung abstrahirt, auf denselben nicht mehr einwirken kann. Letztere Verschiebung hat also bloß eine Aenderung der relativen Lage des fortgeschobenen Punktes zur Ebene zur Folge.

Während des Fortschreitens der Ebene von CE nach C_1E_1 legt daher der materielle Punkt A den absoluten Weg AD zurück, welcher auf die schiefe Ebene stets senkrecht steht, und in seiner Größe durch die extremen Lagen der schiefen Ebene bestimmt wird; es ist dieser absolute Weg:

$$AD = AA_1 \sin\beta.$$

Der relative Weg A_1D dagegen ist gleich der Projektion von AA_1 auf C_1E_1, oder es ist:

$$A_1D = A_1A \cos\beta.$$

Denkt man ſich die Ebene CE in gleichförmiger Bewegung, und findet weder zwiſchen ihr und dem Punkte A noch ſonſt wo ein Bewegungshinderniß Statt, ſo ertheilt die Ebene bei ihrem Zuſammentreffen mit dem ruhenden Punkte A demſelben die abſolute Geſchwindigkeit AD und die relative Geſchwindigkeit $-A_1D$ momentan, welche er in Folge ſeiner Trägheit ungeſchwächt auch in der Lage D beſitzt.

Dieß vorausgeſetzt, wollen wir nun die Bewegung eines materiellen Punktes unter dem Einfluſſe einer rotirenden ſchiefen Ebene näher betrachten.

Sind A_0B_0, A_1B_1, . . . (Fig. 16) die Lagen der ſchiefen Ebene, welche dieſelbe in dem kleinen Zeittheilchen τ in Folge der gleichbleibenden Winkelgeſchwindigkeit Θ annimmt, und befindet ſich der materielle Punkt beim Beginne ſeiner Bewegung in A_0, ſo wird derſelbe, dem Vorausgeſchickten zufolge, während des erſten Zeittheilchens in der auf A_0B_0 ſenkrechten Richtung A_0a_1 bis zu A_1B_1 fortſchreiten und längs der ſchiefen Ebene den relativen Weg A_1a_1 zurücklegen. Von a_1 aus würde das Bewegliche in Folge der Trägheit in dem nachfolgenden Zeittheilchen τ in der Verlängerung von A_0a_1 bis b_1 gelangen, wenn $a_1b_1 = A_0a_1$ iſt; um alſo die ſchiefe Ebene in ihrer nächſtfolgenden Lage A_2B_2 zu erreichen, muß auf das Bewegliche in a_1 ein auf A_1B_1 ſenkrechter Impuls $a_1d_1 = b_1a_2$ einwirken, der mit der Bewegung nach a_1b_1 ſich zu der mittleren Bewegung a_1a_2 zuſammenſetzt.

Dasſelbe findet in allen aufeinander folgenden Lagen der ſchiefen Ebene Statt. Das Bewegliche wird daher die gebrochene Linie $A_0a_1a_2a_3\ldots$ durchlaufen, welche, wenn die Impulſe ſtetig aufeinander folgen, in eine krumme übergeht.

Zur Beſtimmung des Bewegungsgeſetzes ſei wieder (Fig. 17) v die tangentiale Stabgeſchwindigkeit nach AB, und u die relative Geſchwindigkeit der Kugel längs des Stabes nach AC, daher

$AB = v\tau$ die tangentiale, und

$AC = u\tau$ die relative Komponente der abſoluten Bewegung AD, welche das Bewegliche in Folge derjenigen Impulſe bereits erhalten hat, welche der Poſition in A vorausgegangen ſind.

Da in der Zeit τ der Punkt A des Stabes AM den Bogen AA_1 beſchreibt, und da vorausgeſetzt wird, daß der um den Winkel β gegen die Tangente AT zurückgeneigte Stab AM ſeine relative

Lage während ſeiner Rotirung nicht ändere, daß er alſo in ſeiner zweiten Lage $A_1 M_1$ auch denſelben Winkel β mit der Tangente $A_1 T_1$ in A_1 einſchließt, wie in ſeiner erſten Lage AM mit der Tangente AT in A; ſo iſt hiedurch die wirkliche Lage des Stabes in der zweiten Stellung nach der Linie $A_1 M_1$ beſtimmt. Weil ferner nach dem Vorhergehenden jeder Impuls nur ſenkrecht auf die ſtoßende Fläche oder Linie ſein kann, ſo ſtellt $Ad = DF$, ſenkrecht auf MN, den im Anfangspunkte A konzentrirt gedachten momentanen neuen Impuls ſeiner Größe nach vor, der ſich mit der bereits vorhandenen Bewegung AD zu AF zuſammenſetzt.

Die ganze ſich ergebende relative Bewegung $A_1 F$ in der Zeit τ zerfällt durch das auf $A_1 F$ gefällte Perpendikel BH in zwei Theile, wovon der eine, nämlich FH, der zwiſchen den auf zwei unmittelbar aufeinander folgenden Lagen des Stabes ſenkrechten, ſomit einander unendlich nahe parallelen Linien DF und BH gelegen iſt, im relativen Sinne als durch die Trägheit zurückgelegt betrachtet werden kann, während der andere $A_1 H$ den neu hinzugekommenen Weg vorſtellt, und bei Ermittlung der Beſchleunigung der längs $A_1 M_1$ wirkend gedachten relativen Kraft zu Grunde gelegt werden muß.

Da die Schenkel der beiden Winkel $HA_1 T_1$ und HBA_1 auf einander ſenkrecht ſtehen, ſo iſt auch

$$HBA_1 = \beta, \text{ und daher}$$

$$(214) \quad . \; . \quad HA_1 = A_1 B \sin \beta.$$

Der Druck F einer konſtanten Kraft, welche in der ſehr kleinen Zeit τ den Weg $A_1 B$ produziren kann, iſt aber nach dem Früheren (192) und (193)

$$F = \frac{k}{g} \cdot \frac{v^2}{r} = \frac{k}{g} \cdot r \Theta^2,$$

alſo iſt der Druck f einer konſtanten Kraft, welche in derſelben Zeit den Weg $A_1 H = A_1 B \sin \beta$ produziren könnte, d. i. der ſcheinbare Druck, welcher an dem ruhenden ſchiefen Stabe dieſelbe relative Bewegung der Kugel produziren würde:

$$(215) \quad . \; . \quad f = \frac{k}{g} r \Theta^2 \sin \beta,$$

wo dann wegen (18) die zugehörige Beſchleunigung

$$(216) \quad . \; . \quad G = r \Theta^2 \sin \beta$$

geſetzt werden muß.

Da aber die relative Geſchwindigkeit längs $A_1 F$ mit u bezeichnet wurde, ſo iſt auch mit Rückſicht auf (6)

$$G = \frac{du}{dt}, \text{ daher}$$

$$(217) \quad \frac{du}{dt} = r\Theta^2 \sin\beta.$$

Aus der Figur 17 sieht man ferner, daß für einen unendlich kleinen Abstand der Punkte A und A_1 der relative elementare Weg

$$A_1F = AC = udt$$

gesetzt werden könne, weil u die relative Geschwindigkeit längs des schiefen Stabes bezeichnet.

Zieht man FO, so stellt dann FG den relativen elementaren Weg in der Richtung des Radius OF, also dr vor.

Da nun $FG = A_1F \sin\beta$ ist, so folgt auch:

$$dr = u \sin\beta\, dt \quad \text{oder}$$

$$(218) \quad \frac{dr}{dt} = u \sin\beta.$$

Aus (217) und (218) ergibt sich durch Division der beiden Gleichungen

$$\frac{du}{dr} = \frac{r\Theta^2}{u},$$

und hieraus so wie früher (198)

$$(219) \quad 2udu = 2\Theta^2 r dr.$$

Da nun aus dieser Differenzialgleichung der willkürliche Winkel β ganz hinausgefallen ist, so folgt, daß der Stab eine ganz beliebige Lage besitzen kann, und es wird das Bewegungsgesetz des von ihm getriebenen materiellen Punktes immer durch dieselbe aus (219) ableitbare Gleichung (202), also allgemein durch

$$(220) \quad u_2^2 - u_1^2 - (v_2^2 - v_1^2) = 0$$

ausgedrückt werden, wenn jetzt nur unter u nicht mehr die radiale, sondern die Geschwindigkeit längs des schiefen Stabes, oder wie wir uns immer kurz ausdrücken werden, die relative Geschwindigkeit verstanden wird.

Da eine stetige Krümmung an der Geschwindigkeit eines längs derselben sich bewegenden Körpers keine Aenderung verursacht, oder auch, weil die Gleichungen (215), (217), (218) durchaus keine Aenderung erleiden, wenn der Winkel β sich in der Zeit dt um unendlich wenig ändert, so folgt, daß die obige für eine geneigte Ebene entwickelte Gleichung (219)

$$2udu = 2\Theta^2 r dr,$$

und daher auch die daraus abgeleitete Gleichung (220)

$$(221) \quad u_2^2 - u_1^2 - (v_2^2 - v_1^2) = 0$$

gleichfalls für eine rotirende gekrümmte Fläche gelten müsse, daß

also überhaupt die Unterschiede

$$u_2^2 - u_1^2 \quad \text{und} \quad v_2^2 - v_1^2$$

für jede Stellung des materiellen Punktes in allen Fällen sich gleich bleiben müssen.

Nur für die absolute Austrittsgeschwindigkeit U_2, mit welcher die Kugel den geneigten oder krummen Stab verläßt, erhalten wir jetzt einen andern Ausdruck als (203); denn es ist, wie aus Figur 18 hervorgeht:

$$U_2^2 = u_2^2 + v_2^2 - 2\,u_2\,v_2 \cos\beta_2,$$

worin β_2 die Größe des (beim geradlinigen Stabe kontinuirlich bis um den entsprechenden Mittelpunktswinkel ε zunehmenden) Tangentenwinkels im äußersten Elemente des Stabes bezeichnet; oder wegen (220)

$$u_2^2 = u_1^2 + v_2^2 - v_1^2,$$

$$(222) \ldots U_2^2 = u_1^2 + 2v_2^2 - v_1^2 - 2v_2 \cos\beta_2 \sqrt{u_1^2 + v_2^2 - v_1^2},$$

unter u_1 wieder die relative Geschwindigkeit im Halbmesser R_1 verstanden.

Für $\beta_2 = 90^0$ übergeht (222) in (203).

§. 32.

Analytische Entwicklung derselben Grundgleichung nach Redtenbacher, so wie der Grundgleichung für den Druck der Fliehkraft.

Die Grundgleichung (202) und (221) für die relative Geschwindigkeit eines materiellen Punktes gegen einen rotirenden Stab oder Bogen leitet Redtenbacher in seiner „Theorie der Turbinen“ mit Hilfe eines beweglichen Koordinatensystemes auf streng analytischem Wege in folgender Weise ab:

Es sei (Fig. 19) AB der gekrümmte Stab, $O\xi$ und $O\eta$ ein bewegliches rechtwinkliges Koordinatensystem, welches mit derselben Winkelgeschwindigkeit Θ wie der Stab AB um die auf der Ebene $\xi\eta$ senkrechte Achse O rotirt; ferner OX und OY ein rechtwinkliges aber feststehendes Koordinatensystem; endlich $XO\xi = \varphi$ der Winkel, den die mitrotirende Achse $O\xi$ gegen die feste Achse OX, und zwar eben zur Zeit t bildet, in welcher das längs des Stabes Bewegliche im Punkte M desselben sich befindet.

Unter diesen Voraussetzungen sind $Op = x$, $Mp = y$ die absoluten, und $OP = \xi$, $MP = \eta$ die relativen Koordinaten des

beweglichen Punktes M; die letzteren ſind an die Gleichung der Kurve gebunden, welche der Stab bildet.

Die beſchleunigende Kraft, welche auf das Bewegliche wirkt, ſteht in jedem Momente ſenkrecht auf die Kurve AB; der aus ihr entſpringende Druck K iſt aber unbekannt, weshalb wir denſelben aus der Rechnung zu eliminiren ſuchen werden.

Daß wir trotz dieſer Elimination der einzigen wirkenden Kraft dennoch das Geſetz der relativen Bewegung mit Hilfe der Differenzialgleichungen (38) oder des d'Alembert'ſchen Prinzipes aufzufinden vermögen, hat ſeinen Grund darin, daß die einzige Veranlaſſung dieſer Kraftäußerung in der gleichförmigen Rotirung des Koordinatenſyſtems $\xi\eta$ liegt, und daß dieſe Bedingung ſehr leicht in die Rechnung eingeführt werden kann.

Es ſei alſo $MN = K$ der auf die Tangente aMT, alſo auf die Kurve AB im Punkte M ſenkrechte Normaldruck, welcher die abſolute Bewegung der eben in M befindlichen Kugel verändert, ſo erhalten wir als deſſen Komponenten nach den Richtungen der fixen Koordinatenaxen, wenn der Winkel der aT gegen OX mit λ bezeichnet wird:

$$X = \quad K \sin \lambda,$$
$$Y = -K \cos \lambda.$$

Daß Y immer unter der Form $-K \cos \lambda$ geſchrieben werden müſſe, erhellt deutlich aus der Figur; bei der dargeſtellten Lage von MN iſt die vertikale Komponente ME nach unten gerichtet, daher negativ; ſobald aber die Normale MN in den erſten Quadranten von XY fällt, alſo nicht mehr nach abwärts, ſondern nach aufwärts gerichtet iſt, ſo wird λ ſchon ein ſtumpfer Winkel, mithin $\cos \lambda$ negativ, alſo $-K \cos \lambda$ poſitiv, wie dieß auch dann die Figur erfordert, ꝛc.

Das d'Alembert'ſche Prinzip (38) in Anwendung gebracht, erhalten wir ſomit die Differenzialgleichungen der abſoluten Bewegung:

$$(223) \quad \begin{cases} \frac{k}{g} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = \quad K \sin \lambda, \\ \frac{k}{g} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = -K \cos \lambda. \end{cases}$$

Um nun, wie bemerkt wurde, die hier unbekannte Größe K zu eliminiren, multipliziren wir die erſte dieſer Gleichungen mit $\cos \lambda$, die zweite mit $\sin \lambda$, und erhalten addirend:

$$\frac{k}{g}\left(\frac{d^2x}{dt^2}\cos\lambda + \frac{d^2y}{dt^2}\sin\lambda\right) = 0;$$

oder, da $\frac{k}{g}$ nicht $= 0$ ſein kann,

$$(224) \quad \frac{d^2x}{dt^2}\cos\lambda + \frac{d^2y}{dt^2}\sin\lambda = 0.$$

Will man nun von dieſer Differenzialgleichung der abſoluten Bewegung auf die relative Bewegung übergehen, ſo muß man in derſelben ſtatt der abſoluten Koordinaten xy die relativen Koordinaten $\xi\eta$ einführen, wozu man aus der Figur hat:

$$(225) \quad \begin{cases} x = Op = Oq + Pr = \xi\cos\varphi + \eta\sin\varphi, \\ y = Mp = Mr - Pq = \eta\cos\varphi - \xi\sin\varphi. \end{cases}$$

Wir brauchen aber die zweiten Differenzialien von x und y, um ſie in die Gleichung (224) einzuführen; durch Differenzirung der beiden Gleichungen (225) erhält man:

$$\frac{dx}{dt} = \cos\varphi\frac{d\xi}{dt} + \sin\varphi\frac{d\eta}{dt} - \xi\sin\varphi\frac{d\varphi}{dt} + \eta\cos\varphi\frac{d\varphi}{dt},$$
$$\frac{dy}{dt} = \cos\varphi\frac{d\eta}{dt} - \sin\varphi\frac{d\xi}{dt} - \eta\sin\varphi\frac{d\varphi}{dt} - \xi\cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}.$$

Da aber wegen der konſtanten Winkelgeſchwindigkeit $= \Theta$ die Veränderung $\Delta\varphi$ des Bogens φ in einer endlichen Zeit Δt allgemein

$$\Delta\varphi = \Theta\Delta t \text{ oder}$$
$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \Theta \text{ iſt,}$$

ſo folgt auch

$$\frac{d\varphi}{dt} = \Theta,$$

und daher

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \cos\varphi\frac{d\xi}{dt} + \sin\varphi\frac{d\eta}{dt} - \xi\Theta\sin\varphi + \eta\Theta\cos\varphi, \\ \frac{dy}{dt} = -\sin\varphi\frac{d\xi}{dt} + \cos\varphi\frac{d\eta}{dt} - \xi\Theta\cos\varphi - \eta\Theta\sin\varphi. \end{cases}$$

Auf gleiche Weiſe bekommt man durch abermalige Differenzirung, und wenn man die, gleiche Differenzialquotienten enthaltenden Glieder übereinander ſchreibt:

$$(226)\ \ \begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = \cos\varphi\frac{d^2\xi}{dt^2} + \sin\varphi\frac{d^2\eta}{dt^2} - 2\Theta\sin\varphi\frac{d\xi}{dt} + 2\Theta\cos\varphi\frac{d\eta}{dt} - \xi\Theta^2\cos\varphi - \eta\Theta^2\sin\varphi, \\ \frac{d^2y}{dt^2} = -\sin\varphi\frac{d^2\xi}{dt^2} + \cos\varphi\frac{d^2\eta}{dt^2} - 2\Theta\cos\varphi\frac{d\xi}{dt} - 2\Theta\sin\varphi\frac{d\eta}{dt} + \xi\Theta^2\sin\varphi - \eta\Theta^2\cos\varphi. \end{cases}$$

Werden dieſe Werthe der zweiten Differenzialquotienten der abſoluten Koordinaten in die Gleichung (224) ſubſtituirt, alſo die erſtere der beiden Gleichungen (226) mit $\cos\lambda$, die zweite mit $\sin\lambda$ multiplizirt, dann beide addirt, ſo erhält man mit Berückſichtigung, daß

$$(227)\ \ \begin{cases} \cos\varphi\cos\lambda - \sin\varphi\sin\lambda = \cos(\varphi+\lambda) = \cos\psi \\ \sin\varphi\cos\lambda + \cos\varphi\sin\lambda = \sin(\varphi+\lambda) = \sin\psi \end{cases}$$

geſetzt werden kann:

$$\cos\lambda\frac{d^2x}{dt^2} = \cos\lambda\cos\varphi\frac{d^2\xi}{dt^2} + \cos\lambda\sin\varphi\frac{d^2\eta}{dt^2} - 2\Theta\cos\lambda\sin\varphi\frac{d\xi}{dt} + 2\Theta\cos\lambda\cos\varphi\frac{d\eta}{dt} - \xi\Theta^2\cos\varphi\cos\lambda - \eta\Theta^2\cos\lambda\sin\varphi,$$

$$\sin\lambda\frac{d^2y}{dt^2} = -\sin\lambda\sin\varphi\frac{d^2\xi}{dt^2} + \sin\lambda\cos\varphi\frac{d^2\eta}{dt^2} - 2\Theta\sin\lambda\cos\varphi\frac{d\xi}{dt} - 2\Theta\sin\lambda\sin\varphi\frac{d\eta}{dt} + \xi\Theta^2\sin\lambda\sin\varphi - \eta\Theta^2\sin\lambda\cos\varphi.$$

$$(228)\ \ 0 = \cos\psi\frac{d^2\xi}{dt^2} + \sin\psi\frac{d^2\eta}{dt^2} - 2\Theta\sin\psi\frac{d\xi}{dt} + 2\Theta\cos\psi\frac{d\eta}{dt} - \xi\Theta^2\cos\psi - \eta\Theta^2\sin\psi.$$

In dem kleinen rechtwinkligen Dreiecke Mmn, deſſen Seiten Mn und mn mit den Koordinaten ξ und η parallel gezogen ſind, ſtellen die beiden Katheten beziehungsweiſe die Differenzialen $d\xi$ und $d\eta$ vor, während Mm das Differenzial ds der relativen Bewegung repräſentirt; da ferner der Winkel mMn dem Nebenwinkel des Winkels ψ gleich iſt, ſo folgt:

$$-d\xi = ds\cos(\pi-\psi) = -ds\cos\psi,$$
$$d\eta = ds\sin(\pi-\psi) = ds\sin\psi, \text{ alſo}$$

$$(229)\ \ \begin{cases} \cos\psi = \frac{d\xi}{ds}, \\ \sin\psi = \frac{d\eta}{ds}. \end{cases}$$

Dieß in (228) substituirt, gibt

$$\frac{d\xi}{ds}\frac{d^2\xi}{dt^2}+\frac{d\eta}{ds}\frac{d^2\eta}{dt^2}-2\omega\frac{d\eta}{ds}\frac{d\xi}{dt}+2\omega\frac{d\xi}{ds}\frac{d\eta}{dt}-\xi\omega^2\frac{d\xi}{ds}-\eta\omega^2\frac{d\eta}{ds}=0.$$

Darin hebt sich das dritte und vierte Glied auf, und man erhält durch Multiplikation mit $2\,ds\,dt^2$

$$2(d\xi\,d^2\xi+d\eta\,d^2\eta)-2\omega^2\,dt^2(\xi\,d\xi+\eta\,d\eta)=0,$$

und hieraus

(230) . . $$d(d\xi^2+d\eta^2)-\omega^2\,dt^2\,d(\xi^2+\eta^2)=0.$$

Nun ist aber zufolge der Figur:

(231) . . $$\begin{cases} d\xi^2+d\eta^2=ds^2, \\ \xi^2+\eta^2=r^2, \end{cases}$$

es übergeht daher (230) in

(232) . . $$d(ds^2)-\omega^2\,dt^2\,d(r^2)=0,$$

und wenn man integrirt:

$$\frac{ds^2}{dt^2}-\omega^2r^2=\text{Const.}\quad\text{oder}$$

(233) . . $$u^2-v^2=\text{Const.},$$

übereinstimmend mit (200).

Bezeichnen wieder u_1 und u_2 die relativen Geschwindigkeiten längs AB an den äußersten Punkten dieser Kurve in den Abständen R_1 und R_2 vom Umdrehungspunkte, ferner v_1 und v_2 die Peripheriegeschwindigkeiten an denselben Punkten, so folgt

(234) . . $$u_2^2-u_1^2-(v_2^2-v_1^2)=0,$$

die Grundgleichung (202) für die relative Bewegung eines materiellen Punktes längs der rotirenden Kurve.

Der Weg, auf welchem die Grundgleichung (202) für den radialen, (220) für einen geneigten, und (221) für den gekrümmten rotirenden Stab entwickelt wurde, geht von bloß geometrischen Betrachtungen aus, und setzt lediglich die Entwicklung der Formel (193) für den Druck der Fliehkraft voraus; er ist zwar anschaulicher als der zu demselben Behufe in diesem Paragraphe eingeschlagene analytische Weg, allein er ist minder sicher als der letztere, weil er zu leicht zu unerlaubten Vernachlässigungen verleiten kann. Die analytische Methode liefert die gesuchte Grundgleichung (234) ohne Zugrundelegung der Formel (193) für den radialen Druck der Fliehkraft; letztere läßt sich vielmehr mit Hilfe der rein auf analytischem Wege erhaltenen Schlußformel (232) ableiten.

Bezeichnet nämlich f den Druck derjenigen Kraft, welche die Bewegung des Punktes M (Fig. 20) längs der ruhend gedachten Kurve

AB ganz in derſelben Art bewerkſtelligen würde, als dieß in Folge des auf das Element in M während der Rotirung um O ſenkrecht wirkenden Druckes K erfolgt, ſo iſt nach (19)

$$f = \frac{k}{g} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2}.$$

Aus (232) folgt aber:

$$\frac{2 ds \cdot d^2 s}{dt^2} = 2 \Theta^2 r\, dr \quad \text{oder}$$

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = r \Theta^2 \frac{dr}{ds}.$$

In dem elementaren Dreiecke Mom iſt ferner

$$Mo = Mm \sin \beta \quad \text{oder}$$

$$\frac{Mo}{Mm} = \sin \beta, \quad \text{daher auch}$$

$$\frac{dr}{ds} = \sin \beta; \quad \text{es ergibt ſich alſo}$$

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = r \Theta^2 \sin \beta \quad \text{und}$$

$$(235) \quad . \quad . \quad f = \frac{k}{g} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{k}{g} r \Theta^2 \sin \beta,$$

übereinſtimmend mit dem auf geometriſchem Wege für denſelben Druck unter (215) gefundenen Werthe.

Der längs der Kurve wirkend gedachte Druck f bildet aber die eine Komponente des radialen Druckes F der ſogenannten Fliehkraft, deren zweite Komponente MK ſenkrecht auf MT ſteht. Es folgt daher, weil in dem Dreiecke MDT

$$MD = \frac{MT}{\sin \beta} \text{ iſt:}$$

$$(236) \quad . \quad . \quad F = \frac{f}{\sin \beta} = \frac{k}{g} r \Theta^2,$$

die bekannte Gleichung für den radialen Druck der Fliehkraft, welche aber hier rein auf analytiſchem Wege gefunden wurde.

§. 33.

Entwicklung der Grundgleichung für die Bewegung der durch einen rotirenden Kanal durchſtreichenden Luft.

Wir haben bisher die Bewegung eines freien materiellen Punktes betrachtet, welchen wir uns lediglich der Einwirkung der ihn treibenden rotirenden Fläche unterworfen dachten.

Wir wollen nun dem beim Ventilator vorkommenden Falle näher rücken, und das Bewegungsgeſetz einer Luftſchichte unterſuchen,

welche in einem mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit rotirenden und mit Luft gefüllten Kanale enthalten ist, auf dessen Achse senkrecht steht, durchaus eine gleiche Dichte besitzt, und in Folge eines Unterschiedes der an beiden Enden des Kanals bestehenden Pressungen bereits im Zustande der Bewegung sich befindet, die also genau wie im §. 13 nach einer Seite mit Luftschichten von allmälig zunehmender, nach der andern dagegen von allmälig abnehmender Pressung umgeben ist, mithin nicht, wie bisher angenommen wurde, als frei beweglich betrachtet werden kann.

F. Redtenbacher dürfte der erste sein, welcher diese Grundfrage richtig gelöst hat; man findet jedoch die bezügliche Rechnung nicht in der Ventilator-, sondern in der Turbinen-Theorie (Seite 17 u. f. w.).

Bevor wir auf seine Entwicklung des fraglichen Bewegungsgesetzes übergehen, wollen wir früher dasselbe auf eine einfachere und anschaulichere Weise mit einem geringeren Aufwande von Calcül durchführen.

Es sei (Fig. 21) $B_1 B_2$ die Achse des um O rotirenden Kanals von beliebiger Krümmung und von beliebigem allmälig zu- oder abnehmenden, jedoch kleinen Querschnitte. Es bezeichne:

A den durch a gelegten, übrigens veränderlichen Querschnitt des Kanals;

z die Pressung in diesem Querschnitte, bezogen auf einen Quadrat-Meter;

u die relative Geschwindigkeit der Luft daselbst, nach der Kanalachse betrachtet;

v die Peripheriegeschwindigkeit in a;

L das Gewicht der in einer Sekunde, und

dL das Gewicht der während des Zeitelementes dt durch A durchströmenden Luft von der Pressung z;

r den veränderlichen Halbmesser oder Abstand Oa;

α den Winkel, welchen die Kanalachse mit dem verlängerten Radius Oa in a einschließt;

Θ die Winkelgeschwindigkeit in O.

Die durch den Querschnitt A während des Zeitraumes dt durchströmende Luft vom Gewichte dL unterliegt der Einwirkung zweier verschiedener, nach der Richtung der Kanalachse wirkender Kräfte.

Erstens dem nach der Tangente ac wirkenden Drucke f, welcher aus der rotirenden Bewegung des Kanals entspringt, und durch welchen der Luftschichte in a genau so wie jedem frei beweglichen ma-

teriellen Punkte in der Richtung der Kanalachse eine relative Bewegung ertheilt wird.

Wegen $\sin\beta = \cos\alpha$ läßt sich der Druck f nach (235) übereinstimmend mit (215) durch

$$f = \frac{dL}{g} r\Theta^2 \cos\alpha \quad \text{ausdrücken.}$$

Zweitens wirkt auf die Luftschichte dL der aus der Differenz der Pressungen der benachbarten Luftschichten entspringende Druck, welcher genau so wie im §. 13 durch

$$Az - A(z + dz) = -Adz$$

sich ausdrücken läßt, vorausgesetzt, daß die Spannung in der Richtung der Bewegung, also gegen B_2 um dz zunimmt. Wäre dz negativ, so würde $-Adz$ positiv.

Die Summe der beiden auf dL in der Richtung von a gegen c wirkenden Kräfte wird also sein:

$$\frac{dL}{g} r\Theta^2 \cos\alpha - Adz.$$

Eine veränderliche Kraft, unter deren Einfluß das Gewicht dL die Geschwindigkeit u angenommen hat, läßt sich aber nach (19) ausdrücken durch

$$\frac{dL}{g} \cdot \frac{du}{dt};$$

da beide Ausdrücke eine und dieselbe Kraft (Druck) bezeichnen, so folgt der Ansatz:

(237) . . $$\frac{dL}{g} \cdot \frac{du}{dt} = \frac{dL}{g} r\Theta^2 \cos\alpha - Adz.$$

Das elementare Gewicht dL der während dt durch A mit der Geschwindigkeit u durchströmenden Luftschichte ist aber gleich ihrem Volumen Audt, multiplizirt mit dem Gewichte eines Kubikmeters Luft von der Spannung z, welches nach (49) sich durch μz ausdrücken läßt; es ist also:

$$dL = Audt\mu z.$$

Diesen Werth von dL in die Grundgleichung (237) substituirt, gibt

$$\frac{A\mu z u du}{g} = \frac{A\mu z u dt}{g} r\Theta^2 \cos\alpha - Adz.$$

Aus dieser Gleichung fällt der veränderliche Querschnitt A heraus, eben ein Beweis, daß derselbe stetig veränderlich sein kann, ohne an dem Resultate dieser Untersuchung etwas zu ändern. Wird letztere Gleichung überdieß mit $\frac{g}{\mu z}$ multiplizirt, so folgt:

(238) . . $$udu = udtr\Theta^2 \cos\alpha - g\frac{dz}{\mu z}.$$

In dem zweiten Theile dieſer Gleichung bezeichnet udt den elementaren Weg der Luftſchichte längs der Kanalachſe aB_2.

Wird $\overline{ah} = udt$ angenommen, ſo folgt deſſen radiale Komponente

$$dr = \overline{ag} = \overline{ah}\cos\alpha, \text{ daher auch}$$
$$dr = udt\cos\alpha \text{ und}$$
$$udt = \frac{dr}{\cos\alpha}.$$

Subſtituirt man dieſen Werth in die obige Gleichung (238), ſo erhält man:

$$udu = r\Theta^2 dr - g\frac{dz}{\mu z}.$$

Da auf dieſe Weiſe auch der Winkel α aus der Rechnung verſchwindet, ſo folgt, daß auch der Neigungswinkel α des Kanales gegen den Halbmeſſer keinen Einfluß auf das zu entwickelnde Bewegungsgeſetz ausübe.

Statt der letzten Gleichung kann man auch ſchreiben:

$$\tfrac{1}{2}d(u^2) = \frac{\Theta^2}{2}d(r^2) - g\frac{dz}{\mu z}.$$

Durch Integration dieſer Gleichung ergibt ſich:

$$(239) \quad . \quad . \quad u^2 = r^2\Theta^2 - 2g\int\frac{dz}{\mu z} + \text{Const.}$$

Da $r\Theta$ die Peripheriegeſchwindigkeit v in der Entfernung r bedeutet, ſo iſt $r^2\Theta^2 = v^2$.

Bleibt ferner die Temperatur während der Bewegung der Luft durch den Kanal unverändert, ſo iſt nach (48) μ eine konſtante Größe, und man kann wegen

$$\int\frac{dz}{z} = \log\text{nat}\, z \text{ auch ſchreiben}$$
$$2g\int\frac{dz}{\mu z} = \frac{2g}{\mu}\log\text{nat}\, z;$$

es iſt daher:

$$(240) \quad . \quad . \quad u^2 = v^2 - \frac{2g}{\mu}\log\text{nat}\, z + \text{Const.}$$

Bezeichnet man die Werthe, welche u, v und z am Anfange des Kanals, nämlich bei B_1 beſitzen, mit u_1 v_1 P_1, die Werthe dagegen, welche dieſelben Größen am Ende des Kanals, alſo bei B_2 annehmen, mit u_2 v_2 P_2, und ſubſtituirt ſelbe in (240), ſo folgt:

$$u_2^2 = v_2^2 - \frac{2g}{\mu} \log \text{nat}\, P_2 + \text{Const.}$$

$$u_1^2 = v_1^2 - \frac{2g}{\mu} \log \text{nat}\, P_1 + \text{Const.}$$

$$u_2^2 - u_1^2 = v_2^2 - v_1^2 - \frac{2g}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_2}{P_1}\right) \text{ oder}$$

$$(241) \quad u_2^2 - u_1^2 - (v_2^2 - v_1^2) + \frac{2g}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 0.$$

Dieß ist die gesuchte **Gleichung, welche das Bewegungsgesetz der durch den rotirenden Kanal durchstreichenden Luft** angibt.

Aus der Entwicklung derselben geht hervor, daß die Weite des Kanals, senkrecht auf dessen Achse gemessen, nur sehr gering sein dürfe, weil nur unter dieser Voraussetzung die von der Achse des Kanals entfernteren Lufttheilchen beinahe in demselben Bewegungszustande sich befinden, wie jene, welche unmittelbar in der Achse gelegen sind, was bei einer größeren Weite des Kanals nicht mehr der Fall wäre.

Noch einfacher läßt sich die Grundgleichung (241) auf folgende Art entwickeln:

Die Bewegung der Luft in dem rotirenden Rohre erfolgt gerade so, als wenn dasselbe ruhen und längs dessen Achse in jedem Punkte ein Druck f wirken würde, dessen Größe für den Abstand = r sich nach (236) durch

$$f = \frac{L}{g} r \Theta^2 \sin \beta$$

ausdrücken läßt. Die elementare Wirkung dieses Druckes wird also nach (30) sein:

$$de = f\,ds = \frac{L}{g} r \Theta^2 \sin \beta\, ds;$$

es ist aber Fig. 21

$$ah = \frac{ag}{\sin \beta}, \text{ also}$$

$$ds = \frac{dr}{\sin \beta} \text{ und}$$

$$de = \frac{L}{g} \Theta^2 r\, dr, \text{ folglich}$$

$$e = \frac{L}{g} \Theta^2 \int r\, dr + C.$$

Zwischen den Grenzen R_2 und R_1 ergibt sich demnach die Wirkungsgröße des längs der Achse des Kanals ausgeübt gedachten unveränderlichen Druckes f

$$e = \frac{L}{2g} \Theta^2 (R_2^2 - R_1^2) \text{ oder}$$

$$e = \frac{L}{2g} (v_2^2 - v_1^2).$$

Dieſe Wirkungsgröße bringt in der durch den Kanal durchſtreichenden Luft zweierlei Veränderungen hervor:

Erſtens ändert dieſelbe ihre relative Geſchwindigkeit von u_1 auf u_2. Dieſe Geſchwindigkeiten müſſen für das hier als ruhend angenommene Rohr als abſolute Geſchwindigkeiten angenommen werden. Die Zu- und Abnahme an lebendiger Kraft wird alſo ſein:

$$e' = (u_2^2 - u_1^2) \frac{L}{2g}.$$

Zweitens verändert die unter dem Drucke f hervorgebrachte Wirkung in dem betreffenden Punkte die Preſſung von P_1 auf P_2. Da nun zur Erzeugung der Preſſungen P_1 und P_2 nach (59) die Wirkungsgrößen

$$\frac{L}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_1}{p}\right) \text{ und } \frac{L}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_2}{p}\right)$$

erforderlich waren, ſo beträgt die Zu- oder Abnahme an Wirkungsgröße in Folge der ſtattgefundenen Preſſungsänderungen:

$$e'' = \frac{L}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_2}{p}\right) - \frac{L}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_1}{p}\right) = \frac{L}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_2}{P_1}\right).$$

Wegen $e = e' + e''$ folgt nun

$$\frac{L}{2g} (v_2^2 - v_1^2) = \frac{L}{2g} (u_2^2 - u_1^2) + \frac{L}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_2}{P_1}\right),$$

woraus man übereinſtimmend mit (241) erhält:

$$(u_2^2 - u_1^2) - (v_2^2 - v_1^2) + \frac{2g}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 0.$$

§. 34.

Diskuſſion dieſer Gleichung und deren Umſtaltung. Näherungsgleichung.

Vermöge der allgemeinen Bedingungen, die der Entwicklung der Fundamentalgleichung (241)

$$u_2^2 - u_1^2 - (v_2^2 - v_1^2) + \frac{2g}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 0$$

zu Grunde gelegt wurden, müſſen ſich aus derſelben die früher für die Bewegung der Luft in Kanälen aufgeſtellten Geſetze als ſpezielle Fälle ableiten laſſen.

1) Hat die in dem rotirenden Kanale befindliche Luft durchaus eine gleiche Preſſung, was bei nach einem beſtimmten Geſetze abnehmendem

Querſchnitte A ſich wohl denken läßt, iſt alſo $P_2 = P_1$, ſo wird

$$\log\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 0, \text{ daher}$$

$$(242) \quad . \quad . \quad u_2^2 - u_1^2 - (v_2^2 - v_1^2) = 0.$$

Die Luft folgt dann ganz dem Bewegungsgeſetze eines freien materiellen Punktes (202), (220) und (234), weil nunmehr außer der Fliehkraft keine andere Kraft auf dieſelbe einwirkt. Je nachdem die äußere Preſſung P_2 größer oder kleiner wird als die innere P_1, nimmt

$$\log \text{nat}\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

einen poſitiven oder negativen Werth an.

2) Eine ebenfalls bekannte Formel erhalten wir aus (241), wenn wir darin $v_2 = v_1 = 0$ ſetzen, alſo den Kanal als ruhend uns vorſtellen, und dabei annehmen, daß die Luft in demſelben mit der relativen Geſchwindigkeit u_1 ankommt und mit u_2 austritt.

Es ergibt ſich nämlich:

$$u_2^2 - u_1^2 = -\frac{2g}{\mu} \log \text{nat}\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \text{ oder}$$

$$(243) \quad . \quad . \quad u_2^2 - u_1^2 = \frac{2g}{\mu} \log \text{nat}\left(\frac{P_1}{P_2}\right).$$

Es iſt dieß die Formel (90), welche das Geſetz der Luftbewegung in einem ruhenden Rohre ausdrückt, indem hier

u_1 und P_1 = dem dortigen U und P
u_2 „ P_2 = „ „ U_1 „ P_1

entſprechen.

3) Setzt man überdieß die anfängliche Geſchwindigkeit der Luft oder $u_1 = 0$, ſo übergeht (243) in

$$(244) \quad . \quad . \quad u_2^2 = \frac{2g}{\mu} \log \text{nat}\left(\frac{P_1}{P_2}\right),$$

alſo in die Gleichung (108) für die Ausflußgeſchwindigkeit der Luft bei einer kleinen Mündung, wenn überdieß $P_2 = p = 10333$ geſetzt wird.

Statt der in der Gleichung (241) vorkommenden relativen Geſchwindigkeiten u_2 und u_1 laſſen ſich die an den betreffenden Punkten ſtattfindenden abſoluten Geſchwindigkeiten der Lufttheilchen leicht einführen. Betrachten wir zunächſt die Bewegung der letzteren an der innern Peripherie des Kanals, ſo ſind u_1 und v_1 (Fig. 22) die Seitengeſchwindigkeiten, aus denen die abſolute Geſchwindigkeit U_1 reſultirt. Es iſt aber in dem Dreiecke AED

$$U_1^2 = u_1^2 + v_1^2 - 2u_1 v_1 \cos\beta_1, \text{ alſo}$$

$$u_1^2 - 2u_1 v_1 \sin\alpha_1 = U_1^2 - v_1^2.$$

Durch Auflöſung dieſer quadratiſchen Gleichung erhält man:

$$u_1 = v_1 \sin \alpha_1 \pm \sqrt{U_1^2 - v_1^2 + v_1^2 \sin \alpha_1^2} \text{ oder}$$

(245) . . $$u_1 = v_1 \sin \alpha_1 \pm \sqrt{U_1^2 - v_1^2 \cos \alpha_1^2}.$$

In dieſer Gleichung kann nur das Zeichen + vor dem Wurzelzeichen beibehalten werden, weil für

$$\alpha_1 = 0$$

$$u_1 = + \sqrt{U_1^2 - v_1^2} \text{ ſein muß.}$$

Für die äußere Peripherie des Kanals, für welche in Fig. 22 u_2 aus v_1 und u_1 auf dieſelbe Art wie in Fig. 13 durch Zeichnung gefunden wurde, ergibt ſich auf gleiche Weiſe

(246) . . $$u_2 = v_2 \sin \alpha_2 \pm \sqrt{U_2^2 - v_2^2 \cos \alpha_2^2}.$$

In dieſen beiden Ausdrücken für u_1 und u_2 kommen außer dem Winkel α_1 und α_2 bloß die abſoluten Geſchwindigkeiten v_1, v_2, U_1 und U_2 vor.

Wenn die Kurve, nach welcher der Kanal gekrümmt iſt, an allen Punkten mit dem Radius einen gleichen, konſtanten Winkel α bildet, wenn ſie alſo eine logarithmiſche Spirale iſt, ſo übergehen die beiden letzten Gleichungen in

(247) . . $$\begin{cases} u_1 = v_1 \sin \alpha + \sqrt{U_1^2 - v_1^2 \cos \alpha^2} \text{ und} \\ u_2 = v_2 \sin \alpha + \sqrt{U_2^2 - v_2^2 \cos \alpha^2}. \end{cases}$$

Laſſen wir endlich den Winkel $\alpha = 0$ werden, wobei die Achſe des Kanals eine radiale Stellung erhält, ſo folgt:

(248) . . $$\begin{cases} u_1 = + \sqrt{U_1^2 - v_1^2} \text{ und} \\ u_2 = + \sqrt{U_2^2 - v_2^2}. \end{cases}$$

Der allgemeinen Gleichung (241)

$$u_2^2 - u_1^2 - (v_2^2 - v_1^2) + \frac{2g}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 0$$

kann man durch Einführung der Manometerhöhen h_1 und h_2 ſtatt der Preſſungen P_1 und P_2 eine für die Anwendung geeignetere Form geben.

Statt des letzten Gliedes läßt ſich nämlich ſetzen:

$$\frac{2g}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \frac{2g}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_2}{p}\right) - \frac{2g}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_1}{p}\right),$$

wenn $p = 10333$ Kilogr. die mittlere atmoſphäriſche Luftpreſſung bezeichnet. Näherungsweiſe iſt aber nach (64)

$$\frac{2g}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_2}{p}\right) = \frac{2g}{\mu} \cdot \frac{P_2 - p}{p} \text{ und}$$

$$\frac{2g}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_1}{p}\right) = \frac{2g}{\mu} \cdot \frac{P_1 - p}{p};$$

ferner kann man nach (49) und (69) noch ſchreiben:

$$\frac{2g}{\mu}\cdot\frac{P_2-p}{p}=\frac{2gh_2\gamma}{\delta}\quad\text{und}$$
$$\frac{2g}{\mu}\cdot\frac{P_1-p}{p}=\frac{2gh_1\gamma}{\delta},$$

wo h_2 und h_1 die den Pressungen P_2 und P_1 entsprechenden Manometerhöhen, und $\delta=1{\cdot}25$ Kilogr. das Gewicht eines Kubikmeters Luft bei mittlerem Drucke und Temperatur bezeichnen; daher hat man

$$\frac{2g}{\mu}\log\text{nat}\left(\frac{P_2}{P_1}\right)=\frac{2g\gamma}{\delta}(h_2-h_1).$$

Durch Einführung dieses Näherungswerthes in die Gleichung (241) folgt die Näherungsgleichung

$$u_2^2-u_1^2-(v_2^2-v_1^2)+\frac{2g\gamma}{\delta}(h_2-h_1)=0\quad\text{oder}$$

$$(249)\quad\ldots\quad h_2-h_1=\frac{\delta}{2g\gamma}[v_2^2-v_1^2-(u_2^2-u_1^2)].$$

§. 35.

Entwicklung derselben Gleichung nach Redtenbacher.

Nach Redtenbacher gelangt man mit Benützung der Figur 19 auf nachstehendem Wege zu derselben Gleichung (241).

Stellt AB die Achse des um O rotirenden Kanals vor, so können alle auf die im Kanal befindlichen Luftschichten wirkenden Kräfte und Pressungen der umgebenden Lufttheilchen in eine Resultirende zusammengesetzt werden; letztere läßt sich sodann in zwei Komponenten zerlegen, wovon die eine K normal auf die Kanalachse oder senkrecht auf deren Tangente aT, die andere aber in der Richtung dieser Tangente längs des Kanals wirkt. Für erstere fehlen vorläufig die näheren Bestimmungen; von letzterer dagegen weiß man aus §. 33, daß sie dem Drucke Adz oder vielmehr $-Adz$ in der Richtung der relativen Bewegung gleich sein muß.

Die beiden Kräfte

$$K\text{ und }-Adz,$$

nach den zwei Koordinatenachsen X und Y zerlegt, geben nach Fig. 19 die Komponenten:

$$X=\quad K\sin\lambda-Adz\cos\lambda,$$
$$Y=-K\cos\lambda-Adz\sin\lambda.$$

Nach dem d'Alembert'schen Prinzipe (38) hat man aber für X und Y die Differenzialgleichungen:

$$\frac{dL}{g}\cdot\frac{d^2x}{dt^2}=X,$$
$$\frac{dL}{g}\cdot\frac{d^2y}{dt^2}=Y.$$

Bezeichnet ds den relativen elementaren Weg der Luftschichte längs der Kanalachse, so ist:

$$dL = A\,ds\,\Delta = A\,ds\,\mu z.$$

Substituirt man diesen und die obigen für X und Y aufgefundenen Werthe in die beiden letzten Differenzialgleichungen, so folgt:

$$\frac{\mu A z\,ds}{g} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = K \sin\lambda - A\,dz \cos\lambda,$$

$$\frac{\mu A z\,ds}{g} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = -K \cos\lambda - A\,dz \sin\lambda.$$

Die erste dieser beiden Gleichungen, behufs Elimination der vorläufig unbekannten Normalkraft K mit $\cos\lambda$, die zweite mit $\sin\lambda$ multiplizirt, dann beide addirt, gibt

$$\frac{\mu A z\,ds}{g}\left(\frac{d^2x}{dt^2}\cos\lambda + \frac{d^2y}{dt^2}\sin\lambda\right) = -A\,dz$$

oder

$$(250) \quad \frac{d^2x}{dt^2}\cos\lambda + \frac{d^2y}{dt^2}\sin\lambda = -\frac{g}{\mu\,ds}\,\frac{dz}{z},$$

wobei aus dem Hinausfallen des A die bereits erwähnte Folgerung auch hier gemacht werden kann.

In der Differenzialgleichung (250) ist analog mit der (224) das Gesetz der Veränderung der absoluten Koordinaten x y ausgedrückt.

Um daher auf das Gesetz der relativen Bewegung überzugehen, sind wie dort statt x und y die Koordinaten $\xi\,\eta$ der relativen Bahn einzuführen, wozu die unter (225) erhaltenen Gleichungen

$$x = \xi\cos\varphi + \eta\sin\varphi,$$

$$y = \eta\cos\varphi - \xi\sin\varphi \text{ dienen.}$$

Dadurch erhält man hier wie dort die Gleichungen (226) und (227). Bei weiterer Fortsetzung der Entwicklung wird man statt der Gleichung (228) oder kurz statt

$$U = 0$$

hier die Gleichung

$$U = -\frac{g}{\mu\,ds} \cdot \frac{dz}{z}$$

erhalten, weil hier der zweite Theil der Gleichung einen bestimmten Werth besitzt, und nicht $= 0$ ist. Aus demselben Grunde ergibt sich nach weiterer Entwicklung statt der Gleichung (232) vielmehr

$$(251) \quad d(ds^2) - \Theta^2\,dt^2\,d(r^2) = -\frac{2g}{\mu} \cdot \frac{dz}{z}\,dt^2$$

als die gesuchte Differenzialgleichung der relativen Bewegung. Hieraus erhält man das Integral

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 - \Theta^2 r^2 = -\frac{2g}{\mu}\log\text{nat}\,z + \text{Const.},$$

oder wegen

$$\frac{ds}{dt} = u \quad \text{und} \quad \mathfrak{G}r = v,$$

$$u^2 - v^2 = -\frac{2g}{\mu} \log \text{nat } z + \text{Const.}$$

Dieſe Gleichung ſtimmt mit (240) vollkommen überein, und gibt alſo auch dasſelbe Reſultat wie in (241) oder

$$(252) \ldots u_2^2 - u_1^2 - (v_2^2 - v_1^2) + \frac{2g}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 0.$$

Dieſer mit mathematiſcher Strenge durchgeführten Ableitung der für die Theorie des Ventilators ſo wichtigen Grundgleichung (241), welche das Geſetz der Veränderung der relativen Geſchwindigkeiten u_1 und u_2 darſtellt, kann höchſtens der Vorwurf gemacht werden, daß dabei ſtillſchweigend die ganze relative Bahn als in einer auf der Rotationsachſe ſenkrechten Ebene liegend betrachtet wurde, wie dieß allerdings gewöhnlich Statt findet. Unſere frühere Entwicklung §. 33 dagegen findet aber ihre vollkommene Anwendung auch auf einen Kanal mit doppelter Krümmung.

Aber auch die zweite ſtrengere Methode läßt ſich ſelbſt dann allgemein durchführen, wenn die Tangente an die relative Bahn ſich nach einer beliebigen Richtung aus der durch den Fahrſtrahl gelegten Ebene XY entfernt, alſo die fadenförmige Bahn des Luftheilchens eine beliebige doppelt gekrümmte Kurve im Raume bildet. Da jedoch dieſe Entwicklung für die Theorie des Ventilators ohne Belang iſt, ſo ſoll ſie hier nicht weiter in Betracht kommen.

II.

Theorie der Centrifugal-Ventilatoren

oder

Entwicklung der Geſetze für das Verhalten der atmoſphäriſchen Luft in den verſchiedenen Querſchnitten eines im Umtriebe befindlichen Centrifugal-Ventilators, nebſt Ableitung der vortheilhafteſten Konſtruktions-Verhältniſſe daraus und aus den abgeführten Verſuchen. Theorie und Bau der Centrifugalpumpen nebſt Verſuchen.

A.

Entwicklung der Fundamental-Gleichungen des Centrifugal-Ventilators für jede Form der Flügel. Grundformen des Ein- und Auslaufes.

---

§. 36.

Vorläufige Erklärungen und Annahmen.

Der Centrifugal-Ventilator besteht aus einem Systeme von gleichmäßig um eine Achse vertheilten, ganz gleichen, und an beiden Enden offenen Kanälen von rechteckigem Querschnitt, welche um die gemeinschaftliche Achse drehbar sind und das eigentliche Flügelrad bilden.

Durch die Umdrehung des Flügelrades wird die in den Kanälen oder zwischen den Flügeln befindliche Luft in Rotation versetzt und zum Entweichen nach Außen genöthigt. An die Stelle der herausgeschleuderten Luft tritt sogleich an der innern Peripherie neue Luft zwischen die Flügel ein, wodurch ein kontinuirlicher Luftstrom in der Richtung der Achsen jener Kanäle entsteht.

Je nachdem der Ventilator die Bestimmung hat, entweder aus einem gegebenen Raume die Luft fortzuschaffen, herauszusaugen, oder aber in einen gewissen Raum hineinzudrücken, zu blasen, wird er ein saugender oder blasender Ventilator genannt.

Bei jedem Ventilator müssen nachstehende fünf Räume, durch welche die Luft kontinuirlich durchströmt, genau unterschieden werden.

1. Der Saugraum, d. i. der Raum, aus welchem die Luft entnommen wird.

Bei einem saugenden Grubenventilator z. B. ist die an den Ventilator zunächst anstoßende Grubenstrecke der Saugraum, bei einem blasenden Ventilator bildet dagegen die den Ventilator umgebende Atmosphäre den Saugraum,

2. Der Einlauf, d. i. jener Raum, welchen die Lufttheilchen auf ihrem Wege zwiſchen der Saugöffnung und der innern Peripherie des Flügelrades durchlaufen.

Der Einlauf ſteht beim ſaugenden und manchmal auch beim blaſenden Ventilator mittelſt eines kurzen Röhrenſtückes, des Saughalſes, mit dem Saugraume in Verbindung.

3. Der Flügelraum, d. i. der ringförmige Raum, welchen die Flügel während ihrer rotirenden Bewegung einnehmen.

4. Der Auslauf, oder der Raum, welchen die aus dem Flügelraum austretende Luft zunächſt durchſtreicht, um endlich in

5. den Blaſeraum zu gelangen; aus letzterem wird die Luft ſofort zu ihrem eigentlichen Beſtimmungsort geleitet.

Beim ſaugenden Ventilator tritt die Luft aus dem Auslauf gewöhnlich in die Atmoſphäre, welche daher in dieſem Falle den Blaſeraum vorſtellt; meiſtens fehlt aber bei den ſaugenden Ventilatoren der Auslauf, ſo daß die Luft aus dem Flügelraume direkt in die Atmoſphäre als Blaſeraum geſchleudert wird. Beim blaſenden Ventilator repräſentirt jener Theil der Windleitung, welcher ſich an den Flügelraum unmittelbar anſchließt, den Blaſeraum.

Zur Verbindung des Auslaufes mit dem Blaſeraume dient ein kurzes Röhrenſtück, welches der Blaſehals heißen ſoll. Saughals ſammt Einlauf, ſo wie Auslauf ſammt Blaſehals dienen demnach zur Verbindung des Flügelraumes einerſeits mit dem Saugraume, andererſeits mit dem Blaſeraume.

Soll beim Uebergange der Luft aus einem Raume in den nächſtfolgenden nichts an Nutzeffekt verloren gehen, ſo dürfen den allgemeinen Bewegungsgeſetzen der Luft zufolge die Querſchnitte des Luftſtromes niemals ſich plötzlich ändern; die Kanäle, welche die Luft nacheinander durchſtreicht, müſſen daher entweder einen gleichen Querſchnitt beibehalten, oder ſich allmälig verengen oder erweitern.

Auf dieſe Bemerkung geſtützt, ſind wir in der Lage, in Betreff der Form des Ein- und Auslaufes ſchon vorhinein gewiſſe zweckdienliche Annahmen feſtzuſtellen.

Zu den Einlauf wird ein ſphäroidiſcher Kegel angebracht werden müſſen, wie ihn die Figur 23, Taf. II. bei K beiläufig darſtellt. Durch dieſen Kegel wird der nach der Achſe des Ventilators ſich bewegende Luftſtrom allſeitig getheilt, und nimmt einen ringförmigen Querſchnitt an, wie dieß der Eintritt in den Flügelraum erfordert.

Was den Auslauf anbelangt, ſo muß unterſchieden werden zwiſchen einem offenen und geſchloſſenen Ventilator.

Bei einem offenen Ventilator, bei welchem die Luft an der ganzen Peripherie des Auslaufes in die Atmoſphäre austritt, wird der Auslauf eine ringförmige Geſtalt erhalten müſſen, um den Querſchnitt der herausgeſchleuderten Luft allmälig zu vergrößern, und ihre Geſchwindigkeit auf dieſe Art herabzuſetzen. Man wird daher zu dieſem Ende die Seitenwände des Ventilators nach allen Seiten gleichförmig erweitern, wie dieß in Figur 24 durch die Kreislinie A angedeutet iſt.

Beim geſchloſſenen Ventilator dagegen wird man vorher die Luft, wie ſie aus dem Flügelraum heraustritt, in einen ſpiralförmig ſich erweiternden Raum A' eintreten laſſen, in welchem ſie ihre Geſchwindigkeit unverändert beibehält; erſt weiter leitet man dieſelbe in ein allmälig ſich erweiterndes Röhrenſtück, den Blaſehals D, in welchem in Folge des gleichförmig zunehmenden Querſchnittes ihre Geſchwindigkeit allmälig ſich vermindert, bis ſie die für den Blaſeraum feſtgeſetzte Geſchwindigkeit annimmt.

Was die Breite des Ventilators, d. i. den ſenkrechten Abſtand ſeiner Seitenwände anbelangt, ſo ſoll dieſelbe durchaus gleich groß gehalten werden, weil dieß die Ausführung des Ventilators weſentlich erleichtert.

Es genügt für unſere gegenwärtige Betrachtung, einen Ventilator mit bloß einer Saugöffnung zu Grunde zu legen, weil man ſich einen mit zwei Saugöffnungen verſehenen Ventilator durch eine, durch die Mitte der Flügel ſenkrecht auf die Achſe gelegte Ebene, in zwei ſelbſtſtändige Ventilatoren, jeden mit bloß einer Saugöffnung, zerlegt denken kann.

Es iſt nothwendig, bei der Betrachtung der Wirkungsweiſe eines Ventilators von gewiſſen Größen auszugehen, die als gegeben angenommen werden; dazu gehört:

1. Die Preſſung P und die Geſchwindigkeit U der Luft im Saugraume.

2. Die Preſſung P_3 und die Geſchwindigkeit U_3 der Luft im Blaſeraume.

3. Die in einer Sekunde im Beharrungszuſtande durch den Ventilator durchſtrömende Windmenge von L Kilogrammen im Gewichte oder von M Kubikmeter Rauminhalt bei atmoſphäriſcher Temperatur und Dichtigkeit derſelben.

Saug- und Blaseraum muß man sich ferner als Kanäle von gewisser Weite vorstellen, durch die im Beharrungszustande gleich viel atmosphärische Luft dem Gewichte nach in einer Sekunde zu- und abströmt.

Die Pressungen P und P_3, so wie überhaupt alle Pressungen der Luft in den verschiedenen Querschnitten, lassen sich am leichtesten durch Wassermanometersäulen ausdrücken; wir wollen daher die Wassersäulenhöhen, welche den obigen Pressungen P und P_3 entsprechen, mit h und h_3 bezeichnen, und daher als gegeben voraussetzen.

Je nachdem die Pressungen P oder P_3, verglichen mit der Pressung der atmosphärischen Luft p = 10333 Kilogrammen, größer oder kleiner sind, werden die Manometerhöhen h und h_3 positiv oder negativ sein.

Bei dem Durchgange der Luft durch den Ventilator, also auf ihrem Wege aus dem Saugraume in den Blaseraum, erleidet sie wesentliche Aenderungen sowohl in ihrer Pressung als auch in ihrer Geschwindigkeit, und wohl auch in ihrem Effekte; es ist von Wichtigkeit, diese Aenderungen der Reihe nach näher zu betrachten, und die darauf sich gründenden Gleichungen zu entwickeln.

Die Werthe der einzelnen zur Sprache kommenden Größen für die verschiedenen Querschnitte des Ventilators sollen in der Art bezeichnet werden, wie dieß die Figur 23 näher angibt. Darin bedeutet

U die absolute Geschwindigkeit der Luft an der betreffenden Stelle, und

h die zugehörige Geschwindigkeitshöhe;

P die Pressung oder den Druck der Luft auf die Flächeneinheit, und

h die der Pressung entsprechende Wassermanometerhöhe;

R den Halbmesser des betreffenden Kreises, und

v die Peripheriegeschwindigkeit darin; endlich

u die relative Geschwindigkeit der Luft längs der Flügelkurve, und

u die relative Geschwindigkeit der Luft in radialer Richtung.

Die Beziehung dieser Größen auf einen bestimmten Raum ist in der Art angedeutet, daß

für den Saugraum	kein Zeichen,
für den Einlauf das Zeichen	0,
für die innere Flügelperipherie das Zeichen	1,
für die äußere Flügelperipherie das Zeichen	2,
für den Auslauf das Zeichen	3

der betreffenden Größe beigefügt erscheint.

§. 37.

Verhalten der Luft im Einlaufe; Gleichungen für den Einlauf.

Die erste Aenderung der Geschwindigkeit und Pressung findet Statt während des Uebertrittes der Luft aus dem Saugraume in den Einlauf. In Folge der fortschleudernden Wirkung des Flügelrades muß nämlich an die Stelle der entweichenden Luft gleichmäßig eine andere aus dem Saugraume durch die Saugöffnung des Ventilators nachrücken. Für eine und dieselbe Windmenge von L Kilogrammen in der Sekunde wird aber dieser Eintritt der Luft mit einer um so größern Geschwindigkeit U_0 erfolgen, je kleiner der Halbmesser R_0 der Saugöffnung ist. Weil die Regelmäßigkeit der Bewegung der Luft gestört würde, wenn die Saugöffnung in einer dünnen Wand angebracht wäre, indem sonst die Aenderung der Geschwindigkeit zu plötzlich vor sich ginge, so müssen wir uns hier die Saugöffnung in ein kurzes konisches Ansatzrohr, den Saughals, auslaufend denken, welches sich gegen den Saugraum allmälig und trichterförmig erweitert. In diesem Saughalse bildet sich aus U die Geschwindigkeit U_0 allmälig aus, ohne daß ein Verlust an Effekt durch Wirbelbildung Statt findet, und es bewegt sich die Luft sofort mit derselben Geschwindigkeit U_0 durch den Einlauf weiter, wenn der Querschnitt desselben ungeändert bleibt, was durch den sphäroidischen Kegel K bewirkt wird.

Uebereinstimmend mit den Grundsätzen, welche für die Bewegung der Luft durch eine allmälig sich verengende oder erweiternde Windleitung §. 14 aufgestellt wurden, müssen hier die effektiven Manometerhöhen in den zwei verschiedenen Querschnitten des Saugraumes und des Einlaufes einander gleich sein; man hat also nach (94) und (97) die effektiven Manometerhöhen

$$H_0 = H \text{ oder}$$
$$h_0 + h_0 = h + h, \text{ woraus folgt}$$
$$h_0 - h = h - h_0.$$

Substituirt man darin für die Geschwindigkeitshöhen h_0 und h die Werthe aus (93), so erhält man:

$$[1]^*) \quad . \quad . \quad h_0 - h = \frac{\delta}{2g\gamma}(U^2 - U_0^2).$$

*) Die fortlaufenden Berufungsnummern zur Bezeichnung der in dieser Abtheilung entwickelten Formeln werden zum Unterschiede von den Berufungsnummern der vorigen Abtheilung hier mit einer eckigen Klammer eingeschlossen.

Für den Einlauf ergeben sich ferner noch zwei Gleichungen, aus den Ausdrücken für das Gewicht L der Luft, welche durch denselben in einer Sekunde durchströmt.

Für den äußern, der Saugöffnung zugewendeten kreisförmigen Querschnitt des Einlaufes mit dem Halbmesser R_0 folgt nämlich:

$$L = R_0^2 \pi U_0 \Delta_0.$$

Es ist aber zugleich

$$L = M\delta, \text{ daher}$$

$$M\delta = R_0^2 \pi U_0 \Delta_0.$$

Da aber bei Ventilatoren das spezifische Gewicht Δ_0 der Luft im Einlaufe jenem δ bei mittlerer Temperatur und mittlerer Spannung nahe gleich kommt, da also, wie dieß zu (54) näher begründet wurde,

$$\Delta_0 = \delta$$

gesetzt werden kann, so folgt

$$[2] \quad . \; . \quad M = R_0^2 U_0 \pi.$$

Außerdem erhält man für das andere, an die innere Flügelperipherie grenzende Ende des Einlaufes die Gleichung:

$$L = 2R_1 \pi B U_0 \Delta_0,$$

wenn B die Breite der Flügel an ihrer innern Peripherie bezeichnet. Daraus ergibt sich wieder wegen

$$L = M\delta \text{ und } \Delta_0 = \delta,$$

$$[3] \quad . \; . \quad M = 2R_1 B U_0 \pi.$$

§. 38.

Verhalten der Luft beim Eintritte in den Flügelraum. Gleichungen für den Eintritt.

Die zweite Aenderung der Geschwindigkeit geht vor sich beim Uebertritte der Luft aus dem Einlauf in den Flügelraum, d. i. in die durch die Flügel gebildeten rotirenden Kanäle.

Die tangentiale Geschwindigkeit $v_1 = AG$ (Fig. 24) des ersten Flügelelementes bei A übergeht nämlich nicht gänzlich auf die getroffenen Lufttheilchen, sondern die tangentiale Geschwindigkeit V_1 der letzteren wird stets kleiner als v_1, und zwar fällt V_1 in dem Maße geringer aus, als das erste Flügelelement mehr zurückgeneigt, oder als der Winkel α_1 größer ist; denn da die Lufttheilchen sich in der Richtung AE des ersten Elementes der Flügelkurve bewegen, so werden sie in derselben Zeit, in welcher der Punkt A den Weg $AG = v_1$ beschreiben würde, in der entgegengesetzten Richtung den durch

die Projektion von AE dargestellten Weg AF zurücklegen, und daher tangential bloß mit der Geschwindigkeit

$$AG - AF = AG - BG = AB = V_1$$

in der Richtung der Rotation vorrücken.

Diese tangentiale Geschwindigkeit V_1 der Lufttheilchen im Vereine mit der Geschwindigkeit $U_0 = AD$, mit welcher dieselben gleichzeitig radial zwischen die Flügel eintreten, setzen sich zusammen zu einer mittleren absoluten Geschwindigkeit U_1, welche durch die Diagonale AC des Parallelogrammes ABCD repräsentirt wird. Wegen

$$AF = ED = AD \tang \alpha_1$$

ist demnach die tangentiale Geschwindigkeit der Lufttheilchen in A:

$$[4] \quad . \; . \quad V_1 = v_1 - U_0 \tang \alpha_1 .$$

Soll der Werth V_1 positiv bleiben, so ist es eine unerläßliche Bedingung, daß $v_1 = AG$ größer sei als $U_0 \tang \alpha_1 = ED$, oder daß v_1 doch mindestens dieser Größe gleich komme, weil sonst das Flügelelement AE die Lufttheilchen während ihrer radialen Bewegung nicht erreichen könnte, sondern etwa erst in J anlangen würde, wenn die Lufttheilchen auf ihrem radialen Wege bereits in D sich befinden.

Es ist ferner in dem Dreiecke ACD

$$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DC}^2, \text{ daher auch}$$

$$[5] \quad . \; . \quad U_1^2 = U_0^2 + V_1^2,$$

oder wegen [4]

$$[6] \quad . \; . \quad U_1^2 = U_0^2 + (v_1 - U_0 \tang \alpha_1)^2.$$

Hiedurch ist die Relation zwischen der Eintrittsgeschwindigkeit U_0 und der absoluten Geschwindigkeit U_1, mit welcher jedes Lufttheilchen seine absolute Bahn zwischen den Flügeln beginnt, festgestellt.

Gleichzeitig mit der Geschwindigkeit erleidet auch die Richtung der Bewegung der Lufttheilchen eine Veränderung, indem jedes Theilchen von seiner bisherigen radialen Richtung abgelenkt wird, und diagonal eine krumme Bahn einschlägt, deren erstes Element die Richtung AC hat, und mit der Kreisperipherie den Winkel φ_1 bildet. Aus dem Dreiecke ABC ergibt sich für diesen Winkel die Gleichung

$$[7] \quad . \; . \quad \sin \varphi_1 = \frac{U_0}{U_1}.$$

Die Pressung P_0, welche die Lufttheilchen im Einlaufraume besitzen, erleidet beim Eintritte derselben zwischen die Flügel keine Veränderung; es bleibt nämlich:

$$P_1 = P_0.$$

Die Richtigkeit dieſer Behauptung läßt ſich aus den Ausdrücken für das Gewicht L der in einer Sekunde durch die innere Flügelperipherie durchſtrömenden Luft vor und nach ihrem Eintritte in den Flügelraum leicht einſehen.

Vor dem Eintritte in den Flügelraum findet man, wenn B die Breite des Flügelraumes bezeichnet, wegen $\Delta_0 = \mu P_0$

$$[8] \quad . \quad . \quad L = 2 R_1 \pi B U_0 \mu P_0 .$$

Nach dem Eintritte nehmen ſämmtliche Luftfäden die Richtungen AC, $A_1 C_1$ ꝛc. (Fig. 25) an, die mit der Peripherie den Winkel φ_1 einſchließen.

Es iſt alſo die Summe der ſenkrechten Dicken aller Luftfäden im ganzen Umkreiſe

$$s_1 = m \overline{A_1 F},$$

wenn m die unendlich große Zahl der gleichen Theile $\overline{A_1 F}$ bedeutet, welche die innere Peripherie umgeben.

Nun iſt

$$\overline{A_1 F} = \overline{A A_1} \sin \varphi_1, \text{ alſo}$$

$$s_1 = m \overline{A_1 F} = m \overline{A A_1} \sin \varphi_1 .$$

Man kann aber ſetzen

$$\overline{A A_1} = \frac{2 R_1 \pi}{m},$$

und weil zufolge [7]

$$\sin \varphi_1 = \frac{U_0}{U_1}$$

iſt, ſo ergibt ſich:

$$s_1 = m \frac{2 R_1 \pi}{m} \cdot \frac{U_0}{U_1} = 2 R_1 \pi \frac{U_0}{U_1}.$$

Für die Verhältniſſe nach dem Eintritte der Luft in den Flügelraum iſt alſo, wegen $\Delta_1 = \mu P_1$:

$$L = s_1 B U_1 \mu P_1 = 2 R_1 \pi \frac{U_0}{U_1} B U_1 \mu P_1 \text{ oder}$$

$$[9] \quad . \quad . \quad L = 2 R_1 \pi U_0 B \mu P_1 .$$

Aus der Gleichſtellung der beiden für L ſich ergebenden Werthe [8] und [9] folgt:

$$P_1 = P_0,$$

oder was dasſelbe iſt:

$$[10] \quad . \quad . \quad h_1 = h_0 .$$

Die Preſſung der Luft wird alſo durch ihren Eintritt in den Flügelraum nicht geändert.

Da an der innern Flügelperipherie bei gleichbleibender Preſſung der Luft ihre abſolute Geſchwindigkeit von U_0 auf U_1 [6] geſteigert

wird, so folgt, daß beim Uebertritte der Luft aus dem Einlaufe in den Flügelraum der Nutzeffekt der Luft zunehme. Diese Effektzunahme geht momentan vor sich, weil die Aenderung der Geschwindigkeit gleichfalls momentan erfolgt, nämlich in dem Augenblicke, als die Lufttheilchen in den Flügelraum eintreten.

Dieser Sprung in dem Nutzeffekte findet jedoch nicht in der Fortsetzung der ursprünglichen Bewegungsrichtung, also nicht radial in der Richtung von U_0 Statt, sondern er geht in der Richtung von U_1 vor sich, welche mit U_0 einen gewissen Winkel $DAC = \frac{\pi}{2} - \varphi_1$ (Fig. 24) einschließt.

Die Sache verhält sich also hier ungefähr so, als wenn aus einem Rohre elastische Kugeln gleichmäßig mit der Geschwindigkeit U_0 herausgeschoben würden, welche, an der Mündung des Rohres angelangt, einen plötzlichen Impuls von einer Kraft erlangen, deren Richtung mit der Rohrachse einen rechten Winkel bildet.

Da hier die Lufttheilchen durch die innern Flügelkanten von den aus dem Einlaufe gleichmäßig nachrückenden Lufttheilchen plötzlich getrennt werden, so ist dieser momentane Effektzuwachs von einem Nutzeffektverluste begleitet. Dieser Verlust fällt um so größer aus, je größer U_1 gegen U_0 ist, d. h. einen je größeren Werth der plötzliche Zuwachs der Geschwindigkeit U_0 annimmt. Soll daher kein Nutzeffektsverlust Statt finden, so darf beim Eintritte in den Flügelraum die absolute Geschwindigkeit U_0 weder ihre Größe noch Richtung ändern, sondern es muß diese Aenderung nur allmälig und zwar erst innerhalb des Flügelraumes vor sich gehen. An der innern Peripherie desselben muß daher U_1 mit U_0 sowohl in der Größe als Richtung zusammenfallen; man hat daher dieser Bedingung entsprechend:

$$[11] \quad U_1 = U_0 = u_1 \quad \text{und}$$

$$[12] \quad \varphi_1 = 90^0.$$

Soll aber die Gleichung [11] bestehen, so muß vermöge [5]

$$[13] \quad V_1 = 0$$

sein, d. h. die Lufttheilchen dürfen beim Eintritte in den Flügelraum keine tangentiale Geschwindigkeit annehmen. Man hat daher vermöge [4]:

$$0 = v_1 - U_0 \operatorname{tang} \alpha_1, \text{ also}$$

$$v_1 = U_0 \operatorname{tang} \alpha_1 \text{ oder}$$

$$[14] \quad \operatorname{tang} \alpha_1 = \frac{v_1}{U_0}.$$

Letztere Gleichung folgt auch unmittelbar aus der Figur 26, in welcher $AC = U_1 = u_1 = U_0$ und $AG = v_1$ abgeschnitten sind; nach Ergänzung des Parallelogrammes AGCE ergibt sich

$$\text{tang}\,\alpha_1 = \frac{CE}{AC} = \frac{AG}{AC} = \frac{v_1}{U_0},$$

wie oben.

Soll daher die Luft in den Flügelraum des Ventilators ohne Effektverlust eintreten, so müssen die Flügelkanten an der innern Peripherie eine Neigung nach rückwärts besitzen, welche durch die Lage der Seite AE des obgedachten Parallelogrammes bestimmt wird.

Die Größe des Winkels $CAE = \alpha_1$ ergibt sich aus der Gleichung [14].

§. 39.

Verhalten der Luft auf ihrem Wege durch den Flügelraum und beim Austritte an der äußern Peripherie. Gleichungen für den Austritt.

Die dritte Aenderung der absoluten Geschwindigkeit und zugleich der Pressung geht vor sich während des Durchganges der Luft durch die rotirenden Kanäle.

Die absolute Geschwindigkeit nimmt gegen die äußere Peripherie des Flügelraumes stets zu, weil die Flügel beständig auf die Lufttheilchen einwirken, und daher denselben eine beschleunigte Bewegung ertheilen. Es ist daher für einen beliebigen mittleren Punkt die absolute Geschwindigkeit

$$U_m > U_1.$$

Die absolute Geschwindigkeit U_m innerhalb des Flügelraumes nimmt übrigens unter gleichen Umständen bei nach rückwärts geneigten Flügeln um so mehr zu, je weniger die Flügel zurückgeneigt sind, oder je kleiner α ist; denn bezeichnet man für einen beliebigen mittleren Halbmesser R die radiale Geschwindigkeit der Lufttheilchen mit u, so findet man analog mit [6]

$$U_m^2 = u^2 + (v - u\,\text{tang}\,\alpha)^2.$$

Für $\alpha = 0$ wird U_m seinen größten Werth

$$U_m^2 = u^2 + v^2$$

annehmen; dagegen wird man bei beständiger Zunahme von α zu einem Werth gelangen, bei welchem

$$U_m = u$$

ausfällt, wenn nämlich

$$u \operatorname{tang} \alpha = v \text{ ist.}$$

Sind die Flügel ſtatt nach rückwärts nach **vorwärts geneigt**, ſo wird der Werth von α und $\operatorname{tang} \alpha$ negativ, und die abſolute Geſchwindigkeit U_m wächſt von

$$U_m = \sqrt{u^2 + v^2}$$

an bis in's Unendliche.

Wir wollen nun die Aenderung der **Geſchwindigkeiten** an der **äußern Flügelperipherie** des Flügelraumes einer nähern Unterſuchung unterziehen. Da durch alle auf die abſolute Richtung der Bewegung der Luft ſenkrecht gelegten Querſchnitte ſowohl an der innern als äußern Flügelperipherie gleich viel Luft dem Gewichte nach in einer Sekunde durchſtreicht, ſo folgt

$$[15] \quad \begin{cases} L = B s_1 U_1 \mu P_1 \text{ und} \\ L = B s_2 U_2 \mu P_2, \end{cases}$$

wenn s_1 und s_2 die Summen aus der ſenkrechten Dicke aller Luftfäden an den betreffenden Peripherien bezeichnen.

Nun iſt aber vermöge Figur 25

$$s_1 = 2 R_1 \pi \sin \varphi_1, \text{ und eben ſo}$$
$$s_2 = 2 R_2 \pi \sin \varphi_2.$$

Da aber zur Vermeidung eines Effektverluſtes beim Eintritte der Luft in den Flügelraum vermöge [12]

$$\sin \varphi_1 = 1$$

ſein ſoll, da ferner, wenn u_2 die radiale Komponente LQ (Fig. 24) von $U_2 = LT$ bezeichnet,

$$\sin \varphi_2 = \frac{u_2}{U_2}$$

geſetzt werden kann, ſo folgt auch

$$s_1 = 2 R_1 \pi \text{ und}$$
$$s_2 = 2 R_2 \pi \frac{u_2}{U_2}.$$

Subſtituirt man dieſe Werthe für s_1 und s_2 in die obigen zwei Gleichungen [15] für L, ſo erhält man:

$$L = B 2 R_1 \pi U_1 \mu P_1 = 2 R_1 B \mu P_1 U_0 \pi,$$
$$L = B 2 R_2 \pi \frac{u_2}{U_2} U_2 \mu P_2 = 2 R_2 B \mu P_2 u_2 \pi.$$

Durch Diviſion dieſer beiden Gleichungen ergibt ſich:

$$1 = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{U_0}{u_2} \text{ oder}$$
$$[16] \quad u_2 = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{P_1}{P_2} \cdot U_0.$$

Nun ist aber $P_1 = (\mathfrak{H} + h_1)\,\gamma$ und

$$P_2 = (\mathfrak{H} + h_2)\,\gamma,$$

daher

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\mathfrak{H} + h_1}{\mathfrak{H} + h_2} = \frac{1 + \frac{h_1}{\mathfrak{H}}}{1 + \frac{h_2}{\mathfrak{H}}} = \text{nahe } 1,$$

weil $\frac{h_1}{\mathfrak{H}}$ und $\frac{h_2}{\mathfrak{H}}$ gegen 1 vernachlässigt werden können.

Es ist daher auch sehr nahe:

$$[17] \quad . \; . \quad u_2 = \frac{R_1}{R_2}\,U_0 = m\,U_0,$$

wenn der Kürze halber $\frac{R_1}{R_2} = m$ gesetzt wird; d. h. die radiale relative Geschwindigkeit u_2 der Luft an der äußern Peripherie nimmt also im verkehrten Verhältnisse mit dem Halbmesser ab.

Da für eine mittlere Lage des betrachteten Lufttheilchens oder für den Halbmesser R die radiale relative Geschwindigkeit

$$u = \frac{R_1}{R}\,U_0$$

auf dieselbe Art gefunden wird, so folgt, daß die radiale relative Geschwindigkeit innerhalb des Flügelraumes nach Außen gleichmäßig abnimmt.

Die tangentiale Geschwindigkeit V_2 der Lufttheilchen an der äußern Flügelperipherie findet man analog zu [4] mit Rücksicht auf Figur 24:

$$[18] \quad . \; . \quad V_2 = v_2 - u_2 \operatorname{tang} \alpha_2;$$

und ebenso ergibt sich analog zu [6] die absolute Geschwindigkeit U_2 der Lufttheilchen daselbst:

$$U_2^2 = u_2^2 + (v_2 - u_2 \operatorname{tang} \alpha_2)^2,$$

oder mit Rücksicht auf [17]

$$[19] \quad . \; . \quad U_2^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 U_0^2 + \left(v_2 - \frac{R_1}{R_2}\,U_0 \operatorname{tang} \alpha_2\right)^2.$$

Die absolute Geschwindigkeit U_2 am Austritte wird also um so größer, je kleiner α_2 ist, d. h. je weniger die Flügel zurückgekrümmt sind. Ihren größten Werth erreicht sie für jenen Fall, in welchem $\alpha_2 = 0$ ist, also wenn die Flügel radial auslaufen; es übergeht sodann [19] in

$$U_2^2 = \frac{R_1^2}{R_2^2}\,U_0^2 + v_2^2.$$

Mit der Zunahme von α_2 nimmt dagegen U_2 ab; den Werth $= 0$ kann aber U_2 niemals annehmen, weil sonst keine Luft durch die

Flügel hindurchstreichen würde. Für nach vorwärts geneigte Flügel, für welche tang α negativ ist, beginnt die absolute Geschwindigkeit U_2 mit dem obigen größten Werthe

$$U_2 = \sqrt{\frac{R_1^2}{R_2^2} U_0^2 + v_2^2},$$

und wächst mit α_2 bis in's Unendliche.

Die Zunahme der absoluten Geschwindigkeit innerhalb des Flügelraumes erfolgt aber allmälig, und zwar nach dem Gesetze für ruhende Kanäle; denn bezeichnet man für einen beliebigen Punkt innerhalb des Flügelraumes die absolute Geschwindigkeit mit U_m, und den darauf senkrechten Querschnitt sämmtlicher Luftfäden mit s_m, so ist

$$L = B s_1 U_1 \Delta_1 = B s_m U_m \Delta_m = B s_2 U_2 \Delta_2.$$

Da man aber

$$\Delta_1 = \Delta_m = \Delta_2$$

setzen kann, so ergibt sich

[20] . . $s_1 U_1 = s_m U_m = s_2 U_2$,

d. h. die absoluten Geschwindigkeiten $U_1 U_m U_2$ innerhalb des Flügelraumes wachsen im verkehrten Verhältnisse mit den senkrechten Querschnitten s_1, s_m und s_2, wie dieß bei der Bewegung der Luft durch ruhende Kanäle von veränderlichem Querschnitte der Fall ist, wenn diese Bewegung lediglich in Folge der Trägheit der Lufttheilchen vor sich geht.

Für den Winkel φ_2, welchen die absolute Austrittsgeschwindigkeit U_2 mit der äußern Tangente bildet, folgt aus Figur 24:

$$\sin \varphi_2 = \frac{u_2}{U_2},$$

oder mit Rücksicht auf [17]:

[21] . . $\sin \varphi_2 = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{U_0}{U_2}$.

Substituirt man in letztere Gleichung für U_2 den Werth aus [19], so ergibt sich auch

$$\sin \varphi_2 = \frac{\frac{R_1}{R_2} U_0}{\sqrt{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 U_0^2 + \left(v_2 - \frac{R_1}{R_2} U_0 \operatorname{tang} \alpha_2\right)^2}} \text{ oder}$$

[22] . . $$\sin \varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R_2 v_2}{R_1 U_0} - \operatorname{tang} \alpha_2\right)^2}}.$$

Das Gesetz, nach welchem die längs der Flügelkurve bestehenden relativen Geschwindigkeiten u_1 und u_2, und

mit ihnen zugleich die Pressungen P_1 und P_2 sich ändern, ist in der Grundgleichung (241) ausgesprochen; es ist nämlich:

$$u_2^2 - u_1^2 - (v_2^2 - v_1^2) + \frac{2g}{\mu} \log nat \left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 0,$$

oder näherungsweise (nach 249):

[23] . . $$h_2 - h_1 = \frac{\delta}{2g\gamma}[v_2^2 - v_1^2 - (u_2^2 - u_1^2)].$$

Letztere Gleichung liefert einen Ausdruck für die Differenz der Pressungen im Flügelraume, und es lassen sich daraus die relativen Geschwindigkeiten u_1 und u_2 eliminiren.

Vermöge der Figur 24 hat man nämlich für die relative Geschwindigkeit u_1 am innern Umfange den Ausdruck

[24] . . $$u_1 = \frac{U_0}{\cos \alpha_1},$$

und ebenso für u_2 am äußern Umfange

$$u_2 = \frac{u_2}{\cos \alpha_2},$$

oder wegen [17]

[25] . . $$u_2 = \frac{m U_0}{\cos \alpha_2}.$$

Substituirt man diese beiden Werthe für u_1 und u_2 in die obige Gleichung [23], so folgt:

$$h_2 - h_1 = \frac{\delta}{2g\gamma}\left[v_2^2 - v_1^2 - U_0^2\left(\frac{m^2}{\cos \alpha_2^2} - \frac{1}{\cos \alpha_1^2}\right)\right],$$

oder wegen

$$v_1 = \frac{R_1}{R_2} v_2 = m v_2,$$

[26] . . $$h_2 - h_1 = \frac{\delta}{2g\gamma}\left[v_2^2 (1 - m^2) + U_0^2\left(\frac{1}{\cos \alpha_1^2} - \frac{m^2}{\cos \alpha_2^2}\right)\right].$$

Obwohl also die absolute Geschwindigkeit innerhalb des Flügelraumes von U_0 bis U_2 kontinuirlich wächst, so vermindert sich dennoch nicht die Pressung wie in ruhig stehenden Kanälen, sondern sie wächst im Gegentheile hier kontinuirlich von h_1 bis h_2, und es ist

[27] . . $$h_2 > h_1,$$

weil der zweite Theil der Gleichung [26] in allen praktischen Fällen positiv ist; denn ist $\alpha_2 = \alpha_1$, sind also die Flügel gleichförmig gekrümmt, so folgt aus [26]:

[28] . . $$\begin{cases} h_2 - h_1 = \frac{\delta}{2g\gamma}\left[(1 - m^2) v_2^2 + \frac{U_0^2}{\cos \alpha_1^2} - \frac{m^2 U_0^2}{\cos \alpha_1^2}\right] \text{ oder} \\ h_2 - h_1 = \frac{\delta}{2g\gamma}\left[(1 - m^2)\left(v_2^2 + \frac{U_0^2}{\cos \alpha_1^2}\right)\right]. \end{cases}$$

Bei gleichförmig gekrümmten Flügeln ist also die Differenz $h_2 - h_1$ stets positiv, und sie wird um so größer, je größer der Winkel α_1 ist, d. h. je mehr die Flügel zurückgekrümmt sind.

Ist $\alpha_2 = 0$, d. h. laufen die Flügel an der äußern Peripherie radial aus, so ergibt sich aus [26]:

$$[29] \quad . \quad . \quad h_2 - h_1 = \frac{\delta}{2g\gamma}\left[(1 - m^2)\, v_2^2 + \frac{U_0^2}{\cos \alpha_1^2} - m^2 U_0^2\right].$$

Da $m^2 = \frac{R_1^2}{R_2^2}$ stets ein echter Bruch, und $\frac{1}{\cos \alpha_1^2}$ immer größer als 1 ist, so muß sowohl $1 - m^2$ als $\frac{1}{\cos \alpha_1^2} - m^2$ stets größer als 0, also positiv sein; hieraus folgt, daß für radial auslaufende Flügel $h_2 - h_1$ stets positiv bleibt, d. h. daß die Pressung der Luft gegen die äußere Peripherie des Flügelraumes zunimmt.

Wie aus der Vergleichung der beiden Ausdrücke [29] und [28] hervorgeht, so ist unter übrigens gleichen Umständen die Pressungsdifferenz bei radial auslaufenden Flügeln stets größer als bei gleichmäßig zurückgekrümmten. Da aber mit der Zunahme der Differenz $h_2 - h_1$ unter übrigens gleichen Umständen auch der Nutzeffekt wächst, so folgt, daß radial auslaufende Flügel unter sonst gleichen Verhältnissen eines größern absoluten Effektes fähig sind, als gleichmäßig zurückgekrümmte.

Diese Steigerung des absoluten Nutzeffektes durch radial auslaufende Flügel hat aber auch eine Steigerung des relativen Nutzeffektes oder des Wirkungsgrades des Ventilators im Gefolge, weil dabei der größte absolute Nutzeffekt mittelst der geringsten Umfangsgeschwindigkeit v_2 erreicht wird, wobei durch Reibungen an Betriebskraft am wenigsten verloren geht.

§. 40.

Verhalten der Luft im Auslaufe eines offenen Ventilators; Gleichungen für den Auslauf.

Die vierte Aenderung in der Geschwindigkeit und der Pressung erleidet die Luft auf ihrem Wege durch den Auslauf, den sie nunmehr bloß in Folge ihrer Trägheit durchstreicht.

Bei einem offenen Ventilator, bei welchem der Auslauf durch eine ringförmige Erweiterung seiner Seitenwände gebildet wird, beginnt die Luft ihre Bewegung im Auslauf mit der Geschwindigkeit U_2 und der Pressung P_2, und vollendet dieselbe mit der Geschwindigkeit

U_3 und der Pressung P_3 am äußersten Rande des Auslaufes. Diese Aenderung wird lediglich dadurch bewirkt, daß der Raum, welchen die Luft durchstreicht, sich allmälig erweitert, weßhalb die für diesen Fall (§. 14) entwickelten Gesetze hier ihre volle Anwendung finden.

Mit Rücksicht auf die Formel (94) ergibt sich hier die Gleichung

$$h_2 + b_2 = h_3 + b_3 \text{ oder}$$
$$h_3 - h_2 = b_2 - b_3.$$

Werden b_2 und b_3 im Sinne der Formel (93) durch die entsprechenden Geschwindigkeiten U_2 und U_3 ausgedrückt, so folgt:

$$[30] \quad . \; . \quad h_3 - h_2 = \frac{\delta}{2g\gamma}(U_2^2 - U_3^2);$$

und wenn man überdieß für U_2 den Werth [19] einführt:

$$[31] \quad . \; . \quad h_3 - h_2 = \frac{\delta}{2g\gamma}[m^2 U_0^2 + (v_2 - m U_0 \operatorname{tang} \alpha_2)^2 - U_3^2].$$

Bei einem offenen Ventilator erleiden die Lufttheilchen nach ihrem Austritte aus dem Flügelraume, also bei ihrem Eintritte in den Auslauf, keine weitere Ablenkung; sie behalten vielmehr in Folge ihrer Trägheit und Ausdehnung bloß jene gerade Richtung a z (Fig. 27) bei, in der sie mit der Geschwindigkeit U_2 aus dem Flügelraum herausgeschleudert wurden, und welche durch den Winkel φ_2 [22] an der äußern Flügelperipherie festgestellt ist.

Da die cylindrischen Querschnitte der Luft in der Richtung ihrer Bewegung allmälig nach Außen zunehmen, so wird nach dem Gesetze der Bewegung der Luft durch ruhende Kanäle ihre Geschwindigkeit allmälig abnehmen, ihre Pressung dagegen wachsen. Weil aber durch jeden Querschnitt stets ein gleiches Luftgewicht durchstreicht, so ist analog mit [15] und mit Hinblick auf Figur 25:

$$L = B s_2 U_2 \Delta_2 = 2 B R_2 \pi \sin \varphi_2 U_2 \Delta_2,$$
$$L = B s_3 U_3 \Delta_3 = 2 B R_3 \pi \sin \varphi_3 U_3 \Delta_3,$$

daher

$$R_2 U_2 \Delta_2 \sin \varphi_2 = R_3 U_3 \Delta_3 \sin \varphi_3.$$

Da jedoch nach (54) das spezifische Gewicht $\Delta_2 = \Delta_3$ gesetzt werden kann, so folgt auch:

$$[32] \quad . \; . \quad R_2 U_2 \sin \varphi_2 = R_3 U_3 \sin \varphi_3.$$

Der Winkel φ_3 in dieser Gleichung wächst in demselben Maße, als der Halbmesser R_3 größer wird; derselbe läßt sich als eine Funktion der andern Größen dieser Gleichung wie folgt ausdrücken:

Es ist in Figur 27

$$\frac{R_2}{R_3} = \frac{a\,c}{c\,b} = \frac{\sin b}{\sin a} = \frac{\sin(90^\circ - \varphi_3)}{\sin(90^\circ + \varphi_3)} = \frac{\cos \varphi_3}{\cos \varphi_2},$$

daher

$$\frac{R_2^2}{R_3^2} = \frac{\cos\varphi_3^2}{\cos\varphi_2^2} = \frac{1-\sin\varphi_3^2}{1-\sin\varphi_2^2},$$

$$1 - \sin\varphi_3^2 = \frac{R_2^2}{R_3^2}(1-\sin\varphi_2^2),$$

$$[33] \quad \sin\varphi_3^2 = 1 - \frac{R_2^2}{R_3^2}(1-\sin\varphi_2^2).$$

§. 41.

Verhalten der Luft im Auslaufe eines geschlossenen Ventilators. Gleichungen für den Auslauf.

Im Auslaufraume eines geschlossenen Ventilators bewegt sich die Luft auch nur in Folge ihrer Trägheit mit der im Flügelraum erhaltenen lebendigen Kraft ohne Aenderung ihres Nutzeffektes, jedoch unter der Voraussetzung, daß dem Auslaufe die hiezu erforderliche Form gegeben wird. Zu diesem Ende muß, wie schon in §. 36 angedeutet wurde, der den Flügelraum umgebende Theil des Auslaufes, in welchen die Luft aus letzterem geschleudert wird, eine spiralförmige Gestalt A' (Fig. 23) erhalten, deren radiale Querschnitte in demselben Verhältnisse zunehmen, wie die äußere cylindrische Oberfläche des Flügelraumes, vom Ursprunge der Spirale an gerechnet.

Da diese beiden Räume eine gleiche Breite B besitzen, so wird dieser Bedingung entsprochen, wenn die radiale Ansteigung der Spirale mit der Peripherie, vom Ursprunge N an gerechnet, im geraden Verhältnisse wächst, eine Eigenschaft, welche der archimedischen Spirale zukommt.

Ueberdieß muß die Geschwindigkeit U_2, mit welcher die Luft den spiralförmigen Theil des Auslaufes durchstreicht, in diesem Raume bis an das Ende desselben, nämlich bis zum halsförmigen Theil des Auslaufes, konstant bleiben, was dadurch erzielt wird, daß die Höhe J_2 des Halses der Gleichung

$$L = B J_2 U_2 \Delta_2$$

entspricht, daß also

$$J_2 = \frac{L}{B U_2 \Delta_2} = \frac{M\delta}{B U_2 \Delta_2}$$

gemacht wird.

Da aber nach (54) näherungsweise $\delta = \Delta_2$ gesetzt werden kann, so folgt auch

$$[34] \quad J_2 = \frac{M}{B U_2}.$$

Letztere Gleichung kann man auch unter der Form

[35] . . $A_2 U_2 = B J_2 U_2 = M$

schreiben, wenn A_2 den Querschnitt des Halses bei J_2 bedeutet.

Da nun bei der vorausgesetzten Konstruktion des spiralförmigen Theiles des Auslaufes die Luft in den Blasehals mit der Geschwindigkeit U_2 und der Pressung P_2 eintritt, und aus demselben mit U_3 und P_3 in den Blaseraum austritt, letztere Aenderung aber bloß durch die allmälige Erweiterung des Blasehalses hervorgerufen wird; so hat auch hier die Gleichung [30] für die Pressung h_3 ihre volle Anwendung, und es gilt die aus letzterer abgeleitete Gleichung [31] auch für den Auslauf eines geschlossenen Ventilators, oder es ist

[36] . . $h_3 - h_2 = \frac{\delta}{2gγ}[m^2 U_0^2 + (v_2 - m U_0 \tang \alpha_2)^2 - U_3^2]$.

Streng genommen kann die durch den spiralförmigen Theil des Auslaufes sich bewegende Luft keine gleiche Dichte, daher auch keine gleiche Spannung P_2 besitzen; denn da hier die Luft mit der absoluten Geschwindigkeit U_2 längs einer gezwungenen krummen Bahn, nämlich längs der spiralförmigen Mantelfläche sich bewegt, so unterliegt sie dem radialen Drucke der Fliehkraft (193)

$$F = \frac{k}{g} \cdot r \omega^2,$$

und es werden daher die von der Achse entfernteren krummen Schichten der Luft eine stärkere Pressung annehmen, als die nähern, weil sie dem Drucke aller vorliegenden Schichten ausgesetzt sind, die von der Achse weniger entfernt abstehen.

Da jedoch das ganze Ansteigen der Spirale immer nur unbedeutend ist, so fällt auch die Zunahme der Luftdichte nur sehr gering aus. Die Zunahme der Pressung von Innen gegen Außen läßt sich an einem in den Mantel verschieden tief eingesteckten Manometer leicht beobachten.

Für einen beliebigen Abstand r von der Achse kann man die Größe des aus der Fliehkraft hervorgegangenen Druckes F wie folgt berechnen.

Es ist die elementare Zunahme des Druckes auf 1 □ Meter

$$dF = \frac{\delta \cdot dr}{g} r \omega^2,$$

weil man das spezifische Gewicht der Luft als konstant annehmen und dasselbe $= \delta$, d. i. jenem der atmosphärischen Luft gleichsetzen kann.

Hieraus folgt

$$F = \frac{\delta}{g} \omega^2 \int r\,dr \text{ oder}$$

$$[37] \quad . \; . \quad F = \frac{\delta}{g} \omega^2 \frac{r^2}{2} + C.$$

Da für $r = R_2$ der Druck $F = P_2$ ist, so folgt:

$$P_2 = \frac{\delta}{g} \omega^2 \frac{R_2^2}{2} + C, \text{ daher}$$

$$C = P_2 - \frac{\delta}{g} \omega^2 \frac{R_2^2}{2} \text{ und}$$

$$F = \frac{\delta}{2g} \omega^2 (r^2 - R_2^2) + P_2.$$

Bezeichnet man für den äußersten Punkt des spiralförmigen Mantels zunächst dem Halse, also für $r = R_2 + J_2$, die Pressung mit P_2^1, so ist, wegen $r^2 = R_2^2 + 2R_2 J_2 + J_2^2$,

$$P_2^1 = \frac{\delta}{2g} \omega^2 (2R_2 J_2 + J_2^2) + P_2 \text{ oder}$$

$$P_2^1 - P_2 = \frac{\delta}{2g} (2R_2 + J_2) J_2 \omega^2.$$

Wegen $P_2^1 - P_2 = (h_2^1 - h_2)\gamma$ erhält man auch

$$[38] \quad . \; . \quad h_2^1 - h_2 = \frac{\delta}{2g\gamma} (2R_2 + J_2) J_2 \omega^2.$$

Die Differenz $h_2^1 - h_2$ nimmt also mit dem Quadrate der Winkelgeschwindigkeit zu, und ist überdieß um so größer, einen je höheren Hals der Ventilator besitzt.

Es ist nicht unbedingt nothwendig, daß, wie dieß bisher stillschweigend vorausgesetzt wurde, der Anfangspunkt B (Fig. 28) der Spirale in die Peripherie des Flügelrades falle; derselbe kann auch beliebig weit davon abstehen, nur ändert sich darnach die Form der Spirale oder ihre Steigung; denn denkt man sich durch den Punkt B_a, von welchem aus der spiralförmige Mantel beginnen soll, einen konzentrischen Kreis gezogen, so werden die Lufttheilchen innerhalb der beiden durch B und B_a gelegten Kreise sich genau so wie durch den Auslauf eines offenen Ventilators bewegen, d. h. sie werden mit der Geschwindigkeit U_2 unter einem Tangentenwinkel φ_2 die Peripherie des Flügelraumes verlassen, und in dieser Richtung an die durch B_a gelegt gedachte Peripherie mit einer geringeren Geschwindigkeit $U_a < U_2$ gelangen, weil ihr gesammter Querschnitt allmälig zugenommen hat.

Für die Geschwindigkeit U_a gilt daher eine ähnliche Gleichung [30] wie für U_2 bei einem offenen Ventilator, und es ist daher:

$$R_2 U_2 \sin \varphi_2 = R_a U_a \sin \varphi_a,$$

Letztere Gleichung kann man auch unter der
[35] . . $A_2 U_2 = B J_2 U_2 = M$
schreiben, wenn A_2 den Querschnitt des Halses

Da nun bei der vorausgesetzten Konst
Theiles des Auslaufes die Luft in den
digkeit U_2 und der Pressung P_2 eintri
und P_3 in den Blaseraum austritt, l
die allmälige Erweiterung d
so hat auch hier die Gleichung
Anwendung, und es gilt die
auch für den Auslauf eines

[36] . . $h_3 - h_2 = \frac{\delta}{2}$

Streng genommen
Auslaufes sich bewe
gleiche Spannung
luten Geschwind
Bahn, nämli
unterliegt fi

Werthe
bestimmen lassen. Aus der
den Werth von U_a für einen bestimm-
e Geschwindigkeit U_a ist es nun, welche bei
ohe J_a des Auslaufhalses aus [34] statt U_2 zu
werden muß; es ist daher allgemein:

$$J_a = \frac{M}{B U_a}.$$

und e
ten
de

wird also um so größer, je kleiner U_a ausfällt, mithin
gewählt wird.

Diese Höhe J_a dient zugleich zum Anhalt bei der Konstruktion
in B_a beginnenden Mantelspirale, zwischen welcher und dem durch
B_a beschrieben gedachten Kreise die Geschwindigkeit U_a bis zum Ein-
tritte in den Blasehals konstant zu bleiben hat.

Da diese Modalität in der Konstruktion des Mantels, obwohl
ganz richtig, dennoch keine besonderen Vortheile darbietet, da vielmehr
bei deren Anwendung der Auslauf, mithin das ganze Gehäuse des
Ventilators bedeutend größere Dimensionen annimmt, so wird man es
stets vorziehen, den Anfangspunkt der Spirale möglichst nahe an
die äußere Peripherie des Flügelraumes zu verlegen.

Es unterliegt übrigens keinem Anstande, statt der spiralen Man-
telfläche auch eine kreisförmige anzuwenden, welche den Flügelraum
konzentrisch umgibt und von demselben um die Größe J absteht;
an diesen Mantel kann man den Blasehals entweder tangential oder
auch radial ansetzen. Bei einer solchen Mantelform können jedoch die
Luftfäden nach ihrem Austritte aus dem Flügelraume keineswegs sich

ig fortbewegen, ſondern ſie werden theils längs einander ſich theils in der Mündung des Auslaufhalſes unter ſpitzen ammentreffen, und daher Wirbel bilden, welche einen nicht heil der Betriebskraft aufzehren.

Querſchnitt A_3 der äußern Mündung des Blaſe- geſchloſſenen Ventilators, oder was daſſelbe ritt der Windleitung folgt analog zu [35]

$$A_3 U_3 = M.$$

§. 42.

ausgeſchickten Unterſuchungen. effekt des Ventilators.

an die Aenderungen, welche die abſoluten Ge- igkeiten und Preſſungen bei einem den theoretiſchen anforderungen entſprechend gebauten Ventilator nach einander vom Austritte der Luft aus dem Saugraume bis zum Eintritte in den Blaſeraum erfahren, ſo bemerkt man:

1. Daß die abſolute Geſchwindigkeit vom Saugraume angefangen bis zur äußern Peripherie des Flügelraumes immerfort im Zunehmen begriffen iſt, und daß ſodann dieſelbe im Blaſehalſe durch Umſetzung der Geſchwindigkeit in Preſſung ſich allmälig vermindert. Die Zu- und Abnahme an Geſchwindigkeit erfolgt ſtets allmälig, ſelbſt an der inneren Flügelperipherie, vorausgeſetzt, daß die Flügel daſelbſt gegen den Halbmeſſer um einen Winkel α_1 zurückgeneigt ſind, deſſen Größe der Gleichung [14] Genüge leiſtet.

2. Die Preſſung dagegen iſt an der innern Peripherie des Flügelraumes am kleinſten, und nimmt von da nach beiden Richtungen kontinuirlich zu; es iſt nämlich:

$$P > P_0 = P_1 < P_2 < P_3.$$

Die Aenderung der Preſſung erleidet alſo gleichfalls nirgends einen Sprung.

Die lebendige Kraft, welche die Luft an der äußern Mündung des Blaſehalſes beſitzt, verdankt ſie lediglich der Wirkung der rotirenden Flügel. Gleich beim Eintritte in den Flügelraum, und auf dem ganzen Wege durch denſelben, nimmt die Luft lebendige Kraft in ſich auf.

Letztere Gleichung kann man auch unter der Form

[35] . . $A_2 U_2 = B J_2 U_2 = M$

schreiben, wenn A_2 den Querschnitt des Halses bei J_2 bedeutet.

Da nun bei der vorausgesetzten Konstruktion des spiralförmigen Theiles des Auslaufes die Luft in den Blasehals mit der Geschwindigkeit U_2 und der Pressung P_2 eintritt, und aus demselben mit U_3 und P_3 in den Blaseraum austritt, letztere Aenderung aber bloß durch die allmälige Erweiterung des Blasehalses hervorgerufen wird; so hat auch hier die Gleichung [30] für die Pressung h_3 ihre volle Anwendung, und es gilt die aus letzterer abgeleitete Gleichung [31] auch für den Auslauf eines geschlossenen Ventilators, oder es ist

[36] . . $h_3 - h_2 = \frac{\delta}{2g\gamma}[m^2 U_0^2 + (v_2 - m U_0 \tang \alpha_2)^2 - U_3^2]$.

Streng genommen kann die durch den spiralförmigen Theil des Auslaufes sich bewegende Luft keine gleiche Dichte, daher auch keine gleiche Spannung P_2 besitzen; denn da hier die Luft mit der absoluten Geschwindigkeit U_2 längs einer gezwungenen krummen Bahn, nämlich längs der spiralförmigen Mantelfläche sich bewegt, so unterliegt sie dem radialen Drucke der Fliehkraft (193)

$$F = \frac{k}{g} \cdot r \omega^2,$$

und es werden daher die von der Achse entfernteren krummen Schichten der Luft eine stärkere Pressung annehmen, als die nähern, weil sie dem Drucke aller vorliegenden Schichten ausgesetzt sind, die von der Achse weniger entfernt abstehen.

Da jedoch das ganze Ansteigen der Spirale immer nur unbedeutend ist, so fällt auch die Zunahme der Luftdichte nur sehr gering aus. Die Zunahme der Pressung von Innen gegen Außen läßt sich an einem in den Mantel verschieden tief eingesteckten Manometer leicht beobachten.

Für einen beliebigen Abstand r von der Achse kann man die Größe des aus der Fliehkraft hervorgegangenen Druckes F wie folgt berechnen.

Es ist die elementare Zunahme des Druckes auf 1 □ Meter

$$dF = \frac{\delta \cdot dr}{g} r \omega^2,$$

weil man das spezifische Gewicht der Luft als konstant annehmen und dasselbe $= \delta$, d. i. jenem der atmosphärischen Luft gleichsetzen kann.

Hieraus folgt

$$F = \frac{\delta}{g} \omega^2 \int r\,dr \text{ oder}$$

$$[37] \quad . \; . \quad F = \frac{\delta}{g} \omega^2 \frac{r^2}{2} + C.$$

Da für $r = R_2$ der Druck $F = P_2$ ist, so folgt:

$$P_2 = \frac{\delta}{g} \omega^2 \frac{R_2^2}{2} + C, \text{ daher}$$

$$C = P_2 - \frac{\delta}{g} \omega^2 \frac{R_2^2}{2} \text{ und}$$

$$F = \frac{\delta}{2g} \omega^2 (r^2 - R_2^2) + P_2.$$

Bezeichnet man für den äußersten Punkt des spiralförmigen Mantels zunächst dem Halse, also für $r = R_2 + J_2$, die Pressung mit P_2^1, so ist, wegen $r^2 = R_2^2 + 2R_2 J_2 + J_2^2$,

$$P_2^1 = \frac{\delta}{2g} \omega^2 (2R_2 J_2 + J_2^2) + P_2 \text{ oder}$$

$$P_2^1 - P_2 = \frac{\delta}{2g} (2R_2 + J_2) J_2 \omega^2.$$

Wegen $P_2^1 - P_2 = (h_2^1 - h_2)\gamma$ erhält man auch

$$[38] \quad . \; . \quad h_2^1 - h_2 = \frac{\delta}{2g\gamma} (2R_2 + J_2) J_2 \omega^2.$$

Die Differenz $h_2^1 - h_2$ nimmt also mit dem Quadrate der Winkelgeschwindigkeit zu, und ist überdieß um so größer, einen je höheren Hals der Ventilator besitzt.

Es ist nicht unbedingt nothwendig, daß, wie dieß bisher stillschweigend vorausgesetzt wurde, der Anfangspunkt B (Fig. 28) der Spirale in die Peripherie des Flügelrades falle; derselbe kann auch beliebig weit davon abstehen, nur ändert sich darnach die Form der Spirale oder ihre Steigung; denn denkt man sich durch den Punkt B_a, von welchem aus der spiralförmige Mantel beginnen soll, einen konzentrischen Kreis gezogen, so werden die Lufttheilchen innerhalb der beiden durch B und B_a gelegten Kreise sich genau so wie durch den Auslauf eines offenen Ventilators bewegen, d. h. sie werden mit der Geschwindigkeit U_2 unter einem Tangentenwinkel φ_2 die Peripherie des Flügelraumes verlassen, und in dieser Richtung an die durch B_a gelegt gedachte Peripherie mit einer geringeren Geschwindigkeit $U_a < U_2$ gelangen, weil ihr gesammter Querschnitt allmälig zugenommen hat.

Für die Geschwindigkeit U_a gilt daher eine ähnliche Gleichung [30] wie für U_2 bei einem offenen Ventilator, und es ist daher:

$$R_2 U_2 \sin \varphi_2 = R_a U_a \sin \varphi_a,$$

also

$$U_a = \frac{R_2}{R_a} \cdot \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_a} U_2 .$$

Ferner hat man vermöge der Figur 28

$$OD = R_a \cos \varphi_a = R_2 \cos \varphi_2 , \text{ daher}$$

$$\cos \varphi_a = \frac{R_2 \cos \varphi_2}{R_a} ,$$

$$\sin \varphi_a = \sqrt{1 - \cos \varphi_a^2} = \sqrt{1 - \frac{R_2^2 \cos \varphi_2^2}{R_a^2}}$$

$$= \frac{1}{R_a} \sqrt{R_a^2 - R_2^2 (1 - \sin \varphi_2^2)} ,$$

[39] . . $$U_a = \frac{R_2 \sin \varphi_2 U_2}{\sqrt{R_a^2 - R_2^2 (1 - \sin \varphi_2^2)}} .$$

In dieser Gleichung sind U_2 und $\sin \varphi_2$ Größen, deren Werthe sich aus den Gleichungen [19] und [22] bestimmen lassen. Aus der Gleichung [39] kann man daher den Werth von U_a für einen bestimmten Fall berechnen. Diese Geschwindigkeit U_a ist es nun, welche bei Berechnung der Höhe J_a des Auslaufhalses aus [34] statt U_2 zu Grunde gelegt werden muß; es ist daher allgemein:

$$J_a = \frac{M}{B U_a} .$$

Die Höhe J_a wird also um so größer, je kleiner U_a ausfällt, mithin je größer R_a gewählt wird.

Diese Höhe J_a dient zugleich zum Anhalt bei der Konstruktion der in B_a beginnenden Mantelspirale, zwischen welcher und dem durch B_a beschrieben gedachten Kreise die Geschwindigkeit U_a bis zum Eintritte in den Blasehals konstant zu bleiben hat.

Da diese Modalität in der Konstruktion des Mantels, obwohl ganz richtig, dennoch keine besonderen Vortheile darbietet, da vielmehr bei deren Anwendung der Auslauf, mithin das ganze Gehäuse des Ventilators bedeutend größere Dimensionen annimmt, so wird man es stets vorziehen, den Anfangspunkt der Spirale möglichst nahe an die äußere Peripherie des Flügelraumes zu verlegen.

Es unterliegt übrigens keinem Anstande, statt der spiralen Mantelfläche auch eine kreisförmige anzuwenden, welche den Flügelraum konzentrisch umgibt und von demselben um die Größe J absteht; an diesen Mantel kann man den Blasehals entweder tangential oder auch radial ansetzen. Bei einer solchen Mantelform können jedoch die Luftfäden nach ihrem Austritte aus dem Flügelraume keineswegs sich

regelmäßig fortbewegen, ſondern ſie werden theils längs einander ſich verſchieben, theils in der Mündung des Auslaufhalſes unter ſpitzen Winkeln zuſammentreffen, und daher Wirbel bilden, welche einen nicht unerheblichen Theil der Betriebskraft aufzehren.

Für den Querſchnitt A_3 der äußern Mündung des Blaſehalſes eines geſchloſſenen Ventilators, oder was daſſelbe iſt, für den Querſchnitt der Windleitung folgt analog zu [35]

$$[40] \quad . \quad . \quad A_3 U_3 = M.$$

§. 42.

Rückblick auf die vorausgeſchickten Unterſuchungen. Theoretiſcher Nutzeffekt des Ventilators.

Verfolgt man die Aenderungen, welche die abſoluten Geſchwindigkeiten und Preſſungen bei einem den theoretiſchen Anforderungen entſprechend gebauten Ventilator nach einander vom Austritte der Luft aus dem Saugraume bis zum Eintritte in den Blaſeraum erfahren, ſo bemerkt man:

1. Daß die abſolute Geſchwindigkeit vom Saugraume angefangen bis zur äußern Peripherie des Flügelraumes immerfort im Zunehmen begriffen iſt, und daß ſodann dieſelbe im Blaſehalſe durch Umſetzung der Geſchwindigkeit in Preſſung ſich allmälig vermindert. Die Zu- und Abnahme an Geſchwindigkeit erfolgt ſtets allmälig, ſelbſt an der inneren Flügelperipherie, vorausgeſetzt, daß die Flügel daſelbſt gegen den Halbmeſſer um einen Winkel α_1 zurückgeneigt ſind, deſſen Größe der Gleichung [14] Genüge leiſtet.

2. Die Preſſung dagegen iſt an der innern Peripherie des Flügelraumes am kleinſten, und nimmt von da nach beiden Richtungen kontinuirlich zu; es iſt nämlich:

$$P > P_0 = P_1 < P_2 < P_3.$$

Die Aenderung der Preſſung erleidet alſo gleichfalls nirgends einen Sprung.

Die lebendige Kraft, welche die Luft an der äußern Mündung des Blaſehalſes beſitzt, verdankt ſie lediglich der Wirkung der rotirenden Flügel. Gleich beim Eintritte in den Flügelraum, und auf dem ganzen Wege durch denſelben, nimmt die Luft lebendige Kraft in ſich auf.

Dieſe Aufnahme an lebendiger Kraft wird bewirkt durch Vermehrung der abſoluten Geſchwindigkeit in Verbindung mit einer gleichzeitigen Erhöhung der Preſſung.

Obwohl vermöge [19] die Geſchwindigkeitsvermehrung innerhalb des Flügelraumes ganz nach dem Geſetze für die Bewegung der Luft in ruhenden Kanälen von veränderlichem Querſchnitte, alſo gerade ſo vor ſich gebt, als wenn die Luft vermöge ihrer Trägheit allein ſich durch den Flügelraum bewegen würde, ſo iſt dennoch nicht wie in ruhenden Kanälen eine verhältnißmäßige Abnahme der Preſſung P_m oder der Manometerhöhe h_m damit verbunden, ſondern es nimmt vielmehr gleichzeitig die Preſſung gegen die äußere Peripherie [26] und [29] allmälig zu. In dieſer Erhaltung und ſogar Steigerung der Preſſung bei gleichzeitiger Erhöhung der Geſchwindigkeit iſt alſo die Zunahme des Nutzeffektes der Luft innerhalb des Flügelraumes begründet.

Außerhalb des Flügelraumes jedoch bewegt ſich die Luft nur als träge Maſſe, und zwar einerſeits aus dem Saugraume in Folge der Luftverdünnung im Einlaufe, alſo in Folge der höhern Preſſung im Saugraume; andererſeits aus dem Auslaufe in Folge der angenommenen größeren Geſchwindigkeit, und wohl auch der vermehrten Preſſung.

Der theoretiſche Effekt oder die Wirkungsgröße des Ventilators in einer Sekunde beſteht darin, daß in einer Sekunde die Luftmenge von L Kilogr. im Gewichte, welche urſprünglich die Geſchwindigkeit U und die Preſſung P oder h beſitzt, durch den Ventilator auf die Geſchwindigkeit U_3 und die Preſſung P_3 oder h_3 gebracht wird.

Es iſt aber nach (95) in Verbindung mit (64) die lebendige Kraft der Luft in dem Saugraume

$$e = \frac{L}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P}{p}\right) + \frac{L}{2g} U^2 = L \frac{h\gamma}{\delta} + \frac{L}{2g} U^2,$$

und eben ſo jene der Luft im Blaſeraume

$$e_3 = \frac{L}{\mu} \log \text{nat} \left(\frac{P_3}{p}\right) + \frac{L}{2g} U_3^2 = L \frac{h_3 \gamma}{\delta} + \frac{L}{2g} U_3^2.$$

Demnach ergibt ſich der theoretiſche Effekt des Ventilators

$$E = e_3 - e = \frac{L\gamma}{\delta}(h_3 - h) + \frac{L}{2g}(U_3^2 - U^2),$$

oder wegen $L = M\delta$

[41] . . $$E = M\gamma(h_3 - h) + \frac{M\delta}{2g}(U_3^2 - U^2).$$

Dieſe Gleichung läßt ſich auch wie folgt umgeſtalten:

$$E = M\gamma\left[h_3 + \frac{\delta}{2g\gamma} U_3^2 - \left(h + \frac{\delta}{2g\gamma} U^2\right)\right] \text{ oder}$$

$$E = M\gamma\,[h_3 + \mathfrak{h}_3 - (h + \mathfrak{h})],$$

wo unter $\mathfrak{h}_3$ und $\mathfrak{h}$ die den Geschwindigkeiten U_3 und U entsprechenden Manometerhöhen verstanden werden.

Da aber

$$h_3 + \mathfrak{h}_3 = H_3 \text{ und}$$
$$h + \mathfrak{h} = H$$

gesetzt werden kann, wenn H_3 und H die effektiven Manometerhöhen bedeuten, so ist auch der theoretische Effekt:

[42] . . $E = M\gamma\,(H_3 - H) = M H_3 \gamma - M H \gamma.$

Von der Gesammtarbeit des Ventilators muß unterschieden werden die Arbeit, welche die vom Ventilator herausgeschleuderte Luft bei ihrem unmittelbaren Austritte aus dem Flügelraume zu verrichten im Stande wäre, wenn dort etwa eine Kraftmaschine ihre lebendige Kraft aufnehmen würde. Diese Arbeit läßt sich dem Vorausgeschickten zufolge durch

[43] . . $e_2 = L\frac{h_2\gamma}{\delta} + \frac{L}{2g}U_2^2$

ausdrücken; es wäre jedoch gefehlt, diesen Ausdruck als jenen für den Nutzeffekt des Ventilators hinzustellen, weil darin der Zustand der Luft vor dem Eintritte in den Flügelraum, nämlich ihre Geschwindigkeit und Pressung gar nicht berücksichtigt würde. Noch irriger wäre es aber, den zweiten Theil des zweiten Gliedes [43] allein oder

$$\frac{L}{2g}U_2^2$$

als Ausdruck für den Nutzeffekt des Ventilators gelten lassen zu wollen, weil dabei die Pressung der herausgeschleuderten Luft ganz unberücksichtigt bliebe.

§. 43.

Geometrische Konstruktion des Einlaufes.

Bei der Entwicklung der allgemeinen Gleichungen für den Ventilator wurde vorausgesetzt, daß der Einlauf in der Art konstruirt sei, daß die Bewegung der Luft durch diesen Raum regelmäßig, d. i. ohne alle Wirbelbildung vor sich gehe, und daß weder die Geschwindigkeit noch die Pressung darin eine Aenderung erleiden. Welche Form zu diesem Behufe dem Einlaufe zu geben sei, soll hier näher untersucht werden.

Es sei (Fig. 29) $A A_1$ die Achse des Ventilators, $CB = R_0$ der Halbmesser der Saugöffnung, $EF = B$ die Breite der Flügel.

Die äußere Wand des Einlaufes, welche den Saughals BZB_1Z_1 mit der Seitenwand FQ des Flügelraumes verbindet, sei in der Art gekrümmt, daß der Vertikal-Durchschnitt dieser Wand einen Viertelkreis BF bildet, dessen Mittelpunkt in D liegt. Die Aufgabe geht nun dahin, einzelne Punkte der andern inneren Wand CE des Einlaufes zu bestimmen, durch welche der oben ausgesprochenen Bedingung vollkommen Genüge geleistet wird.

Zieht man von D eine beliebige Gerade DG, welche die Achse AA_1 in G schneidet, und denkt man sich über der Kreisfläche, deren Durchmesser DD_1 ist, einen Kegel konstruirt, welcher seine Spitze in G hat, so repräsentirt dasjenige Stück seiner Oberfläche, welches zwischen den, durch H und L zur Grundfläche parallel gelegten Kreisen liegt, die Querschnittsfläche der Luft im Einlaufe für den beliebigen Punkt H.

Soll die Luft beim Durchstreichen des Einlaufes, der Voraussetzung zufolge, stets eine gleiche Geschwindigkeit U_0 und Pressung P_0 beibehalten, so darf sich ihr Querschnitt nicht ändern; es müssen daher von allen Kegeln, welche man sich auf die Kreisfläche DD_1 als Grundfläche aufgestellt denkt, und welche in der Achse AA_1 des Ventilators ihre Spitzen haben, die von den Begrenzungsflächen BF und CE des Einlaufes abgeschnittenen ringförmigen Mantelflächen nicht bloß unter einander gleich sein, sondern auch mit dem Querschnitte $R_0^2\pi$ der Saugöffnung einen gleichen Flächeninhalt besitzen. Die Oberfläche O des gedachten Mantelstückes läßt sich aber durch die Differenz der Mantelflächen jener beiden ganzen Kegel ausdrücken, deren Grundflächen die Halbmesser

$$LJ = a$$
$$HK = b$$

entsprechen; es ist nämlich:

$$2a\pi \cdot \frac{LG}{2} - 2b\pi \cdot \frac{GH}{2} = R_0^2\pi \quad \text{oder}$$
$$a \cdot LG - b \cdot GH = R_0^2.$$

Setzt man die Gerade $DG = f$, und den von ihr mit DD_1 eingeschlossenen Winkel $GDD_1 = \psi$, ferner den Halbmesser $DL = DB = r$ und den Vektor $DH = \varrho$, so kann man auch schreiben:

$$a(f - r) - b(f - \varrho) = R_0^2,$$
$$af - ar - bf + b\varrho = R_0^2,$$
$$[44] \quad \ldots \quad (a - b)f - ar + b\varrho = R_0^2.$$

Es ist aber:

$$f = \frac{DC}{\cos\psi} = \frac{R_0 + r}{\cos\psi},$$

$$a = CM = CD - DM = R_0 + r - r\cos\psi,$$

$$b = CN = CD - DN = R_0 + r - \varrho\cos\psi \text{ und}$$

$$(a - b)f = (\varrho - r)\cos\psi \cdot \frac{R_0 + r}{\cos\psi} = (R_0 + r)(\varrho - r).$$

Diese Werthe in die obige Gleichung [44] substituirt, folgt:

$$(R_0 + r)(\varrho - r) - (R_0 + r)r + r^2\cos\psi + (R_0 + r)\varrho - \varrho^2\cos\psi = R_0^2$$

$$2(R_0 + r)(\varrho - r) + r^2\cos\psi - \varrho^2\cos\psi = R_0^2.$$

Da es sich nun darum handelt, für jeden beliebigen Punkt H der Krummen CE oder für jeden Winkel ψ die Länge des Radiusvektors ϱ zu bestimmen, so braucht man bloß die letztere Gleichung nach ϱ aufzulösen. Man erhält daher:

$$2(R_0 + r)\varrho - 2(R_0 + r)r + r^2\cos\psi - \varrho^2\cos\psi - R_0^2 = 0,$$

$$\varrho^2 - \frac{2(R_0 + r)}{\cos\psi}\varrho + \frac{2(R_0 + r)r + R_0^2}{\cos\psi} - r^2 = 0,$$

$$\varrho = \frac{R_0 + r}{\cos\psi} \pm \sqrt{\frac{(R_0 + r)^2}{\cos\psi^2} - \frac{2(R_0 + r)r + R_0^2}{\cos\psi} + r^2},$$

$$\varrho = \frac{R_0 + r \pm \sqrt{(R_0 + r)^2 - 2(R_0 + r)r\cos\psi - R_0^2\cos\psi + r^2\cos\psi^2}}{\cos\psi}.$$

Da ϱ stets kleiner sein muß als

$$\frac{R_0 + r}{\cos\psi} = f,$$

so folgt, daß im obigen Ausdrucke für ϱ nur das negative Zeichen beibehalten werden könne; man hat daher

$$[45] \quad \varrho = \frac{R_0 + r - \sqrt{(R_0 + r)^2 - 2(R_0 + r)r\cos\psi - R_0^2\cos\psi + r^2\cos\psi^2}}{\cos\psi}.$$

Weil $R_0 + r = CD$ dem innern Halbmesser R_1 des Flügelraumes gleich kommt, mithin

$$R_0 + r = R_1, \quad \text{also} \quad r = R_1 - R_0$$

gesetzt werden kann, so hat man auch:

$$[46] \quad \varrho = \frac{R_1 - \sqrt{R_1^2 - 2R_1(R_1 - R_0)\cos\psi - R_0^2\cos\psi + (R_1 - R_0)^2\cos\psi^2}}{\cos\psi}.$$

Aus den beiden Ausdrücken für ϱ entnimmt man, daß die Werthe der Vektoren ϱ von der Geschwindigkeit U_0 im Einlauf ganz unabhängig sind, und sich bloß nach der Größe der Halbmesser R_1 und R_0 richten.

Um beliebige Punkte von CE zu erhalten, wird man für ψ passende Werthe in [45] oder [46] substituiren, und sodann die für ϱ gefundenen Werthe von D aus auf den veränderlichen Schenkel des wirklich verzeichneten Winkels ψ auftragen.

Der Werth von $r = DB$ ist innerhalb gewisser Grenzen beliebig; wir wollen für zwei in der Ausübung anwendbarste Fälle die Gleichung für ϱ ermitteln.

Setzt man

1) $$r = R_0, \quad \text{also} \quad R_1 = 2R_0,$$

so übergeht für diesen speziellen Fall die Gleichung [46] in

$$\varrho = \frac{2R_0 - \sqrt{4R_0^2 - 4R_0^2\cos\psi - R_0^2\cos\psi + R_0^2\cos\psi^2}}{\cos\psi},$$

$$[47] \quad \varrho = \left(\frac{2 - \sqrt{4 - 5\cos\psi + \cos\psi^2}}{\cos\psi}\right) R_0.$$

Theilt man den rechten Winkel CDF z. B. in sechs gleiche Theile, und substituirt in [47] für ψ der Reihe nach

$$\frac{90}{6} = 15^0, \quad 2.\frac{90}{6} = 30^0, \quad 3.\frac{90}{6} = 45^0, \ldots$$

so findet man:

für	$\psi = 15^0$	den Werth	$\varrho = 1{\cdot}737\,R_0$,
„	$\psi = 30^0$	„ „	$\varrho = 1{\cdot}561\,R_0$,
„	$\psi = 45^0$	„ „	$\varrho = 1{\cdot}439\,R_0$,
„	$\psi = 60^0$	„ „	$\varrho = 1{\cdot}354\,R_0$,
„	$\psi = 75^0$	„ „	$\varrho = 1{\cdot}292\,R_0$,
„	$\psi = 90^0$	„ „	$\varrho = \%\,R_0 = 1{\cdot}25\,R_0$.

Um für den letzteren Fall den Werth von ϱ zu bestimmen, differenzirt man Zähler und Nenner des obigen trigonometrischen Faktors nach ψ, und es ist sodann für $\psi = 90^0$

$$\varrho = \frac{-\frac{1}{2}(5\sin\psi - 2\cos\psi\sin\psi)}{-\sin\psi\sqrt{4 - 5\cos\psi + \cos\psi^2}} R_0 = \frac{\frac{1}{2}(5 - 2\cos\psi)}{\sqrt{4 - 5\cos\psi + \cos\psi^2}} R_0$$
$$= \tfrac{1}{2}.5.R_0 = \tfrac{5}{4}R_0 = 1{\cdot}25\,R_0.$$

Dieses Resultat ergibt sich auch aus der Gleichung für die Breite des Flügelraumes, zu der man durch Gleichsetzung der beiden für M entwickelten Ausdrücke [2] und [3] gelangt; es ist nämlich

$$2R_1\pi B = R_0^2\pi, \quad \text{also}$$
$$B = \frac{R_0^2}{2R_1}.$$

Für $R_1 = 2R_0$ folgt $B = \frac{R_0^2}{4R_0} = \frac{1}{4}R_0$, daher

$$\varrho = R_0 + B = R_0 + \tfrac{1}{4}R_0 = 1{\cdot}25\,R_0, \text{ wie oben.}$$

Die in Figur 29 verzeichnete Kurve CE gibt ein anschauliches Bild des Einlaufes für den ersten angenommenen Fall, d. i.

für $r = R_0$ oder

$$R_1 = 2R_0,$$

da darin die Vektoren ganz nach obigen Resultaten aufgetragen sind.

Aus Gründen, die weiter unten erörtert werden, nimmt man in den meisten Fällen

2) $$r = 0 \quad \text{oder} \quad R_1 = R_0$$

an; unter dieser Voraussetzung erhält man aus [46]

$$\varrho = \frac{R_0 - \sqrt{R_0^2 - R_0^2 \cos\psi}}{\cos\psi},$$

$$[48] \quad \varrho = \left(\frac{1 - \sqrt{1 - \cos\psi}}{\cos\psi}\right) R_0.$$

Substituirt man auch hier für ψ nach einander die Werthe

15, 30, 45, 60, 75 Grade,

so findet man:

für $\psi = 15^0$ den Werth $\varrho = 0{\cdot}844\,R_0$,
„ $\psi = 30^0$ „ „ $\varrho = 0{\cdot}732\,R_0$,
„ $\psi = 45^0$ „ „ $\varrho = 0{\cdot}649\,R_0$,
„ $\psi = 60^0$ „ „ $\varrho = 0{\cdot}586\,R_0$,
„ $\psi = 75^0$ „ „ $\varrho = 0{\cdot}537\,R_0$,
„ $\psi = 90^0$ „ „ $\varrho = \frac{6}{8}R_0 = 0{\cdot}500\,R_0$.

Differenzirt man, um für $\psi = 90^0$ den bestimmten Werth von $\varrho = \frac{6}{8}$ zu ermitteln, in der Gleichung [48] den Zähler und Nenner besonders, so findet man

$$\frac{-\frac{1}{2}\cdot\sin\psi}{-\sin\psi\sqrt{1-\cos\psi}} = \frac{1}{2\sqrt{1-\cos\psi}}.$$

Für $\psi = 90^0$ wird letzterer Ausdruck $= \frac{1}{2}$, und man hat zur Ergänzung der obigen Reihe

für $\psi = 90^0$ den Werth $\varrho = 0{\cdot}50\,R_0$.

Es lassen sich demnach, sobald man für einen speziellen Fall R_0 gefunden hat, sogleich auch die Werthe von ϱ berechnen, wenn man R_0 mit den obigen Koeffizienten der Reihe nach multiplizirt. Die in der Figur 30 gezeichnete Kurve CE liefert eine anschauliche Vorstellung von der Gestalt des Einlaufes für diesen speziellen Fall, da

$$Dd_1 = 0{\cdot}84\,R_0,$$
$$Dd_2 = 0{\cdot}73\,R_0 \text{ u. s. w.}$$

abgeschnitten sind.

Die Kurve CE (Fig. 29 und 30) läßt sich in der Ausübung näherungsweise durch einen Kreisbogen ersetzen. Den Halbmesser

desselben findet man auf empirischem Wege

für den ersten Fall, d. i. für $R_1 = 2R_0$

[49] . . $r = 2{\cdot}150\,R_0$;

für den zweiten Fall, d. i. für $R_1 = R_0$

[50] . . $r = 0{\cdot}957\,R_0$.

Um den Mittelpunkt dieses Kreisbogens zu bestimmen, braucht man bloß aus C und E mit dem für jeden speziellen Fall berechneten Werthe von r Kreisbögen zu beschreiben, welche sich in dem gesuchten Mittelpunkte O durchschneiden. Der aus O mit r beschriebene Kreisbogen CE weicht nur wenig von der streng richtigen Einlaufkurve ab, indem die größte Differenz im ersteren Falle $0{\cdot}04\,R_0$, im zweiten Falle bloß $0{\cdot}02\,R_0$ gleich kommt.

Der sphäroidische Kegel, welcher die Begrenzungsfläche des Einlaufes bildet, läßt sich in der Ausübung entweder aus Holz herstellen, oder was besser ist, man gibt sogleich der gußeisernen Flügelnabe gegen die Einlaufseite die Form dieses Kegels.

Durch die nach der vorausgeschickten Anleitung konstruirte Einlaufskurve wird Regelmäßigkeit in die Bewegung der Luftfäden hineingebracht, indem dieselben auf ihrem Wege von der Sangöffnung zur inneren Peripherie des Flügelraumes sich allmälig in demselben Maße in die Breite ziehen, als sie der letzteren Peripherie näher kommen, und es ist daher zu empfehlen, den Einlauf nach der obigen Anleitung stets herzustellen.

§. 44.

Geometrische Konstruktion des Einlaufes nach einer anderen Methode.

Bei der Entwicklung der allgemeinen Formel [46] für die Fahrstrahlen der Einlaufskurve wurde vorausgesetzt, daß sich die Luftfäden in allen Punkten des Einlaufraumes mit gleicher Geschwindigkeit bewegen. Hieraus folgt, daß jene Luftfäden, welche längs des Kreisbogens BF (Fig. 29) ihren Weg nehmen, eine kürzere Zeit benöthigen, um die innere Peripherie des Flügelraumes, d. i. den Querschnitt EF zu erreichen, als jene, welche längs der längern Einlaufskurve CE fortschreiten. Es werden demnach die Luftfäden sich längs einander verschieben, was einen Effektverlust zur Folge hat, der um so größer ausfällt, je mehr die Längen der Wege BF und CE von einander abweichen, oder einen je kleineren Werth der Halbmesser $r = DB$

beſitzt. Dieſen Mangel in der Konſtruktion der Einlaufkurve kann man zum Theil dadurch ermäßigen, daß man bei der bezüglichen Unterſuchung nach der nachfolgenden zweiten Methode von der Bahn eines durch die Mitte des Einlaufes nach einer Kreislinie VT (Fig. 31) ſich bewegenden Lufttheilchens ausgeht, und die Länge der Stücke UH = UL ſucht, welche von jedem, durch einen beliebigen Punkt U der Kreisbahn gezogenen Halbmeſſer beiderſeits abgeſchnitten werden ſollen, um der Bedingung eines ſich ſtets gleichbleibenden ringförmigen koniſchen Querſchnittes zu entſprechen. Die Oberfläche eines jeden ſolchen Querſchnittes läßt ſich wieder durch die Differenz der Mantelflächen zweier Kegel ausdrücken, welche durch die Umdrehung der beiden Linien GH und GL um die Achſe AA_1 entſtehen; es iſt nämlich

$$2.LJ.\pi.\frac{LG}{2} - 2.HK.\pi.\frac{HG}{2} = R_0^2\pi \text{ oder}$$

$$LJ.LG - HK.HG = R_0^2.$$

Setzt man die, den beiden Einlaufkurven CE und BF angehörigen Leitſtrahlen

$$DL = \varrho \text{ und } DH = \varrho_1,$$

ſo findet man der Reihe nach:

$$LJ = MC = CD - MD = R_1 - \varrho\cos\psi,$$

$$LG = \frac{LJ}{\cos\psi} = \frac{R_1 - \varrho\cos\psi}{\cos\psi} = \frac{R_1}{\cos\psi} - \varrho,$$

$$HK = NC = CD - ND = R_1 - \varrho_1\cos\psi,$$

$$HG = \frac{HK}{\cos\psi} = \frac{R_1 - \varrho_1\cos\psi}{\cos\psi} = \frac{R_1}{\cos\psi} - \varrho_1.$$

Subſtituirt man dieſe vier Werthe in die obige Gleichung, ſo ergibt ſich:

$$(R_1 - \varrho\cos\psi)\left(\frac{R_1}{\cos\psi} - \varrho\right) - (R_1 - \varrho_1\cos\psi)\left(\frac{R_1}{\cos\psi} - \varrho_1\right) = R_0^2,$$

und nach erfolgter Multiplikation:

$$\frac{R_1^2}{\cos\psi} - R_1\varrho - R_1\varrho + \varrho^2\cos\psi - \frac{R_1^2}{\cos\psi} + R_1\varrho_1 + R_1\varrho_1 - \varrho_1^2\cos\psi = R_0^2,$$

$$2R_1(\varrho_1 - \varrho) - (\varrho_1^2 - \varrho^2)\cos\psi = R_0^2,$$

$$2R_1(\varrho_1 - \varrho) - (\varrho_1 + \varrho)(\varrho_1 - \varrho)\cos\psi = R_0^2.$$

Es iſt aber vermöge der Figur

$$\varrho_1 = DU + UH \text{ und}$$

$$\varrho = DU - UL,$$

daher wegen UH = UL

$$\varrho_1 + \varrho = 2DU = 2DV = 2(CD - CV) = 2\left(R_1 - \frac{R_0}{2}\right) = 2R_1 - R_0.$$

Dieſer Werth, in die obige Gleichung eingeführt, gibt:

$$2R_1(\varrho_1 - \varrho) - (2R_1 - R_0)(\varrho_1 - \varrho)\cos\psi = R_0^2,$$

$$\varrho_1 - \varrho = \frac{R_0^2}{2R_1 - (2R_1 - R_0)\cos\psi}.$$

Wegen $UH = UL = \frac{1}{2}(\varrho_1 - \varrho)$ ergibt ſich endlich:

[51] . . $$UH = UL = \frac{R_0^2}{\frac{1}{2}R_1 - 2(2R_1 - R_0)\cos\psi}.$$

Wählt man wie früher

1) $$R_1 = 2R_0,$$

ſo findet man für dieſen Fall

[52] $$UH = UL = \frac{1}{2}(\varrho_1 - \varrho) = \frac{R_0^2}{8R_0 - 2(4R_0 - R_0)\cos\psi} = \frac{R_0}{8 - 6\cos\psi}.$$

Man erhält daher der Reihe nach:

für $\psi = 0°$ $\frac{1}{2}(\varrho_1 - \varrho) = 0{\cdot}500\,R_0$,
„ $\psi = 15°$ „ $= 0{\cdot}454\,R_0$,
„ $\psi = 30°$ „ $= 0{\cdot}357\,R_0$,
„ $\psi = 45°$ „ $= 0{\cdot}266\,R_0$,
„ $\psi = 60°$ „ $= 0{\cdot}200\,R_0$,
„ $\psi = 75°$ „ $= 0{\cdot}155\,R_0$,
„ $\psi = 90°$ „ $= 0{\cdot}125\,R_0$.

Um die beiden Einlaufkurven zu verzeichnen, wird man mit einem Halbmeſſer

[53] $$r = DV = DC - VC = R_1 - \frac{R_0}{2} = 2R_0 - \frac{R_0}{2} = \frac{3}{2}R_0$$

einen Viertelkreis VT beſchreiben, denſelben in ſechs Theile theilen, und von den, durch dieſe Theilpunkte gezogenen Halbmeſſern beiderſeits die oben berechneten Stücke $= \frac{1}{2}(\varrho_1 - \varrho)$ abſchneiden. Die Figur 31 ſtellt die auf dieſe Weiſe erhaltenen Kurven anſchaulich dar.

Wählt man aber

2) $$R = R_0,$$ ſo iſt der Halbmeſſer

[54] . . $$r = R_0 - \frac{R_0}{2} = \frac{1}{2}R_0$$ und

[55] . . $$\frac{1}{2}(\varrho_1 - \varrho) = \frac{R_0}{4 - 2\cos\psi}.$$

Man erhält alſo:

für $\psi = 0°$ $\frac{1}{2}(\varrho_1 - \varrho) = 0{\cdot}500\,R_0$,
„ $\psi = 15°$ „ $= 0{\cdot}483\,R_0$,
„ $\psi = 30°$ „ $= 0{\cdot}441\,R_0$,
„ $\psi = 45°$ „ $= 0{\cdot}387\,R_0$,
„ $\psi = 60°$ „ $= 0{\cdot}333\,R_0$,
„ $\psi = 75°$ „ $= 0{\cdot}287\,R_0$,
„ $\psi = 90°$ „ $= 0{\cdot}250\,R_0$.

In Figur 32 sind die beiden Einlaufkurven für diesen Fall verzeichnet.

In der Ausübung kann man auch statt diesen Einlaufkurven näherungsweise Kreisbögen substituiren, deren Halbmesser für die beiden betrachteten Fälle nachfolgende Werthe besitzen:

für $R_1 = 2R_0$ (Fig. 31) ist

$$r_1 = 1{\cdot}920\,R_0 \quad \text{und} \quad r = 1{\cdot}085\,R_0,$$

für $R_1 = R_0$ (Fig. 32) ist

$$r_1 = 0{\cdot}840\,R_0 \quad \text{und} \quad r = 0{\cdot}133\,R_0.$$

Mit diesen Halbmessern beschreibt man aus C und E und beziehungsweise aus B und F Kreisbögen, deren Durchschnittspunkte sodann die Mittelpunkte der betreffenden Kreisbögen liefern, welche mit der Einlaufkurve nahe zusammenfallen. Für den ersten Fall ist nämlich die größte Differenz höchstens $0{\cdot}060\,R_0$, für den zweiten Fall nur $0{\cdot}012\,R_0$.

Wie man aus den Figuren 31 und 32 im Vergleich mit Fig. 29 und 30 ersehen kann, ist die Differenz der Weglängen

$$CE - BF$$

bei der Konstruktion des Einlaufes nach der zweiten Methode kleiner, als nach der ersteren; die Verzeichnung der Einlaufkurve dagegen ist nach der zweiten Methode etwas weniger einfach als nach der ersten.

§. 45.

Geometrische Konstruktion des Auslaufes beim geschlossenen Ventilator. Form des Blasehalses.

Bezüglich des Auslaufraumes bei einem geschlossenen Ventilator wurde die Bedingung festgestellt, daß die Luft auf ihrem ganzen Wege durch den spiralförmigen Theil desselben bis zum Blasehalse, also innerhalb des Mantels, weder ihre Geschwindigkeit U_2 noch ihre Pressung P_2 ändern solle.

Um dieser Bedingung zu entsprechen, müssen innerhalb des Mantelraumes die krummen Bahnen der Luftfäden gleichlaufend sein, d. h. die Luft muß sich gewissermaßen in Kanälen von gleicher Weite bewegen, und es bildet sodann die äußerste spiralförmige Begrenzungsfläche des Auslaufraumes oder der Mantel die Wand des äußersten dieser Kanäle.

In Figur 33 ist ein Theil dieser Kanäle im Querschnitte angedeutet.

Dieſer Werth, in die obige Gleichung eingeführt, gibt:

$$2R_1(\varrho_1 - \varrho) - (2R_1 - R_0)(\varrho_1 - \varrho)\cos\psi = R_0^2,$$

$$\varrho_1 - \varrho = \frac{R_0^2}{2R_1 - (2R_1 - R_0)\cos\psi}.$$

Wegen $UH = UL = \frac{1}{2}(\varrho_1 - \varrho)$ ergibt ſich endlich:

[51] . . $$UH = UL = \frac{R_0^2}{4R_1 - 2(2R_1 - R_0)\cos\psi}.$$

Wählt man wie früher

1) $$R_1 = 2R_0,$$

ſo findet man für dieſen Fall

[52] $$UH = UL = \frac{1}{2}(\varrho_1 - \varrho) = \frac{R_0^2}{8R_0 - 2(4R_0 - R_0)\cos\psi} = \frac{R_0}{8 - 6\cos\psi}.$$

Man erhält daher der Reihe nach:

für $\psi = 0^0$ $\frac{1}{2}(\varrho_1 - \varrho) = 0{\cdot}500\,R_0$,
„ $\psi = 15^0$ „ $= 0{\cdot}454\,R_0$,
„ $\psi = 30^0$ „ $= 0{\cdot}357\,R_0$,
„ $\psi = 45^0$ „ $= 0{\cdot}266\,R_0$,
„ $\psi = 60^0$ „ $= 0{\cdot}200\,R_0$,
„ $\psi = 75^0$ „ $= 0{\cdot}155\,R_0$,
„ $\psi = 90^0$ „ $= 0{\cdot}125\,R_0$.

Um die beiden Einlaufkurven zu verzeichnen, wird man mit einem Halbmeſſer

[53] $$r = DV = DC - VC = R_1 - \frac{R_0}{2} = 2R_0 - \frac{R_0}{2} = \frac{3}{2}R_0$$

einen Viertelkreis VT beſchreiben, denſelben in ſechs Theile theilen, und von den, durch dieſe Theilpunkte gezogenen Halbmeſſern beiderſeits die oben berechneten Stücke $= \frac{1}{2}(\varrho_1 - \varrho)$ abſchneiden. Die Figur 31 ſtellt die auf dieſe Weiſe erhaltenen Kurven anſchaulich dar.

Wählt man aber

2) $$R = R_0,$$ ſo iſt der Halbmeſſer

[54] . . $$r = R_0 - \frac{R_0}{2} = \frac{1}{2}R_0$$ und

[55] . . $$\frac{1}{2}(\varrho_1 - \varrho) = \frac{R_0}{4 - 2\cos\psi}.$$

Man erhält alſo:

für $\psi = 0^0$ $\frac{1}{2}(\varrho_1 - \varrho) = 0{\cdot}500\,R_0$,
„ $\psi = 15^0$ „ $= 0{\cdot}483\,R_0$,
„ $\psi = 30^0$ „ $= 0{\cdot}441\,R_0$,
„ $\psi = 45^0$ „ $= 0{\cdot}387\,R_0$,
„ $\psi = 60^0$ „ $= 0{\cdot}333\,R_0$,
„ $\psi = 75^0$ „ $= 0{\cdot}287\,R_0$,
„ $\psi = 90^0$ „ $= 0{\cdot}250\,R_0$.

Nun folgt aus dem rechtwinkligen Dreiecke BDG

$$BD = \frac{BG}{\cos\psi} = \frac{J_2}{\cos\psi}.$$

Man aber BE sehr nahe = BD setzen kann, so ist auch daher

$$\operatorname{tang}\psi = \frac{J_2}{2R_2\pi\cos\psi}, \text{ oder wegen}$$

$$\operatorname{tang}\psi = \frac{\sin\psi}{\cos\psi}$$

$$\sin\psi = \frac{J_2}{2R_2\pi}.$$

Den Ventilator ohne Unterschied der Flügel-

$$J_2 = \frac{M}{BU_2},$$

$$\frac{M}{B} = 2R_1U_0\pi, \text{ daher}$$

$$J_2 = \frac{2R_1U_0\pi}{U_2}, \text{ also}$$

$$\sin\psi = \frac{2R_1U_0\pi}{2R_2U_2\pi} = \frac{R_1}{R_2}\cdot\frac{U_0}{U_2}.$$

---

sprunge der Spiralen führenden Fahrstrahl CB bildet, mit ω, endlich das Stück BE mit S, so ist vermöge der Entstehung der Spirale

$$\frac{R_2\omega}{2R_2\pi} = \frac{z - R_2}{S}.$$

Hieraus folgt die Polargleichung der Spirale

$$z = \frac{S}{2\pi}\omega + R_2.$$

Denkt man sich durch den in Betracht genommenen Punkt m eine Tangente zur Spirale, und eine zweite zu dem durch diesen Punkt beschriebenen Kreise gezogen, so hat man für den Winkel τ, den diese beiden Tangenten mit einander einschließen:

$$\operatorname{tang}\tau = \frac{dz}{z\,d\omega} = \frac{1}{z}\cdot\frac{dz}{d\omega}.$$

Substituirt man darin den obigen Werth für z, und den daraus sich ergebenden ersten Differenzialquotienten $\frac{dz}{d\omega} = \frac{S}{2\pi}$, so erhält man

$$\operatorname{tang}\tau = \frac{1}{\frac{S}{2\pi}\omega + R_2}\cdot\frac{S}{2\pi} = \frac{S}{S\omega + 2R_2\pi}.$$

Für $\omega = 0$, d. i. für den Punkt B ergibt sich

$$\operatorname{tang}\psi = \frac{S}{2R_2\pi} = \frac{BE}{2R_2\pi}, \text{ wie oben.}$$

Zieht man durch die beliebigen Punkte d_1, d_2, d_3, . . . Normalen auf die Mantelkurve $B d_1 d_2 d_3 \ldots$, welche die äußere Peripherie des Flügelraumes in den Punkten $a_1 a_2 a_3 \ldots$ treffen, so folgt aus der Natur der Sache, daß dieſe Normalen in demſelben Verhältniſſe an Länge zunehmen müſſen, als die zugehörigen Bögen $B a_1$ $B a_2$ $B a_3$ . . ., oder es iſt:

$$d_1 a_1 : d_2 a_2 : d_3 a_3 \ldots = B a_1 : B a_2 : B a_3 \ldots$$

Da aber die radialen Stücke $a_1 b_1$, $a_2 b_2$, $a_3 b_3$, . . . der durch $a_1 a_2 a_3$ gehenden Fahrſtrahlen ſehr wenig in der Größe von den gedachten Normalen $d_1 a_1$, $d_2 a_2$, $d_3 a_3$, . . . abweichen, ſo kann man dieſelben in die obige Proportion ſubſtituiren, um ſo mehr als die Differenzen mit ihren Größen gleichzeitig zunehmen; es muß alſo auch ſich verhalten:

$$a_1 b_1 : a_2 b_2 : a_3 b_3 \ldots = B a_1 : B a_2 : B a_3 \ldots$$

Letztere Proportion drückt aber die weſentliche Eigenſchaft einer linearen Spirale aus; man wird alſo, um der Eingangs angeführten Bedingung zu entſprechen, der Außenfläche des Einlaufraumes oder dem Mantel die Form einer linearen (archimediſchen) Spirale geben müſſen, deren Urſprung oder Ausgangspunkt B möglichſt nahe an die äußere Peripherie des Flügelraumes ſich anſchließen ſoll, wie dieß die Figur 33 erſichtlich macht.

Dieſer Ausgangspunkt B bildet ſodann den Anfang und beziehungsweiſe das Ende des Auslaufraumes, und iſt zugleich der Anfang des Blaſehalſes.

In Bezug auf die relative Stellung der zuſammengehörigen Lufttheilchen mag noch bemerkt werden, daß diejenigen derſelben, welche ſich in einem gewiſſen Augenblicke z. B. gerade in der Normalen $d_2 a_2$ befinden, nicht mehr gleichzeitig in der Normalen $d_3 a_3$ eintreffen werden, ſondern daß die nämlichen Lufttheilchen etwa in der Kurve $d_3 f$ gleichzeitig ſich anreihen, vorausgeſetzt, daß die zwiſchen $d_2 a_2$ und $d_3 f$ liegenden Kanal- oder Bahnenſtücke einander gleich abgeſchnitten wurden.

Zieht man durch den Anfangspunkt B der Spirale zu ihr eine Tangente BT, ſo bildet dieſe mit der Kreistangente Bt desſelben Punktes B einen Winkel $TBt = \psi$, deſſen Tangente bekanntlich

$$\text{tang}\,\psi = \frac{BE}{2R_1\pi} \quad \text{iſt *).}$$

*) Bezeichnet man den zu einem beliebigen Punkte m der Spirale gezogenen Fahrſtrahl mit z, dann den Winkelbogen, welchen derſelbe mit dem zum Ur-

Nun folgt aus dem rechtwinkligen Dreiecke BDG

$$BD = \frac{BG}{\cos\psi} = \frac{J_2}{\cos\psi}.$$

Da man aber BE sehr nahe = BD setzen kann, so ist auch $BE = \frac{J_2}{\cos\psi}$, daher

$$\text{tang}\,\psi = \frac{J_2}{2R_2\pi\cos\psi}, \text{ oder wegen}$$

$$\text{tang}\,\psi = \frac{\sin\psi}{\cos\psi}$$

$$[56] \quad \sin\psi = \frac{J_2}{2R_2\pi}.$$

Es ist aber für jeden Ventilator ohne Unterschied der Flügelform nach [34]

$$J_2 = \frac{M}{BU_2},$$

und vermöge [3]

$$\frac{M}{B} = 2R_1 U_0 \pi, \text{ daher}$$

$$J_2 = \frac{2R_1 U_0 \pi}{U_2}, \text{ also}$$

$$\sin\psi = \frac{2R_1 U_0 \pi}{2R_2 U_2 \pi} = \frac{R_1}{R_2}\cdot\frac{U_0}{U_2}.$$

---

sprunge der Spiralen führenden Fahrstrahl CB bildet, mit ω, endlich das Stück BE mit S, so ist vermöge der Entstehung der Spirale

$$\frac{R_2\omega}{2R_2\pi} = \frac{z - R_2}{S}.$$

Hieraus folgt die Polargleichung der Spirale

$$z = \frac{S}{2\pi}\omega + R_2.$$

Denkt man sich durch den in Betracht genommenen Punkt m eine Tangente zur Spirale, und eine zweite zu dem durch diesen Punkt beschriebenen Kreise gezogen, so hat man für den Winkel τ, den diese beiden Tangenten mit einander einschließen:

$$\text{tang}\,\tau = \frac{dz}{z\,d\omega} = \frac{1}{z}\cdot\frac{dz}{d\omega}.$$

Substituirt man darin den obigen Werth für z, und den daraus sich ergebenden ersten Differenzialquotienten $\frac{dz}{d\omega} = \frac{S}{2\pi}$, so erhält man

$$\text{tang}\,\tau = \frac{1}{\frac{S}{2\pi}\omega + R_2}\cdot\frac{S}{2\pi} = \frac{S}{S\omega + 2R_2\pi}.$$

Für $\omega = 0$, d. i. für den Punkt B ergibt sich

$$\text{tang}\,\psi = \frac{S}{2R_2\pi} = \frac{BE}{2R_2\pi}, \text{ wie oben.}$$

Die Größe des Winkels ψ ist daher abhängig von den beiden Verhältnißzahlen $\frac{R_1}{R_2}$ und $\frac{U_0}{U_2}$. Da aber für den Winkel φ_2, welchen die aus dem Flügelraume austretenden Luftfäden mit der Kreistangente einschließen, nach [21] dieselbe Gleichung

$$\sin \varphi_2 = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{U_0}{U_2}$$

gefunden wurde, so folgt

[57] . . $\psi = \varphi_2$,

d. i. die Luftfäden treten unter demselben Winkel aus dem Flügelraume, den die Spirale mit der Kreistangente an ihrem Ursprunge bei B einschließt.

Da die Schenkel des Winkels $\psi = TBt$ auf jene des Centriwinkels DCL senkrecht stehen, so ist:

$$DCL = TBt = \psi = \varphi_2.$$

Um daher den Ursprungspunkt B der Spirale zu erhalten, braucht man bloß über CL in C den aus [56] zu berechnenden Winkel ψ zu verzeichnen, was sich am einfachsten dadurch ausführen läßt, daß man die diesem Winkel für den Halbmesser R_2 entsprechende Kathete $AB = i$ aufträgt. Es ist aber

$$i = AB = R_2 \sin \psi,$$

und mit Benützung des Werthes für $\sin \psi$ aus [56]

[58] . . $i = \frac{J_2}{2\pi} = 0{\cdot}159\, J_2$.

Um eine beliebige Anzahl Punkte der Auslaufkurve zu bestimmen, muß man vorher die Länge des Stückes BE, d. i. des letzten Fahrstrahles oder das Ansteigen S der Spirale kennen. Zu diesem Ende zieht man durch B zu CL eine Parallele FG, schneidet $BG = J_2$ [34] ab, und beschreibt aus dem Fußpunkte F der Senkrechten CF mit FG den Kreisbogen GE, wodurch der Punkt E bestimmt ist; denn GF ist eine Normale der Spirale, und sehr nahe gleich dem Krümmungshalbmesser in G. Man würde übrigens einen kaum merklichen Fehler begehen, wenn man, um den Punkt E zu finden, $BE = BG = J_2$ aufträgt.

Nun theilt man BE und zugleich die Peripherie des Kreises $B a_2 a_4 a_6$ von B aus in eine gleiche Anzahl gleicher Theile, also hier z. B. in acht Theile, und schneidet der Reihe nach

$$a_1 b_1 = B e_1 = \tfrac{1}{8} BE,$$
$$a_2 b_2 = B e_2 = \tfrac{2}{8} BE,$$
$$a_3 b_3 = B e_3 = \tfrac{3}{8} BE \text{ u. s. w. ab,}$$

so sind $b_1\ b_2\ b_3 \ldots$ die gesuchten Punkte der Spirale.

Man kann den Mantel eines Ventilators auch mit 2, 3 ꝛc. Auslaufen versehen, welche man gleichförmig um deſſen Peripherie vertheilt. Dann iſt die Höhe eines ſolchen Auslaufhalſes $= \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots$ von J_2, und man hat es dann mit gleichen Stücken derſelben Spirale zu thun, deren Konſtruktion ſo eben gezeigt wurde.

Auch die Spirale läßt ſich annähernd durch Kreisbögen, und zwar auf folgende Weiſe konſtruiren:

Nachdem man auf dieſelbe Art, wie oben gezeigt wurde, den Anfangspunkt B der Spirale Figur 34 beſtimmt hat, trägt man von C aus auf die vier ſenkrecht aufeinander ſtehenden Halbmeſſer die Stücke

$$Cm_1 = Cm_2 = Cm_3 = Cm_4 = \tfrac{1}{8} BG = \tfrac{1}{8} J_2$$

auf, und beſchreibt aus den vier Endpunkten des erhaltenen Quadrates $a_1\, a_2\, a_3\, a_4$ mit dem Halbmeſſer $a_1\, b_1$, $a_2\, b_2$, $a_3\, b_3$, $a_4\, b_4$ die Kreisbögen $B\, b_2$, $b_2\, b_3$, $b_3\, b_4$, $b_4\, G$, von denen je zwei an ihrem gemeinſchaftlichen Zuſammentreffungspunkte, dieſer Konſtruktion zufolge, dieſelbe Tangente haben. Dabei wird

$$BG = 4\, a_1\, a_2 = 4 . \tfrac{1}{4} J_2 = J_2 .$$

Was nun den Blaſehals anbelangt, welcher ſich einerſeits an den Auslaufraum anſchließt, und andererſeits in die Windleitung mündet, ſo ergibt ſich deſſen Konſtruktion aus ſeiner Beſtimmung: den Uebergang der mit der Geſchwindigkeit U_2 und der Preſſung P_2 darin ankommenden Luft auf die Geſchwindigkeit U_3 und Preſſung P_3 ohne Effektverluſt zu vermitteln.

Dieſes wird nach §. 14 einfach dadurch erreicht, daß die äußerſten Querſchnitte des Blaſehalſes allmälig in einander übergehen, daß alſo ſeine Seitenwände eine pyramidale Geſtalt erhalten. Bei dem rechteckigen Querſchnitte des Auslaufhalſes wird dieſer Anforderung entſprochen, entweder wenn alle vier Wände ſich allmälig erweitern oder verengen, oder aber wenn dieß bloß bei zwei einander gegenüberſtehenden Wänden geſchieht.

Soll die Windleitung, in welche der Auslaufhals einmündet, einen kreisförmigen Querſchnitt erhalten, ſo muß man den rechteckigen Querſchnitt des Auslaufhalſes an ſeiner Einmündung allmälig in einen kreisförmigen übergehen laſſen.

§. 46.

Ableitung der allgemeinen Formeln für die Anzahl der Umgänge in einer Minute und für den äußeren Halbmesser.

Aus den Grundgleichungen der vorhergehenden Paragraphe lassen sich nun durch deren Kombination die Formeln ableiten, mittelst welcher die Hauptverhältnisse bei einem jeden Ventilator berechnet werden können, sobald die als bekannt vorausgesetzten Größen

$$h,\ U,\ h_2,\ U_2 \text{ und } M$$

für einen bestimmten Fall gegeben sind.

Bevor zu der Entwicklung dieser Formeln geschritten wird, ist es noch erforderlich, die Werthe einiger, in den allgemeinen Gleichungen vorkommenden Größen früher festzustellen, welche ihrer Natur nach keinen Gegenstand einer Berechnung bilden können, sondern in gewisser Beziehung willkürlich sind.

Hiezu gehören:

1. Die Geschwindigkeit U_0 im Halse der Saugöffnung und im Einlaufe; diese ist nichts anderes, als eine Röhrengeschwindigkeit, und soll nach den bei Gebläsewindleitungen gemachten Erfahrungen 10^m bis 20^m betragen, weil sonst bei kleineren Werthen die Dimensionen der Saugöffnung unnöthiger Weise vergrößert, bei größeren Werthen dagegen die Reibungswiderstände bedeutend erhöht würden. In demselben Maße, als man U_0 größer annimmt, wird die zugehörige Pressung P_0 oder Manometerhöhe h_0 kleiner ausfallen, um dieselbe effektive Manometerhöhe

$$h_0 + h_0 = H_0 = H$$

herzustellen. Wir wollen bei den nachstehenden Untersuchungen stets

$$[59] \quad . \quad . \quad U_0 = 10^m$$

setzen.

2. Der innere Halbmesser R_1 des Flügelraumes; derselbe kann nicht kleiner als R_0 sein, weil sonst die Flügel in den Einlaufraum hineinreichen, und die angestrebte Regelmäßigkeit bei dem Uebertritte der Luft aus dem Einlauf- in den Flügelraum stören würden. R_1 muß also größer sein als R_0; da jedoch mit R_1 auch der äußere Halbmesser R_2 zunimmt, und da es daran liegt, letzteren möglichst klein zu halten, um zu große Dimensionen beim Flügelrade zu vermeiden, so folgt, daß der innere Halbmesser R_1 den Werth von R_0 nicht viel überschreiten solle. Letzteres geht auch schon aus dem Um-

ſtande hervor, daß die Differenz $R_2 - R_1$, theoretiſch genommen, ſo groß als möglich zu halten ſei, um die Aenderung der Geſchwindigkeit von U_1 auf U_2 nicht innerhalb eines zu engen Raumes eintreten zu laſſen, weil ſonſt der Uebergang nicht allmälig genug wäre. Um alſo dieſer Differenz $R_2 - R_1$ einen möglichſt großen Werth zu geben, ohne R_2 übermäßig zu vergrößern, wird man mit R_1 ſo viel, als zuläſſig iſt, herabgehen müſſen. Der kleinſte Werth, welchen R_1 annehmen kann, iſt aber

$$R_1 = R_0.$$

Bei dieſer Größe von R_1 werden nur die unmittelbar bei D (Fig. 30) eintretenden Theilchen eine plötzliche Ablenkung in ihrer Richtung erleiden, die übrigen dagegen in Kurven ſich bewegen. In ſolchen Fällen jedoch, in denen es zuläſſig iſt, den Werth R_1 größer als R_0 zu halten, kann man $R_1 = 2R_0$ ſetzen, dann erhält der Einlauf die in Fig. 29 oder 31 dargeſtellte Form. Wir wollen jedoch in den nachſtehenden Betrachtungen

$$[60] \quad . \; . \quad R_1 = R_0$$

annehmen.

3. Der Winkel α_2, um welchen die Flügeltangente an der äußeren Peripherie vom Halbmeſſer abweicht. Wie aus der Gleichung [29] gegenüber von [28] gefolgert wurde, ſo wird unter übrigens gleichen Umſtänden die Preſſung der Luft bei ihrem Durchgange durch den Flügelraum um ſo mehr geſteigert, je kleiner man α_2 annimmt; dieſem zufolge wird man

$$[61] \quad . \; . \quad \alpha_2 = 0$$

ſetzen.

Wollte man dem Winkel α_2 einen unter 0 liegenden, alſo negativen Werth beilegen, ſo würde die Geſchwindigkeit U_2 vermöge [19] noch mehr wachſen; dieß wird aber bei keinem Ventilator angeſtrebt, weil durch die Steigerung der Geſchwindigkeit allein der Effekt der Luft nicht zunimmt, wenn damit gleichzeitig eine Verdünnung derſelben in Verbindung ſteht.

Zu einem Ausdrucke für die Peripheriegeſchwindigkeit v_2 gelangt man, wenn man die Gleichungen [1], [10], [26] und [31] ſummirt, und dabei für α_2 in den letztern zwei Gleichungen den obigen Werth [61] ſogleich ſubſtituirt; man hat alſo:

[62] . . $h_0 - h = \frac{\delta}{2g\gamma}[U^2 - U_0^2]$ . . . . . [1].

[63] . . $h_1 - h_0 = 0$ . . . . . [10],

[64] . . $h_2 - h_1 = \frac{\delta}{2g\gamma}\left[(1-m^2)\,v_2^2 + \left(\frac{1}{\cos\alpha_1^2} - m^2\right)U_0^2\right]$. [26],

[65] . . $h_3 - h_2 = \frac{\delta}{2g\gamma}[m^2 U_0^2 + v_2^2 - U_3^2]$ . . . . . [31].

$$h_3 - h = \frac{\delta}{2g\gamma}\left[U^2 + \left(\frac{1}{\cos\alpha_1^2} - 1\right)U_0^2 + (2-m^2)\,v_2^2 - U_3^2\right].$$

Es ist aber

[66] . . $\frac{1}{\cos\alpha_1^2} - 1 = \frac{1-\cos\alpha_1^2}{\cos\alpha_1^2} = \frac{\sin\alpha_1^2}{\cos\alpha_1^2} = \operatorname{tang}\alpha_1^2$,

und da man vermöge [14]

[67] . . $\operatorname{tang}\alpha_1 = \frac{v_1}{U_0} = \frac{R_1}{R_2}\cdot\frac{v_2}{U_0} = \frac{m\,v_2}{U_0}$

setzen kann, so folgt

$$\frac{1}{\cos\alpha_1^2} - 1 = \frac{m^2 v_2^2}{U_0^2}, \text{ daher}$$

$$h_3 - h = \frac{\delta}{2g\gamma}[U^2 + m^2 v_2^2 + (2-m^2)\,v_2^2 - U_3^2],$$

[68] . . $h_3 - h = \frac{\delta}{2g\gamma}(U^2 + 2\,v_2^2 - U_3^2)$,

$$\frac{\delta\,v_2^2}{g\gamma} = h_3 + \frac{\delta}{2g\gamma}U_3^2 - \left(h + \frac{\delta}{2g\gamma}U^2\right),$$

$$\frac{\delta\,v_2^2}{g\gamma} = h_3 + \mathfrak{h}_3 - (h + \mathfrak{h}) = H_3 - H,$$

[69] . . $v_2^2 = \frac{g\gamma}{\delta}(H_3 - H)$.

In letzterer Formel ist der Werth der Umfangsgeschwindigkeit v_2 durch lauter bekannte Größen ausgedrückt.

Führt man statt v_2 die Zahl n der Umgänge des Flügelrades in einer Minute und den äußern Halbmesser R_2 in die Rechnung ein, setzt also

[70] . . $v_2 = \frac{n \cdot 2R_2\pi}{60} = 0{\cdot}1047\,n\,R_2$, mithin

[71] . . $v_2^2 = 0{\cdot}011\,n^2 R_2^2$, so folgt

[72] . . $0{\cdot}011\,n^2 R_2^2 = \frac{g\gamma}{\delta}(H_3 - H)$

oder

[73] . . $n = \frac{1}{R_2}\sqrt{\frac{g\gamma}{0{\cdot}011\,\delta}(H_3 - H)}$.

Setzt man in dieser Formel $g = 9{\cdot}81$, $\gamma = 1000$ und $\delta = 1{\cdot}25$, so ergibt sich:

[74] . . $n = \frac{845}{R_2}\sqrt{H_3 - H}$.

Die Zahl n der Umgänge des Flügelrades in einer Minute ist der vorstehenden Formel gemäß bloß von H_3 und H, oder beziehentlich von den gegebenen Größen h_3, U_3, h, U, und überdieß von dem äußern Halbmesser R_2 des Flügelrades abhängig, und da letzterer nicht bekannt ist, so hat man es mit einer unbestimmten Gleichung zu thun, der unzählige Kombinationen von n und R_2 Genüge leisten, wie dieß auch in der Natur der Sache gelegen ist, und keineswegs als eine Unzulänglichkeit der Theorie angesehen werden kann. Je größer man R_2 annimmt, desto kleiner wird n ausfallen. Die Wind- oder Luftmenge M hat auf beide Größen gar keinen Einfluß, wohl aber die Differenz der effektiven Manometerhöhen $H_3 - H$; letztere ist es insbesondere, nach welcher die Werthe von n und R_2 sich wesentlich richten.

Läßt man die Flügel an der äußern Peripherie nicht radial auslaufen, und setzt man also nicht, wie dieß in [61] als zweckentsprechend anerkannt wurde, $\alpha_2 = 0$, sondern gibt man den Flügeln eine Neigung nach rückwärts, so erhält man behufs der Bestimmung der Peripheriegeschwindigkeit v_2 durch Addition der vier Gleichungen:

$$h_0 - h = \frac{\delta}{2g\gamma}[U^2 - U_0^2] \quad \ldots \quad [1],$$

$$h_1 - h_0 = 0 \quad \ldots \quad [10],$$

$$h_2 - h_1 = \frac{\delta}{2g\gamma}\left[(1 - m^2)\, v_2^2 + \left(\frac{1}{\cos\alpha_1^2} - \frac{m^2}{\cos\alpha_2^2}\right) U_0^2\right] \quad \ldots \quad [26],$$

$$h_3 - h_2 = \frac{\delta}{2g\gamma}[m^2 U_0^2 + v_2^2 - 2m\, v_2\, U_0\, \mathrm{tg}\,\alpha_2 + m^2 U_0^2\, \mathrm{tg}\,\alpha_2^2 - U_3^2] \quad \ldots \quad [31],$$

$$h_3 - h = \frac{\delta}{2g\gamma}\left[U^2 + \left(\frac{1}{\cos\alpha_1^2} - 1 - \frac{m^2}{\cos\alpha_2^2} + m^2 - 2m\frac{v_2}{U_0}\mathrm{tg}\,\alpha_2 + m^2\,\mathrm{tg}\,\alpha_2^2\right) U_0^2 - U_3^2 + (2 - m^2)\, v_2^2\right].$$

Es ist aber wie oben: $\quad \frac{1}{\cos\alpha_1^2} - 1 = \mathrm{tg}\,\alpha_1^2 = \frac{m^2 v_2^2}{U_0^2}$,

und eben so:

$$-\frac{m^2}{\cos\alpha_2^2} + m^2 = -m^2\left(\frac{1}{\cos\alpha_2^2} - 1\right) = -m^2\,\mathrm{tg}\,\alpha_2^2, \text{ daher}$$

$$h_3' - h = \frac{\delta}{2g\gamma}[U^2 + m^2 v_2^2 - 2m v_2 U_0 \operatorname{tg}\alpha_2 - U_3^2 + (2 - m^2) v_2^2],$$

$$h_3 - h = \frac{\delta}{2g\gamma} U^2 - \frac{\delta}{2g\gamma} U_3^2 + \frac{\delta}{2g\gamma}(2 v_2^2 - 2 m v_2 U_0 \operatorname{tg}\alpha_2),$$

$$h_3 - h = \mathfrak{h} - \mathfrak{h}_3 + \frac{\delta}{g\gamma}(v_2^2 - m v_2 U_0 \operatorname{tg}\alpha_2),$$

$$h_3 + \mathfrak{h}_3 - (h + \mathfrak{h}) = \frac{\delta}{g\gamma}(v_2^2 - m v_2 U_0 \operatorname{tg}\alpha_2),$$

$$\frac{g\gamma}{\delta}(H_3 - H) = v_2^2 - m v_2 U_0 \operatorname{tg}\alpha_2.$$

Durch Auflösung dieser quadratischen Gleichung nach v_2 erhält man allgemein für jeden Werth von α_2 die Peripheriegeschwindigkeit

[75] $$v_2 = \tfrac{1}{2} m U_0 \operatorname{tg}\alpha_2 + \sqrt{\tfrac{1}{4} m^2 U_0 \operatorname{tg}\alpha_2^2 + \frac{g\gamma}{\delta}(H_3 - H)}.$$

Setzt man darin $\alpha_2 = 0$, so übergeht dieser Ausdruck für v_2, wie es auch sein muß, in [69].

Man ersieht aber aus [75], daß, um dieselbe Differenz $H_3 - H$ der effektiven Manometerhöhen zu erzielen, die Peripheriegeschwindigkeit v_2, also auch die Zahl n der Umgänge in einer Minute um so größer ausfalle, je mehr der Winkel α_2 von 0 abweicht, oder je mehr die Flügel an der äußern Peripherie nach rückwärts gekrümmt sind.

Die allgemein zu Gunsten der zurückgekrümmten Flügel geltend gemachte Ansicht ist daher eine irrige, weil hiedurch unter übrigens gleichen Umständen keine Steigerung der Differenz $H_3 - H$ zwischen den effektiven Manometerhöhen erreicht, wohl aber in Folge der größeren Zahl der Umgänge eine größere Reibungsarbeit verursacht wird, die eine schnelle Abnützung der Lager und Spindelzapfen nach sich zieht.

§. 47.

Ableitung der allgemeinen Formeln für die übrigen Größen am Ventilator.

Der Halbmesser R_0 der Saugöffnung ergibt sich zunächst aus [2]

$$M = R_0^2 U_0 \pi,$$

es ist nämlich mit gleichzeitiger Rücksicht auf [59]:

[76] . . $$R_0 = \sqrt{\frac{M}{U_0 \pi}} = \sqrt{\frac{M}{10.3 \cdot 14}} = 0{\cdot}18 \sqrt{M}.$$

Mit Hilfe von n findet man den Werth des Winkels α_1, welchen die Flügeltangente an der inneren Peripherie des Flügelrades mit dem Halbmesser einschließt, aus [14] und [70]; es ist nämlich:

[77] . $\text{tang}\,\alpha_1 = \frac{v_1}{U_0} = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{v_2}{U_0} = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{0{\cdot}1047\,n\,R_2}{U_0} = \frac{0{\cdot}1047\,n\,R_1}{U_0}$,

und mit Rücksicht auf [59], [60] und [76]

[78] . . $\text{tang}\,\alpha_1 = \frac{0{\cdot}1047\,n\,.\,0{\cdot}18\sqrt{M}}{10} = 0{\cdot}0019\,n\sqrt{M}$.

Der Winkel α_1 ist also von der Zahl n der Umgänge und von der Luftmenge M abhängig; wird eine von diesen beiden Größen geändert, so sollte auch der Winkel α_1 geändert werden. Hieraus folgt, daß ein vorhandener, nach der Theorie konstruirter Ventilator nur für den der Rechnung zu Grunde gelegten Fall jener Bedingung entspricht, welche in Betreff des Eintrittes der Luft in den Flügelraum ohne Stoß festgestellt wurde.

Die Flügel sollen an der innern Peripherie mit dem Halbmesser den Winkel α_1 einschließen, an der äußern aber radial auslaufen, da nach [61] $\alpha_2 = 0$ zu setzen ist. Dieser Bedingung können verschiedene gekrümmte Flügel entsprechen; wir wollen jedoch der Einfachheit wegen annehmen, daß die Flügel nach einer Kreislinie gekrümmt sein sollen, und daher den Krümmungshalbmesser des, diesen Bedingungen entsprechenden Kreisbogens suchen.

Ist AB (Fig. 35) dieser Kreisbogen, und errichtet man in A und B die Senkrechten AC und BC beziehungsweise auf die Tangenten At_1 und Bt_2 desselben, so ist C der Mittelpunkt dieses Kreisbogens und $AC = BC = \rho$ dessen Krümmungshalbmesser. Da der Winkel

$$CAT = t_1AN = \alpha_1, \text{ daher}$$
$$OAC = 90 + \alpha_1$$

gesetzt werden kann, so folgt für das Dreieck OAC

$$\overline{OC}^2 = R_1^2 + \rho^2 - 2R_1\,\rho\cos(90^0 + \alpha_1)$$

oder

$$\overline{OC}^2 = R_1^2 + \rho^2 + 2R_1\,\rho\sin\alpha_1,$$

und für das Dreieck OBC

$$\overline{OC}^2 = R_2^2 + \rho^2.$$

Zieht man letztere Gleichung von der vorhergehenden ab, so folgt

$$0 = R_1^2 - R_2^2 + 2R_1\,\rho\sin\alpha_1;$$

es ist daher der Krümmungshalbmesser der nach Kreisbögen geformten Flügel:

$$[79] \quad . \; . \quad \varrho = \frac{R_2^2 - R_1^2}{2 R_1 \sin \alpha_1}.$$

Zur Bestimmung der Breite B des Ventilators dient die Gleichung [3], aus derselben ergibt sich:

$$B = \frac{M}{2 R_1 U_0 \pi},$$

in der lauter bereits bekannte Größen vorkommen.

Da aber vermöge [2]

$$M = R_0^2 U_0 \pi$$

ist, so hat man auch

$$[80] \quad . \; . \quad B = \frac{R_0^2 U_0 \pi}{2 R_1 U_0 \pi} = \frac{1}{2} \frac{R_0^2}{R_1}.$$

Die Breite des Flügelrades wird daher um so kleiner, je größer man R_1 annimmt; für den kleinsten Werth, den R_1 annehmen kann, nämlich [60] für

$$R_1 = R_0 \text{ ergibt sich:}$$

$$[81] \quad . \; . \quad B = \tfrac{1}{2} R_0.$$

Die Breite B des Ventilators ist also dem halben Halbmesser der Saugöffnung gleich zu setzen.

Würde man

$$R_1 = 2 R_0$$

annehmen, so ergäbe sich

$$B = \frac{1}{2} \frac{R_0}{2 R_0} = \tfrac{1}{4} R_0,$$

also halb so groß als im vorhergehenden Falle.

Eben so unterliegt die Bestimmung der Höhe J_2 des Blasehalses durch lauter bekannte Größen keinen Schwierigkeiten, denn es ist vermöge [34]

$$J_2 = \frac{M}{B U_2}.$$

Nach [19] hat man aber, wenn man dort übereinstimmend mit [61] und [60] $\alpha_2 = 0$ und $R_1 = R_0$ setzt, und für v_2^2 den Werth aus [71] einführt:

$$[82] \quad . \; . \quad U_2^2 = \left(\frac{R_0}{R_2}\right)^2 U_0^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^2;$$

wird nun dieser Werth und überdieß für B der Werth aus [81] in die obige Gleichung substituirt, so folgt:

$$[83] \quad . \; . \quad J_2 = \frac{M}{\tfrac{1}{2} R_0 \sqrt{\left(\frac{R_0}{R_2}\right)^2 U_0^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^2}}.$$

J_2 wächst daher mit M und nimmt mit n ab.

Für den Austrittswinkel φ_2 folgt aus [22] wegen $\alpha_2 = 0$ und $R_1 = R_0$ die Gleichung:

$$\sin \varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R_2^2 v_2^2}{R_0^2 U_0^2}}};$$

substituirt man darin für v_2^2 den Werth [71], und setzt vermöge [59] $U_0 = 10^m$, so erhält man auch

$$[84] \quad . \; . \; \sin \varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{0{\cdot}011\, n^2 R_2^4}{R_0^2 U_0^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{0{\cdot}00011\, n^2 R_2^4}{R_0^2}}}.$$

Der Winkel φ_2 wird also um so größer, je kleiner n und R_2, und je größer R_0 ist.

Der Querschnitt A_3 der äußern Mündung des Auslaufhalses ist nach [40]

$$[85] \quad . \; . \; A_3 = \frac{M}{U_3}.$$

In Betreff der Zahl der Flügel muß als maßgebend bezeichnet werden, daß diese Zahl den Anforderungen der Theorie zufolge möglichst groß zu halten sei, um die vorausgesetzte Regelmäßigkeit der Bewegung der Luft in den rotirenden Kanälen zu bewerkstelligen; andererseits verlangt aber die Ausführung eine Herabminderung der Flügelzahl, um die Flügelachse nicht zu sehr zu beschweren, und um für den Durchgang der Luft genügend Raum frei zu lassen. In Ermanglung anderer Daten wird man, gestützt auf die Versuche von Dollfuß, die Zahl n der Flügel so wählen, daß die radial auslaufenden Flügel an der äußern Peripherie beiläufig 0·21 Meter von einander abstehen; es wird also sein:

$$[86] \quad . \; . \; n = \frac{2 R_3 \pi}{0{\cdot}21} = 30 R_3.$$

Für die theoretische Betriebskraft des Ventilators hat man endlich die Gleichungen [41] und [42], welche hier ungeändert anwendbar sind:

$$[87] \quad . \; . \; \begin{cases} E = M\gamma (h_3 - h) + \frac{M\delta}{2g}(U_3^2 - U^2), \\ E = M (H_3 - H)\gamma. \end{cases}$$

Der Gleichung [69] zufolge ist:

$$[88] \quad . \; . \; (H_3 - H)\gamma = \frac{\delta}{g} v_2^2,$$

daher auch

$$[89] \quad . \; . \; E = \frac{\delta}{g} M v_2^2.$$

Die theoretiſche Betriebskraft des Ventilators ſteht daher in geradem Verhältniſſe mit der Windmenge M und mit der Differenz der effektiven Manometerhöhen $H_2 - H$ oder mit dem Quadrate aus der Peripheriegeſchwindigkeit v_2.

An dieſe Entwicklung der Formeln, welche zur Berechnung der Hauptverhältniſſe der Ventilatoren dienen ſollen, wird hier noch die Entwicklung jener Formeln angeſchloſſen, aus welchen die Zwiſchengeſchwindigkeiten und Preſſungen ſich berechnen laſſen, weil die Kenntniß der letzteren in jedem beſtimmten Falle zur Einſicht in das Verhalten der Luft während ihrer Bewegung durch den Ventilator weſentlich beiträgt.

Von den Zwiſchengeſchwindigkeiten wurde dem Vorausgeſchickten zufolge

$$U_0 = 10^m,$$
$$U_1 = U_0$$

angenommen. Die Geſchwindigkeit U_2, welche die Luft an der äußern Peripherie des Flügelraumes beſitzt, ergibt ſich aus [19] wegen $\alpha_2 = 0$

[90] . . $$\begin{cases} U_2 = \sqrt{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 U_0^2 + v_2^2}, \text{ oder wegen [71]} \\ U_2 = \sqrt{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 U_0^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^2}. \end{cases}$$

Von den Zwiſchenpreſſungen findet man aus [1] oder [62]

[91] . . $$h_0 = h - \frac{\delta}{2g\gamma}(U_0^2 - U).$$

Zufolge [10] iſt ferner

$$h_1 = h_0.$$

Die Preſſung h_2 an der äußeren Peripherie des Flügelraumes findet man durch Addition der drei Gleichungen [62], [63] und [64]; man erhält:

$$h_2 - h = \frac{\delta}{2g\gamma}\left[U^2 + (1 - m^2)\, v_2^2 + \left(\frac{1}{\cos \alpha_1^2} - 1 - m^2\right) U_0^2\right].$$

Vermöge [66] und [67] iſt aber

$$\frac{1}{\cos \alpha_1^2} - 1 = \operatorname{tang} \alpha_1^2 = \frac{m^2}{U_0^2} v_2^2, \text{ daher}$$

$$h_2 - h = \frac{\delta}{2g\gamma}[U^2 + (1 - m^2)\, v_2^2 + m^2 v_2^2 - m^2 U_0^2],$$

[92] $$h_2 = h + \frac{\delta}{2g\gamma}(U^2 + v_2^2 - m^2 U_0^2),$$

und mit Rückſicht auf [71]

[93] $$h_2 = h + \frac{\delta}{2g\gamma}\left[U^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^2 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 U_0^2\right].$$

§. 48.

Beſtimmung der abſoluten Bahn, welche die Lufttheilchen beim Durchgange durch den Flügelraum beſchreiben.

Um über das Verhalten der Luft innerhalb des Flügelraumes eine recht anſchauliche Vorſtellung zu gewinnen, ſoll hier noch die Bahn berechnet und durch Zeichnung dargeſtellt werden, welche die Lufttheilchen auf ihrem Wege durch den Flügelraum beſchreiben.

Bezeichnen

R und ω die Polarkoordinaten des abſoluten Weges MUN (Fig. 36), den die Lufttheilchen beim Durchgange durch den Flügelraum beſchreiben, ſtellt ſomit R den Radius-Vektor OU für den beliebigen Punkt U, und ω das zwiſchen OU und OM mit dem Halbmeſſer $Op = 1$ beſchriebene Bogenſtück pq vor, bezeichnet ferner

ds das Element Un dieſes Weges, und

φ den Winkel mUn, den dieſes Element mit der zugehörigen Kreistangente einſchließt; ſo folgt aus dem Elementar-Dreiecke Umn, in welchem $mn = dR$ iſt, die Differenzialgleichung:

$$[94] \quad \frac{dR}{ds} = \sin\varphi.$$

Nun iſt aber wegen $Um = R\,d\omega$:

$$ds^2 = dR^2 + R^2 d\omega^2, \text{ daher}$$

$$\left(\frac{dR}{ds}\right)^2 = \frac{dR^2}{dR^2 + R^2 d\omega^2} = \sin\varphi^2.$$

Aus der Gleichung [22], welche nicht bloß für die äußere Peripherie, ſondern auch für jeden Punkt U innerhalb des Flügelraumes gilt, ergibt ſich aber allgemein:

$$\sin\varphi^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{R\,v}{R_1\,U_0} - \operatorname{tang}\alpha\right)^2}.$$

Man hat alſo:

$$\frac{dR^2}{R^2 d\omega^2 + dR^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{R\,v}{R_1\,U_0} - \operatorname{tang}\alpha\right)^2},$$

$$dR^2 + dR^2\left(\frac{R\,v}{R_1\,U_0} - \operatorname{tang}\alpha\right)^2 = R^2 d\omega^2 + dR^2,$$

$$[95] \quad d\omega = \left(\frac{R\,v}{R_1\,U_0} - \operatorname{tang}\alpha\right)\frac{dR}{R}.$$

In dieſer Gleichung erſcheinen außer R und ω noch die Veränderlichen v und α, welche ſich aber als Funktionen von R ausdrücken

laſſen. Man hat nämlich:

$$v = \frac{R}{R_2} v_2.$$

Zur Beſtimmung von α ſei in Figur 36 $\varrho = BC = UC$ der Krümmungshalbmeſſer des Kreisbogens, nach welchem die Flügel geformt ſind, ſo ergibt ſich aus dem Dreieck OCB:

$$\overline{OC}^2 = \overline{BO}^2 + \overline{BC}^2 = R_2^2 + \varrho^2,$$

und aus OCU:

$$\overline{OC}^2 = \overline{UO}^2 + \overline{UC}^2 - 2UO \,.\, UC \cos(90^0 + \alpha)$$
$$= R^2 + \varrho^2 + 2R\varrho \sin\alpha,$$

daher durch Gleichſtellung beider Ausdrücke

$$R_2^2 = R^2 + 2R\varrho \sin\alpha,$$

$$\sin\alpha = \frac{R_2^2 - R^2}{2R\varrho},$$

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin\alpha^2}} = \frac{R_2^2 - R^2}{2R\varrho\sqrt{1 - \frac{(R_2^2 - R^2)^2}{4R^2\varrho^2}}}$$
$$= \frac{R_2^2 - R^2}{\sqrt{4R^2\varrho^2 - (R_2^2 - R^2)^2}}.$$

Subſtituirt man die Werthe von v und α in die obige Differenzialgleichung [95], ſo folgt

$$d\omega = \left(\frac{v_2}{R_1 R_2 U_0} R^2 - \frac{R_2^2 - R^2}{\sqrt{4R^2\varrho^2 - (R_2^2 - R^2)^2}}\right) \frac{dR}{R},$$

und daher

[96] . . $$\omega = \int \frac{v_2}{R_1 R_2 U_0} R\,dR - \int \frac{(R_2^2 - R^2)\,dR}{R\sqrt{4R^2\varrho^2 - (R_2^2 - R^2)^2}} + C.$$

Bezeichnet man die beiden erſten Glieder dieſes Ausdruckes mit A und B, ſo iſt

[97] . . $$A = \int \frac{v_2}{R_1 R_2 U_0} R\,dR = \frac{v_2}{2R_1 R_2 U_0} k^2.$$

Multiplizirt man im Ausdrucke B unter dem Integralzeichen Zähler und Nenner mit R, und ſetzt dann

[98] . . $$R^2 = x,$$

ſo ergibt ſich

$$B = \int \frac{(R_2^2 - R^2)\,R\,dR}{R^2\sqrt{4R^2\varrho^2 - (R_2^2 - R^2)^2}} = \frac{1}{2}\int \frac{(R_2^2 - x)\,dx}{x\sqrt{4\varrho^2 x - (R_2^2 - x)^2}};$$

oder, wenn man das Integral in ſeine Theile auflöſt und die Größe unter dem Wurzelzeichen nach Potenzen von x ordnet:

[99] $$B = \frac{R_2^2}{2}\int \frac{dx}{x\sqrt{-R_2^4 + 2x(2\varrho^2 + R_2^2) - x^2}} - \frac{1}{2}\int \frac{dx}{\sqrt{-R_2^4 + 2x(2\varrho^2 + R_2^2) - x^2}}$$

Es ſei nun der Kürze halber

[100] . . $R_2^4 = \alpha$ und $2(2\varrho^2 + R_2^2) = \beta$,

so folgt:

[101] . . $$\mathfrak{B} = \frac{\sqrt{\alpha}}{2}\int_x \frac{dx}{\sqrt{-\alpha+\beta x - x^2}} - \frac{1}{2}\int \frac{dx}{\sqrt{-\alpha+\beta x - x^2}}.$$

Auf diese Ausdrücke lassen sich die in den Integraltafeln erscheinenden Formeln anwenden, nämlich:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{-\alpha+\beta x - x^2}} = \arcsin \frac{2x-\beta}{\sqrt{\beta^2-4\alpha}} \text{ und}$$

$$\int_x \frac{dx}{\sqrt{-\alpha+\beta x - x^2}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \arccos \frac{2\alpha - \beta x}{x\sqrt{\beta^2-4\alpha}} \text{ *).}$$

---

*) Zu diesen Ausdrücken gelangt man auf folgende Art: Man hat

$$d.\arcsin x = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}, \quad d.\arccos x = \frac{-dx}{\sqrt{1-x^2}}, \text{ daher}$$

(a) $$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = -\arccos x.$$

1) Setzt man in die erstere Gleichung $x\sqrt{\frac{b}{a}}$ statt x, so erhält man

$$\int \frac{\sqrt{\frac{b}{a}}\,dx}{\sqrt{1-\frac{b}{a}x^2}} = \arcsin x\sqrt{\frac{b}{a}},$$

oder, wenn man im Zähler und Nenner mit $\sqrt{a}$ multiplizirt,

$$\int \frac{\sqrt{b}\,dx}{\sqrt{a-bx^2}} = \arcsin x\sqrt{\frac{b}{a}},$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a-bx^2}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \arcsin x\sqrt{\frac{b}{a}}.$$

Setzt man hier wieder $c+x$ statt x, so folgt:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a-bc^2-2bcx-bx^2}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \arcsin (c+x)\sqrt{\frac{b}{a}}.$$

Es sei nun

$$b = 1, \quad 2bc = \beta, \quad a - bc^2 = -\alpha, \text{ daher}$$

$$c = \frac{-\beta}{2b} = \frac{-\beta}{2} \text{ und } a = bc^2 - \alpha = \frac{\beta^2}{4} - \alpha = \frac{\beta^2 - 4\alpha}{4},$$

so verwandelt sich dieser Ausdruck in folgenden:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{-\alpha+\beta x - x^2}} = \arcsin\left(x - \frac{\beta}{2}\right)\sqrt{\frac{4}{\beta^2-4\alpha}},$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{-\alpha+\beta x - x^2}} = \arcsin \frac{2x-\beta}{\sqrt{\beta^2-4\alpha}}.$$

2) Ganz auf dieselbe Art erhält man aus der zweiten von den Gleichungen (a)

$$\int \frac{dx}{\sqrt{-\alpha+\beta x - x^2}} = -\arccos \frac{2x-\beta}{\sqrt{\beta^2-4\alpha}}.$$

Man erhält hiedurch

$$[102] \quad \mathfrak{B} = \frac{1}{2}\left[\arccos\frac{2\alpha-\beta x}{x\sqrt{\beta^2-4\alpha}} - \arcsin\frac{2x-\beta}{\sqrt{\beta^2-4\alpha}}\right].$$

Der in der Klammer eingeſchloſſene Ausdruck ſtellt zwei Bögen vom Halbmeſſer 1 dar. Seien dieſe Bögen φ und ψ, alſo

$$[103] \quad \cos\varphi = \frac{2\alpha-\beta x}{x\sqrt{\beta^2-4\alpha}}, \quad \sin\psi = \frac{2x-\beta}{\sqrt{\beta^2-4\alpha}},$$

ſo wird

$$[104] \quad \mathfrak{B} = \tfrac{1}{2}(\varphi-\psi).$$

Um nun beide Glieder des Werthes von $\mathfrak{B}$ in ein Glied zu vereinigen, dient die bekannte Formel

$$\sin(\varphi-\psi) = \sin\varphi\cos\psi - \sin\psi\cos\varphi.$$

Es iſt mit Rückſicht auf [103]

$$\sin\varphi = \sqrt{1-\cos\varphi^2} = \sqrt{\frac{x^2\beta^2-4\alpha x^2-4\alpha^2-\beta^2x^2+4\alpha\beta x}{x^2(\beta^2-4\alpha)}}$$

$$= \frac{\sqrt{\alpha}}{x}\sqrt{\frac{-4\alpha+4\beta x-4x^2}{\beta^2-4\alpha}},$$

$$\cos\psi = \sqrt{1-\sin\psi^2} = \sqrt{\frac{\beta^2-4\alpha-4x^2-\beta^2+4\beta x}{\beta^2-4\alpha}}$$

$$= \sqrt{\frac{-4\alpha+4\beta x-4x^2}{\beta^2-4\alpha}},$$

alſo

$$\sin\varphi\cos\psi = \frac{-4\alpha\sqrt{\alpha}+4\beta\sqrt{\alpha}x-4\sqrt{\alpha}x^2}{x(\beta^2-4\alpha)}.$$

Ferners iſt

$$\sin\psi\cos\varphi = \frac{4\alpha x-2\alpha\beta-2\beta x^2+\beta^2 x}{x(\beta^2-4\alpha)}$$

$$= \frac{-2\alpha\beta+x(4\alpha+\beta^2)-2\beta x^2}{x(\beta^2-4\alpha)}.$$

Setzt man in dieſem Ausdruck $\frac{\alpha}{x}$ ſtatt x, ſo erhält man

$$-\int\frac{\alpha\frac{dx}{x^2}}{\sqrt{-\alpha+\frac{\alpha\beta}{x}-\frac{\alpha^2}{x^2}}} = -\arccos\frac{\frac{2\alpha}{x}-\beta}{\sqrt{\beta^2-4\alpha}},$$

und dann durch Multiplikation mit $\frac{x}{\sqrt{\alpha}}$ im Zähler und Nenner

$$\int\frac{\frac{\sqrt{\alpha}}{x}dx}{\sqrt{-x^2+\beta x-\alpha}} = \arccos\frac{2\alpha-\beta x}{x\sqrt{\beta^2-4\alpha}} \text{ oder}$$

$$\int\frac{dx}{x\sqrt{-\alpha+\beta x-x^2}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\arccos\frac{2\alpha-\beta x}{x\sqrt{\beta^2-4\alpha}}.$$

Hieraus ergibt sich also:

$$\sin(\varphi-\psi)=\frac{-(4\alpha\sqrt{\alpha}-2\alpha\beta)+x(4\beta\sqrt{\alpha}-4\alpha-\beta^2)-x^2(4\sqrt{\alpha}-2\beta)}{x(\beta^2-4\alpha)}.$$

Führt man nun statt α und β ihre Werthe aus [100] wieder ein, so erhalten die einzelnen Glieder dieses Ausdruckes folgende Form:

$$-(4\alpha\sqrt{\alpha}-2\alpha\beta)=-(4R_2^6-8R_2^4\varrho^2-4R_2^6)=8R_2^4\varrho^2,$$

$$x(4\beta\sqrt{\alpha}-4\alpha-\beta^2)=(16R_2^2\varrho^2+8R_2^4-4R_2^4-16\varrho^4-4R_2^4-16\varrho^2R_2^2)x$$
$$=-16\varrho^4x,$$

$$-x^2(4\sqrt{\alpha}-2\beta)=-x^2(4R_2^2-8\varrho^2-4R_2^2)=8\varrho^2x^2,$$

$$\beta^2-4\alpha=16\varrho^4+4R_2^4+16\varrho^2R_2^2-4R_2^4=16\varrho^4+16\varrho^2R_2^2,$$

und es ergibt sich

$$\sin(\varphi-\psi)=\frac{8R_2^4\varrho^2-16\varrho^4x+8\varrho^2x^2}{(16\varrho^4+16\varrho^2R_2^2)x}=\frac{R_2^4-2\varrho^2x+x^2}{2(\varrho^2+R_2^2)x},$$

und nach Einführung von R^2 statt x, vermöge [98]

$$\sin(\varphi-\psi)=\frac{R_2^4-2\varrho^2R^2+R^4}{2(\varrho^2+R_2^2)R^2}.$$

Der halbe Bogen, welcher diesem Sinus entspricht, drückt nach Gleichung [104] den Werth des Integrals $\mathfrak{B}$ aus. Nun entsprechen aber jedem Sinus zwei verschiedene Winkel

$$(\varphi-\psi)\quad\text{und}\quad\pi-(\varphi-\psi).$$

Es kann daher

$$\mathfrak{B}=\tfrac{1}{2}(\varphi-\psi)\quad\text{oder}$$

$$\mathfrak{B}=\frac{\pi}{2}-\tfrac{1}{2}(\varphi-\psi)$$

oder auch, wenn man das Glied $\frac{\pi}{2}$ mit in die Integrations-Konstante einbezieht,

$$\mathfrak{B}=\pm\tfrac{1}{2}(\varphi-\psi)$$

sein. Welches von beiden Zeichen zu nehmen sei, darüber entscheidet bloß die Differentiation der erhaltenen Integralgleichung, und man findet auf diesem Wege, daß nur dann die ursprüngliche Differenzialgleichung erscheint, wenn das untere Zeichen beibehalten wird. Es ist also

[105] . . $$\mathfrak{B}=-\tfrac{1}{2}\arcsin\frac{R_2^4-2\varrho^2R^2+R^4}{2(\varrho^2+R_2^2)R^2},$$

und man erhält nach Einführung der Werthe [97] und [105] in die Hauptgleichung [96] die Polargleichung für die Bahn der Lufttheilchen:

[106] . . $$\omega=\frac{v_2}{2R_1R_2U_0}R^2+\tfrac{1}{2}\arcsin\frac{R_2^4-2\varrho^2R^2+R^4}{2(\varrho^2+R_2^2)R^2}+C.$$

Die Konstante C bestimmt man für jeden Fall leicht auf nachstehende Art.

Weil ω eine Funktion von R iſt, ſo kann man auch ſchreiben:

$$\omega = f(R) + C.$$

Für $\omega = 0$ wird aber $R = R_1$, alſo

$$0 = f(R_1) + C,$$

$$[107] \quad . \; . \quad C = - f(R_1);$$

um daher die Konſtante zu berechnen, hat man in dem Ausdrucke für ω, R_1 ſtatt R zu ſetzen, und das Reſultat dieſer Subſtitution mit entgegengeſetztem Zeichen zu nehmen.

Zur Beſtimmung der einzelnen Bogenlängen ω wird man ſodann in [106] für R_1 der Reihe nach zunehmende und zwiſchen R_1 und R_2 gelegene Werthe ſubſtituiren, die den gefundenen Bögen entſprechenden Centriwinkel über R_1 auftragen, und von den ſo erhaltenen Schenkeln die in die Rechnung aufgenommenen Größen von R der Reihe nach abſchneiden.

B.

Anwendung der allgemeinen Geſetze und Formeln zur Berechnung und Konſtruktion aller Arten von Centriſugal-Ventilatoren und Centriſugalpumpen. Reſultate der abgeführten Verſuche.

---

§. 49.

Spezielles Beiſpiel zur Berechnung der Hauptverhältniſſe eines offenen ſaugenden Gruben-Ventilators.

Da der ſaugende Ventilator am beſten durch einen Gruben-Ventilator repräſentirt wird, ſo mag den nachſtehenden Berechnungen und Unterſuchungen ein ſolcher zu Grunde gelegt werden.

Der zu konſtruirende Ventilator ſoll die Beſtimmung haben, ein Grubengebäude mit friſchen Wettern zu verſehen, indem er durch das Saugen und Fortſchaffen der ſchlechten Grubenluft auf dem einen Ende des Grubengebäudes, ein Nachrücken der äußeren atmoſphäriſchen Luft auf dem andern Ende desſelben bewirkt.

Um eine Luftſtrömung durch alle Grubenſtrecken hervorzurufen, muß die Preſſung P der unmittelbar vor der Saugöffnung des Ventilators, im Saugraume, befindlichen Luft gegenüber der Preſſung p der äußeren atmoſphäriſchen Luft herabgeſetzt, d. i. es muß die Grubenluft im Saugraume verdünnt werden. Die Größe dieſer Verdünnung ließe ſich nach dem Geſetze der Bewegung der Luft in langen Windleitungsröhren beiläufig beurtheilen; da jedoch die Grubenſtrecken eine ſehr unregelmäßige Windleitung repräſentiren, und für derlei Verhältniſſe die Bewegungsgeſetze der Luft noch nicht vollſtändig genug erforſcht und feſtgeſtellt ſind, ſo verfährt man ſicherer, wenn man die dießfalls von Bergleuten gemachten Erfahrungen benützt, denen zufolge auf je 100 Längeneinheiten (Meter) der zu ventilirenden Grubenſtrecken von mittlerem Querſchnitte eine Verminderung der Preſſung

im Saugraume um $0{\cdot}^{m}002$ Waſſermanometerſäule entfällt, wenn die Geſchwindigkeit der Luft in den Strecken ungefähr $0{\cdot}^{m}8$ ($2\frac{1}{2}$ Fuß) beträgt.

Nimmt man die Länge ſämmtlicher zu ventilirenden Grubenſtrecken z. B. = 2000 Meter an, ſo wird der Stand des Manometers, das man ſich in die Wand des Saugraumes hineingeſteckt zu denken hat, um die Preſſung der im letzteren Raume enthaltenen Luft zu meſſen, um $\frac{2000.0{\cdot}002}{100} = 0{\cdot}^{m}04$ Waſſerſäule kleiner ſein müſſen, als die der atmoſphäriſchen Preſſung p = 10330 Kilogrammen entſprechende Manometerhöhe = 0, alſo einen negativen Werth annehmen. Es gebt demnach die Aufgabe dahin, in dem Saugraume die Preſſung ſo herabzuſetzen, daß die zugehörige Waſſermanometerhöhe

$$h = -0{\cdot}^{m}04 \text{ wird.}$$

Ferner iſt es ein Erfahrungsſatz, daß die Luft in den Grubenſtrecken mit einer Geſchwindigkeit ſich bewegen ſoll, die im Mittel $0{\cdot}^{m}8$ (oder $2\frac{1}{2}$ Fuß) gleich kommt, weil ſonſt, wenn dieſe Geſchwindigkeit geringer wäre, die Erneuerung der Luft zu wenig lebhaft vor ſich ginge, bei raſcherer Wettercirkulation dagegen die Grubenlichter verlöſchen würden.

Es wird daher die Geſchwindigkeit im Saugraume

$$U = 0{\cdot}^{m}8$$

zu ſetzen ſein.

Da nun der Querſchnitt einer Grubenſtrecke etwa 3·5 □ Meter (oder 35 □ Fuß) beträgt, ſo folgt, daß die in einer Sekunde von dem zu berechnenden Ventilator fortzuſchaffende Luftmenge

$$M = 3{\cdot}5.0{\cdot}8 = 2{\cdot}8 \text{ Kubik-Meter } (88^{c'})$$

zu betragen hat.

Beim Austritte der Luft aus dem Auslaufraume, welcher durch konzentriſche Erweiterung der Seitenwände des Ventilators gebildet wird, nimmt dieſelbe eine Preſſung P_s an, welche, ſoll der Nutzeffektsverluſt des Ventilators möglichſt gering ſein, der atmoſphäriſchen ſehr nahe gleich kommen muß. Man wird alſo ſetzen:

$$P_s = 0 \text{ oder } h_s = 0.$$

Die Geſchwindigkeit U_s, welche die Luft an der äußerſten Peripherie des Auslaufes annimmt, kann niemals = 0 werden, weil ſonſt der Ventilator keine Luft herausſchleudern, alſo auch keine Luft ſaugen könnte. Sie darf aber nicht zu groß gehalten werden, weil die lebendige Kraft, welche derſelben zukommt, nämlich

$$L = \frac{U_2^2}{2g},$$

als Verlust an Nutzeffekt angesehen werden muß. Sie wird aber um so kleiner ausfallen, je größer R_2, d. i. je größer der äußere Halbmesser des Auslaufes angenommen wird, weil in demselben Maße, als der cylindrische Auslaufquerschnitt an Flächenraum zunimmt, die Geschwindigkeit U_2 herabsinkt. Wir wollen, um einerseits den Durchmesser des Auslaufes nicht zu groß zu erhalten, und andererseits keinen empfindlichen Effektverlust zu erleiden, die Geschwindigkeit

$$U_2 = 4^m \text{ setzen.}$$

Diesemnach hat man es im vorliegenden Falle mit nachstehenden **gegebenen Größen** zu thun:

$h = -0{\cdot}^m04$ Manometerhöhe im Saugraume;
$U = 0{\cdot}^m8$ Geschwindigkeit der Luft daselbst;
$h_2 = 0$ Pressung der Luft an der äußern Peripherie des Auslaufes;
$U_2 = 4^m$ Geschwindigkeit der Luft daselbst; endlich
$M = 2{\cdot}8$ Kubik-Meter Luftmenge in einer Sekunde.

Der **Halbmesser R_0 der Saugöffnung** ergibt sich bei einer Geschwindigkeit $U_0 = 10^m$ im Einlaufe aus [76]

[108] . . $R_0 = 0{\cdot}18\sqrt{M} = 0{\cdot}18\sqrt{2{\cdot}8} = 0{\cdot}^m30,$

und vermöge [60] ist **der Halbmesser der innern Flügelperipherie**

[109] . . $R_1 = R_0 = 0{\cdot}^m30.$

Zur Berechnung des **äußern Halbmessers R_2 des Ventilators und der Zahl n der Umgänge in einer Minute** dient die Formel [74]:

[110] . . $n = \frac{845}{R_2}\sqrt{H_2 - H}.$

Im vorliegenden Falle kann

$$H = h + h = h = -0{\cdot}04$$

gesetzt werden, weil die der Geschwindigkeit $U = 0{\cdot}^m8$ entsprechende Höhe

$$h = \frac{\delta}{2gy}U^2 = 0{\cdot}000064\,U^2 = 0{\cdot}00004$$

gegen $h = 0{\cdot}04$ verschwindet. Ferner ist bei einem genügend weiten Auslaufraume

$$H_2 = h_2 + h_2 \text{ sehr nahe} = 0;$$

man hat daher

[111] . . $n = \frac{845}{R_2}\sqrt{-h} = \frac{845}{R_2}\sqrt{0{\cdot}04} = \frac{169}{R_2}.$

Setzt man der Reihe nach für R_2 die Werthe $0{\cdot}^m3$, $0{\cdot}^m4$, $0{\cdot}^m5$, . . ., so findet man für

$R_2 = 0{\cdot}^m3$ die Zahl $n = 563$,
$R_2 = 0{\cdot}^m4$ „ „ $n = 422$,
$R_2 = 0{\cdot}^m5$ „ „ $n = 338$,
$R_2 = 0{\cdot}^m6$ „ „ $n = 281$,
$R_2 = 0{\cdot}^m7$ „ „ $n = 241$,
$R_2 = 0{\cdot}^m8$ „ „ $n = 211$,
$R_2 = 0{\cdot}^m9$ „ „ $n = 189$,
$R_2 = 1{\cdot}0$ „ „ $n = 169$.

Im vorliegenden Falle kann die Kombination

$$R_2 = 0{\cdot}5 \quad \text{und} \quad n = 338$$

als die praktisch brauchbarste bezeichnet werden, weil die Zahl der Umgänge 338 im Verhältniß zu dem Durchmesser mäßig ist, und weil der Durchmesser $R_2 = 0{\cdot}5$ der Ausführung keine Schwierigkeit darbietet, endlich weil die radiale Länge des Flügelraumes

$$R_2 - R_1 = 0{\cdot}50 - 0{\cdot}30 = 0{\cdot}20$$

relativ nicht zu klein sein dürfte, um eine allmälige Geschwindigkeitsänderung zu begünstigen; diese Kombination wird daher auch der weitern Berechnung zu Grunde gelegt.

Für den Winkel α_1 hat man die Formel [78]

[112] . . $\operatorname{tang} \alpha_1 = 0{\cdot}0019\, n \sqrt{M}$,

daher

$$\operatorname{tang} \alpha_1 = 0{\cdot}0019 \,.\, 338 \sqrt{2{\cdot}8} = 1{\cdot}07,$$

welcher Tangente ein Winkel

$$\alpha_1 = 47^\circ$$

entspricht.

Der Krümmungshalbmesser für die kreisbogenförmigen Flügel berechnet sich aus [79]

[113] . . $\rho = \frac{R_2^2 - R_1^2}{2 R_1 \sin \alpha_1} = \frac{\overline{0{\cdot}5}^2 - \overline{0{\cdot}3}^2}{2 \,.\, 0{\cdot}3 \,.\, \sin 47^\circ} = 0{\cdot}^m366.$

Die Breite des Ventilators ergibt sich aus [81]; es ist:

[114] . . $B = \frac{1}{2} R_0 = \frac{1}{2} 0{\cdot}30 = 0{\cdot}^m15.$

Den äußern Halbmesser R_3 des Auslaufes erhält man aus der Gleichung [32]

$$R_2 U_2 \sin \varphi_2 = R_3 U_3 \sin \varphi_3,$$

wenn man darin für φ_3 den dafür in [33] gefundenen Werth

$$\sin \varphi_3^2 = 1 - \frac{R_2^2}{R^2} (1 - \sin \varphi_2^2)$$

substituirt.

Wird zu diesem Ende erstere Gleichung quadrirt und sodann $\sin\varphi_3^2$ aus der zweiten Gleichung darin eingeführt, so folgt:

$$R_2^2 U_2^2 \sin\varphi_2^2 = U_3^2 [R_3^2 - R_2^2 (1 - \sin\varphi_2^2)].$$

Behufs der Auflösung letzterer Gleichung nach R_3 erhält man der Reihe nach:

$$R_3^2 - R_2^2 (1 - \sin\varphi_2^2) = \frac{U_2^2}{U_3^2} R_2^2 \sin\varphi_2^2,$$

$$R_3^2 = \frac{U_2^2}{U_3^2} R_2^2 \sin\varphi_2^2 + R_2^2 - R_2^2 \sin\varphi_2^2,$$

$$R_3^2 = R_2^2 \left[\left(\frac{U_2^2}{U_3^2} - 1\right) \sin\varphi_2^2 + 1\right],$$

$$R_3^2 = \frac{R_2^2}{U_3^2} [(U_2^2 - U_3^2) \sin\varphi_2^2 + U_3^2],$$

und wenn man überdieß darin für U_2^2 und $\sin\varphi_2^2$ die Werthe aus [82] und [84] einführt:

$$R_3^2 = \frac{R_2^2}{U_3^2} \left[\frac{\left(\frac{R_0}{R_2}\right)^2 U_0^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^2 - U_3^2}{1 + \frac{0{\cdot}011\, n^2 R_2^4}{R_0^2 U_0^2}} + U_3^2 \right],$$

$$R_3^2 = \frac{R_0^2 R_2^2 U_0^2}{U_3^2} \left[\frac{\left(\frac{R_0}{R_2}\right)^2 U_0^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^2 - U_3^2}{R_0^2 U_0^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^4} + \frac{U_3^2}{R_0^2 U_0^2} \right],$$

$$R_3^2 = \frac{R_0^2 U_0^2}{U_3^2} \left[\frac{R_0^2 U_0^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^4 - R_2^2 U_3^2}{R_0^2 U_0^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^4} + \frac{R_2^2 U_3^2}{R_0^2 U_0^2} \right],$$

$$R_3^2 = \frac{R_0^2 U_0^2}{U_3^2} \left[1 - \frac{R_2^2 U_3^2}{R_0^2 U_0^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^4} + \frac{R_2^2 U_3^2}{R_0^2 U_0^2} \right],$$

$$R_3^2 = R_0^2 R_2^2 U_0^2 \left[\frac{1}{R_2^2 U_3^2} - \frac{1}{R_0^2 U_0^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^4} + \frac{1}{R_0^2 U_0^2} \right],$$

[115] $$R_3 = R_0 R_2 U_0 \sqrt{\frac{1}{R_2^2 U_3^2} - \frac{1}{R_0^2 U_0^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^4} + \frac{1}{R_0^2 U_0^2}}.$$

Aus diesem Ausdrucke ist ersichtlich, daß R_3 um so größer sich ergeben werde, je kleiner U_3 gewählt wird.

Wendet man diese Formel auf die vorliegende Aufgabe an, substituirt man darin

$$R_0 = 0{\cdot}30 \quad . \quad U_0 = 10^{\cdot m},$$

$$R_2 = 0{\cdot}5 \quad . \quad U_2 = 4^{\cdot m},$$

$$\text{und} \quad n = 338,$$

so findet man $R_3 = 0{\cdot}887$;

die äußere Peripherie des Auslaufes überragt daher den Flügelraum nach allen Seiten um

$$R_3 - R_2 = 0{\cdot}887 - 0{\cdot}500 = 0{\cdot}^m 387.$$

Da von den drei in [115] unter dem Wurzelzeichen stehenden Größen

$$\frac{1}{R_0^2 U_0^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^4}$$

sehr klein ist und gegen die übrigen verschwindet, so kann man auch setzen:

$$[116] \quad . \; . \quad R_3 = R_0 R_2 U_0 \sqrt{\frac{1}{R_2^2 U_3^2} + \frac{1}{R_0^2 U_0^2}}.$$

Nach dieser Formel berechnet, ergibt sich

$$R_3 = 0{\cdot}901,$$

also nur wenig abweichend von dem genauen Resultate.

Die Zahl der Flügel liefert die Formel [86], es ist

$$[117] \quad . \; . \quad n = 30 R_3 = 30.0{\cdot}5 = 15.$$

Die theoretische Betriebskraft des Ventilators ergibt sich aus [42] oder [87]:

$$E = M(H_3 - H)\gamma.$$

Wegen $H_3 = 0$ und $H = h = -0{\cdot}04$ erhält man:

$$[118] \quad . \; . \quad E = -Mh\gamma = 2{\cdot}8.0{\cdot}04.1000 = 112 \text{ Kil.-Meter}$$

oder

$$E = \frac{112}{75} = 1{\cdot}5 \text{ Pferdekräfte.}$$

§. 50.

Konstruktion des berechneten offenen Grubenventilators.

Nachdem man mit den berechneten Halbmessern $R_1 = 0{\cdot}^m3$ und $R_2 = 0{\cdot}^m5$ aus O (Fig. 37, Taf. III.) die Kreise für die innere und äußere Peripherie des Flügelraumes beschrieben hat, schreitet man zunächst zur Verzeichnung der Flügelkurven mittelst des unter [113] berechneten Krümmungshalbmessers $\varrho = 0{\cdot}^m366$.

Zu diesem Ende errichtet man auf den beliebig gezogenen Halbmesser $OB = R_2 = 0{\cdot}^m5$ in B eine Senkrechte, und schneidet von dieser das Stück $BC = \varrho = 0{\cdot}^m366$ ab; der aus C mit CB beschriebene Bogen BA ist dann eine Kurve, deren Tangente in A mit dem verlängerten Halbmesser AN den Winkel $\alpha_1 = 47°$ bildet, während die Tangente in B mit dem Halbmesser OB zusammenfällt. Da die Mittelpunkte der übrigen Flügelbögen alle in der Peripherie des mit OC aus O beschriebenen Kreises liegen, so wird man dessen Peripherie von C aus in 15 Theile theilen, und von jedem Theilpunkte die entsprechende Flügelkurve beschreiben.

Um den Einlauf zu verzeichnen, trägt man in Fig. 38 und 39 $Od = R_1 = 0{\cdot}^m3$, und senkrecht darauf $dh = B = 0{\cdot}^m15$ auf, beschreibt sodann aus O und h nach Anleitung des §. 43 mit

$$r = 0{\cdot}957 R_1 = 0{\cdot}957.0{\cdot}3 = 0{\cdot}^m287$$

Kreisbögen, welche sich in o schneiden; aus diesen Punkten werden endlich mit demselben Halbmesser $r = 0{\cdot}287$ die mit der Einlaufkurve nahe zusammenfallenden Kreisbögen Oh beschrieben.

Die Konstruktion des berechneten offenen Ventilators zeigt Figur 37 im Vertikaldurchschnitt senkrecht auf die Achse, Figur 38 im Vertikaldurchschnitt, und Figur 39 im Horizontaldurchschnitt nach der Achse. Die Flügel desselben sind zwischen zwei Scheiben a und b festgenietet, von denen in letzterer die Saugöffnung sich befindet. Um den luftdichten Schluß zwischen der Saugöffnung und dem unbeweglichen Saughalse c herzustellen, wird die Saugöffnung mit einem metallenen oder schmiedeisernen Ringe d eingefaßt, welcher von außen eine eben abgedrehte Fläche besitzt, mit der er sich an die gleichfalls eben abgedrehte Stirn e des Saughalses c anschließt, ohne sie jedoch wirklich zu berühren. Diese Annäherung der beiden ebenen Flächen bis zum luftdichten Schlusse, jedoch ohne Berührung, wird leicht zu Stande gebracht mittelst der fein geschnittenen Stellschraube u, welcher die auf das entgegengesetzte Ende der Achse drückende Spannfeder w beständig entgegen wirkt, indem sie die beiden Flächen von d und e auseinander hält.

Sollten die beiden Ebenen bei e ursprünglich nicht vollkommen parallel sein, so werden dieselben mittelst Schmirgel über einander aufgerieben. Der Saughals ist mit einem Kranze versehen, um denselben durch Schrauben an die Mauerung des Verbindungskanales fest anziehen zu können. Die Achse des Ventilators ruht in zwei Lagern s und t, die von zweien, auf einer gemeinschaftlichen Bodenplatte angebrachten Ständern S und S' getragen werden, und deren Schalen wegen des genauen Aufliegens der Spindel von außen die Kugelform erhalten.

Statt der ringförmigen Erweiterung der Seitenwände des Ventilators, für welche der äußere Halbmesser $R_3 = 0{\cdot}^m9$ gefunden wurde, ist hier der Auslaufraum aus zwei vertikalen unbeweglichen Bretterwänden konstruirt, welche bis auf $1{\cdot}^m25$ über die Flügelperipherien hinausreichen; diese Konstruktion des Auslaufraumes ist leichter herzustellen, und entspricht, wie die Erfahrung lehrt, besser, als die ringförmige Erweiterung der Seitenwände des Flügelrades, die, weil sie mit rotirt, stets nur in kleinen Dimensionen ausführbar ist.

Die übrige Einrichtung dieses offenen Ventilators ist ohne weitere Erklärung aus der Figur ersichtlich.

Im Allgemeinen wird man finden, daß sich der beschriebene offene Ventilator von den gewöhnlich angewendeten unterscheidet:

a) durch die Form und Zahl der Flügel;
b) durch seine geringe Breite;
c) durch die luftdichte Verbindung zwischen Saugöffnung und Saughals; endlich
d) durch die Gestalt des Einlaufes und durch die Anwendung eines eigenen Auslaufraumes.

§. 51.

Berechnung der Zwischengrößen beim normalen Gange. Betrieb eines nach der vorausgeschickten Theorie und Berechnung ausgeführten Grubenventilators bei geänderter Zahl der Umgänge und bei geänderter Luftmenge.

Es ist von Interesse, bei dem berechneten Ventilator die Werthe der Zwischengrößen, d. i. der Zwischengeschwindigkeiten und Zwischenpressungen für den normalen Gang zu kennen; zufolge [90] ist

$$U_2 = \sqrt{\frac{R_1^2}{R_2^2} U_0^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^2}, \text{ also}$$

$$U_2 = \sqrt{\left(\frac{0{\cdot}3}{0{\cdot}5}\right)^2 100 + 0{\cdot}011 . \overline{338}^2 . \overline{0{\cdot}5}^2} = 18{\cdot}7.$$

Die absoluten Geschwindigkeiten bilden daher folgende Reihe:

U,	U_0,	U_1,	U_2,	U_3
0·8,	10,	10,	18·7,	4 Meter.

Die Manometerhöhe im Saugraume

$$h = -\,0{\cdot}^{m}04$$

nimmt wegen der Verengung des Saughalses im letzteren eine größere negative Pressung an, die sich aus [91], d. i. aus

$$h_0 = h + \frac{\delta}{2g\gamma}[U^2 - U_0^2]$$

berechnen läßt; weil $U^2 = \overline{0{\cdot}8}^2$ gegen $U_0^2 = 10^2$ verschwindet, so hat man auch

$$h_0 = h - \frac{\delta}{2g\gamma} U_0^2 = -\,0{\cdot}04 - 0{\cdot}0064 = -\,0{\cdot}0464.$$

Diesen Werth behält auch h_1 zufolge [10] bei; h_2 findet man aus [93]

$$h_2 = h + \frac{\delta}{2g\gamma}\left[U^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^2 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 U_0^2\right],$$

und weil man U^2 gegen die übrigen Größen innerhalb der Klammer vernachlässigen kann,

$$h_2 = -0{\cdot}040 + 0{\cdot}000064\left[0{\cdot}011 . \overline{338}^2 . \overline{0{\cdot}5}^2 - \left(\frac{0{\cdot}3}{0{\cdot}5}\right)^2 100\right] = -0{\cdot}022.$$

Die Manometerhöhen beſitzen daher der Reihe nach folgende Werthe:

h,	h_0,	h_1,	h_2,	h_3
$-0{\cdot}040$,	$-0{\cdot}046$,	$-0{\cdot}046$,	$-0{\cdot}022$,	0 Meter.

Innerhalb des Flügelraumes wächſt die abſolute Geſchwindigkeit von U_1 bis U_2 wie bei ruhenden Kanälen allmälig in demſelben Verhältniſſe, als die Querſchnitte S_1, S_m, S_2 der Luft abnehmen [20].

Die Preſſung erleidet aber keine Abnahme, ſondern ſie wird vielmehr gegen die äußere Peripherie allmälig größer. In dieſem gegenſeitigen Verhalten der Geſchwindigkeiten und Preſſungen innerhalb des Flügelraumes ſpricht ſich die Zunahme an lebendiger Kraft bei dem Durchſtreichen der Luft durch den Flügelraum aus.

Für die Geſchwindigkeitshöhe h_2 der Luft an der äußern Peripherie des Flügelraumes hat man zufolge [90] die Gleichung:

$$h_2 = \frac{\delta}{2g\gamma} U_2^2 = \frac{\delta}{2g\gamma} v_2^2 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \frac{\delta}{2g\gamma} U_0^2.$$

Bezeichnet man die der Peripheriegeſchwindigkeit v_2 der Flügel entſprechende ideale Manometerhöhe mit χ_2, ſo kann man ſtatt der letztern Gleichung auch ſchreiben:

$$[119] \quad . \quad . \quad h_2 = \chi_2 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 h_0.$$

Es iſt alſo die der abſoluten Luftgeſchwindigkeit U_2 entſprechende Manometerhöhe h_2 ſtets größer als die Flügelperipherie-Geſchwindigkeitshöhe χ_2; die Differenz zwiſchen beiden

$$h_2 - \chi_2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 h_0$$

ſteht im geraden Verhältniſſe mit h_0, und iſt ſtets ſehr gering, weil $\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$ ein kleiner echter Bruch iſt.

Die Preſſungshöhe h_2 an der äußern Peripherie ergibt ſich aus der Gleichung

$$h_2 + h_2 = H_2.$$

Es iſt nämlich wegen $H_2 = H_3$, und weil der Vorausſetzung zufolge $H_3 = 0$ iſt, auch

$$h_2 + h_2 = 0,$$

daher mit Rückſicht auf [119]

$$[120] \quad . \quad . \quad h_2 = -h_2 = -\left[\chi_2 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 h_0\right].$$

Beim normalen Gange iſt alſo die Preſſungshöhe h_2 in der äußern Peripherie des Flügelrades gleich der Luftge-

ſchwindigkeitshöhe h_2 daſelbſt, jedoch negativ genommen. Die aus dem Flügelraume herausgeſchleuderte Luft iſt alſo trotz ihrer bedeutenden abſoluten Geſchwindigkeit U_2, welcher die Manometerhöhe h_2 [119] entſpricht, dennoch keiner Wirkung fähig, weil dieſe Geſchwindigkeitshöhe durch die ihr vollkommen gleiche aber negative Spannungshöhe h_2 ganz aufgehoben wird. Um jedoch dieſes Aufgehen der Geſchwindigkeitshöhe in Spannungshöhe zu realiſiren, iſt es unumgänglich nothwendig, die Luft aus ihrem engen Querſchnitte S_2 allmälig in einen größeren S_3 und ſo fort in die Atmoſphäre eintreten zu laſſen. Dazu dient nun der ringförmige Auslaufraum, in welchem die Geſchwindigkeit allmälig abnimmt, die Preſſung dagegen allmälig zunimmt, bis letztere der atmoſphäriſchen nahe gleichkommt. Fehlt der Auslaufraum ganz, oder iſt deſſen Durchmeſſer zu gering, ſo entſteht eine Strömung der äußern Luft gegen den Flügelraum wegen der dort beſtehenden negativen Spannung h_2; die zwiſchen die Flügel eintretende Luft wird aber von dieſen fortgeſchleudert, und nimmt einen Aufwand von Betriebskraft in Anſpruch, der mit der zu erzielenden nützlichen Wirkung nichts gemein hat, und als reiner Effektverluſt bezeichnet werden muß.

Der Gleichung [92] zufolge iſt

$$h_2 = h + \frac{\delta}{2g\gamma} U^2 + \frac{\delta}{2g\gamma} v_2^2 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \frac{\delta}{2g\gamma} U_0^2 \text{ oder}$$

$$h_2 = h + \mathfrak{h} + \chi_2 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \mathfrak{h}_0.$$

Subſtituirt man darin den ſo eben [120] gefundenen Werth für h_2, ſo folgt:

$$-\chi - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \mathfrak{h}_0 = h + \mathfrak{h} + \chi_2 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \mathfrak{h}_0,$$

$$h + \mathfrak{h} = -2\chi_2 \text{ oder}$$

$$[121] \quad . \; . \; H = -2\chi_2,$$

wofür auch geſchrieben werden kann

$$[122] \quad . \; . \; h = -2\chi_2,$$

weil $\mathfrak{h}$ ſtets ſehr klein iſt, ſo daß es gegen h verſchwindet.

Die effektive Manometerhöhe H im Saugraume oder die Preſſungshöhe h daſelbſt hat alſo beim normalen Gange den doppelten Werth der Flügelperipherie-Geſchwindigkeitshöhe χ_2. Subſtituirt man in [122] für χ_2 den Werth $\chi_2 = \frac{\delta}{2g\gamma} v_2^2$, und darin für v_2^2 den Werth aus [71], ſo ergibt ſich:

$$[123] \quad . \; . \; h = -0{\cdot}022 \frac{\delta}{2g\gamma} n^2 R_2^2.$$

Die krumme Bahn, welche die Luft theilchen auf ihrem Wege durch den Flügelraum beſchreiben, läßt ſich mit Hilfe der bezüglichen Polarkoordinatengleichung [106] berechnen und verzeichnen; man findet nämlich die Konſtante aus [107]

$$C = -0{\cdot}900,$$

und ſo fort die Bogenlängen oder Centriwinkel aus [106]

für $R = 0{\cdot}35$, $\omega = 0{\cdot}070$ oder $4^{\circ}{\cdot}0$,
„ $R = 0{\cdot}40$, $\omega = 0{\cdot}232$ „ $13^{\circ}{\cdot}4$,
„ $R = 0{\cdot}45$, $\omega = 0{\cdot}453$ „ $26^{\circ}{\cdot}0$,
„ $R = 0{\cdot}50$, $\omega = 0{\cdot}728$ „ $41^{\circ}{\cdot}7$.

In Figur 37 ſind die beiden Kurven aa' und bb' mittelſt der berechneten Polarkoordinaten verzeichnet; der zwiſchen denſelben eingeſchloſſene Raum ſtellt die Geſtalt dar, welche ein an der inneren Peripherie in der Breite ab eintretender Luftſtrom annimmt. Wie man ſieht, erfolgt die Verengung der Querſchnitte des Luftſtromes gegen die äußere Peripherie allmälig. Die abſolute Bahn des Luftweges iſt ungefähr $0{\cdot}^{m}38$ lang.

Dieſe für den normalen Gang entwickelten Geſetze erleiden mehrfache Modifikationen, wenn man den Ventilator unter andern Bedingungen arbeiten läßt, als für welche er berechnet und konſtruirt wurde.

Die Aenderungen im Betriebe eines nach den vorausgeſchickten Grundſätzen ausgeführten Ventilators können gegenüber ſeinem normalen Gange ſich beziehen:

a) entweder auf die Zahl der Umgänge in einer Minute,
b) oder auf die Menge der in Bewegung geſetzten Luft,
c) oder auf beide dieſe Größen zugleich.

Durch dieſe Aenderungen werden nicht bloß in den einzelnen Querſchnitten die Geſchwindigkeiten der Luft zum Theil oder ganz geändert, ſondern eben ſo auch ihre Spannungen. Um die Größe dieſer Aenderungen leicht beurtheilen zu können, ſoll deren Unterſuchung nicht bloß im Allgemeinen, ſondern zugleich auch mit Rückſicht auf den im §. 48 berechneten Grubenventilator vorgenommen werden.

a) Bezieht ſich die Aenderung im Betriebe bloß auf die Zahl der Umgänge, ſoll daher die Menge $M = 2{\cdot}8$ Kubikmeter der in Bewegung geſetzten Luft der urſprünglichen gleich bleiben, ſo können die extremen Geſchwindigkeiten U und U_s keine Aenderung erleiden; denn bezüglich des Saugraumes iſt $M = AU$,

$$[124] \quad . \quad . \quad U = \frac{M}{A}.$$

Da nun der Querschnitt A des Saugraumes derselbe geblieben ist, so muß auch U seinen ursprünglichen Werth $0{\cdot}^{m}8$ beibehalten. Dasselbe gilt von U_3, denn zufolge [116] ist annäherungsweise:

$$\frac{R_3^2}{R_0^2} = \frac{U_0^2}{U_3^2} + \frac{R_2^2}{R_0^2},$$

$$\frac{U_0^2}{U_3^2} = \frac{R_3^2 - R_2^2}{R_0^2},$$

$$U_3^2 = \frac{R_0^2 U_0^2}{R_3^2 - R_2^2},$$

$$U_3 = \frac{R_0 U_0}{\sqrt{R_3^2 - R_2^2}},$$

und wenn man darin aus [2] den Werth von

$$U_0 = \frac{M}{R_0^2 \pi}$$

substituirt:

[125] . . $$U_3 = \frac{M}{R_0 \pi \sqrt{R_3^2 - R_2^2}}.$$

Da dieser Ausdruck für U_3 der Annahme gemäß lauter konstante Größen enthält, so muß auch U_3 konstant $= 4^{m}$ bleiben.

Die Spannungshöhe h im Saugraume ergibt sich aus [122] oder [123]:

$$h = -2\chi_3 = -2 \cdot \frac{\delta}{2g\gamma} v_3^2 = -0{\cdot}022 \frac{\delta}{2g\gamma} n^2 R_2^2 \text{ oder}$$

[126] . . $$h = 0{\cdot}0000014\, n^2 R_2^2.$$

In dieser Gleichung kommen außer n lauter konstante Größen vor; es hängt also h lediglich von n ab, und zwar nimmt die negative Höhe h im geraden quadratischen Verhältnisse mit der Zahl n der Umgänge zu. Läßt man den berechneten Ventilator gegen die ursprüngliche Zahl der Umgänge, also gegen $n = 338$ das eine Mal halb so viel, und das andere Mal doppelt so viel Umgänge in einer Minute verrichten, so folgt

für $n = \frac{338}{2} = 169$

$$h = -0{\cdot}0000014 \cdot \overline{169}^2 \cdot \overline{0{\cdot}5}^2 = -0{\cdot}^{m}010,$$

für $n = 2 \cdot 338 = 676$

$$h = 0{\cdot}0000014 \cdot \overline{676}^2 \cdot \overline{0{\cdot}5}^2 = -0{\cdot}^{m}160.$$

Mit Rücksicht auf die im Eingange des §. 49 angeführte und der Berechnung zu Grunde gelegte Erfahrung, daß auf je 100^{m} Streckenlänge eine Depression $= -0{\cdot}^{m}002$ erforderlich ist, folgt, daß der gegebene Ventilator bei 169 Umgängen bloß

$$l = \frac{0{\cdot}010 \cdot 100}{0{\cdot}002} = 500^{m},$$

bei 676 Umgängen dagegen

$$l = \frac{0{\cdot}159.100}{0{\cdot}002} = 7950$$

Streckenlänge zu ventiliren im Stande sei, oder was dasselbe ist, der Ventilator vermag unter der Voraussetzung einer gleichen Luftbewegung bei schnellerem Umgang mehr Hindernisse zu überwinden, als bei langsamem, und es stehen die Streckenlängen im geraden quadratischen Verhältnisse mit n.

Daß durch Aenderung der Umlaufsgeschwindigkeit der Nutzeffekt eine wesentliche Aenderung erleiden müsse, versteht sich von selbst, und folgt auch unmittelbar aus der Gleichung [89], wenn man darin für v_2^2 den Werth [71] substituirt; es ist

[127] . . $E = \frac{\delta}{g} M . 0{\cdot}011 n^2 R_2^2 = 0{\cdot}0014 n^2 R_2^2 M.$

Bei gleichbleibender Luftmenge wächst also der Nutzeffekt im quadratischen Verhältnisse mit der Zahl n der Umgänge.

Für $n = \frac{338}{2} = 169$ findet man

$E = 0\,0014 . \overline{169}^2 . \overline{0{\cdot}5}^2 . 2{\cdot}8 = 28^{km} = 0{\cdot}4$ Pferdekräfte,

und für $n = 2.338 = 676$

$E = 0{\cdot}0014 . \overline{676}^2 . \overline{0.5}^2 . 2{\cdot}8 = 465^{km} = 6$ Pferdekräfte.

b) Läßt man die ursprüngliche Zahl $n = 338$ der Umgänge in einer Minute ungeändert, stellt jedoch die Aufgabe dahin, daß der Ventilator die halbe oder die doppelte Menge Luft in Bewegung setzen soll, als ursprünglich, was offenbar eine Verengung oder Erweiterung der äußern Eintrittsöffnung der zu ventilirenden Strecken voraussetzt, so ersieht man zuerst aus [124] und [125], daß die Geschwindigkeiten U und U_2 in demselben Verhältnisse sich ändern, als die Luftmenge M. Es ist also:

für $M = 1{\cdot}4$ oder für die halbe Luftmenge

$$U = \frac{0{\cdot}8}{2} = 0{\cdot}^m4 \quad \text{und} \quad U_2 = \frac{4}{2} = 2^m,$$

für $M = 5{\cdot}6$ oder für die doppelte Luftmenge

$$U = 2.0{\cdot}8 = 1{\cdot}^m6 \quad \text{und} \quad U_2 = 2.4 = 8^m.$$

Die Spannungshöhe h im Saugraume bleibt vermöge [126] dieselbe, wie ursprünglich.

Da bei halber Windmenge die Streckengeschwindigkeit U auf die Hälfte herabsinken sollte, und da bei Verminderung der Geschwindigkeit U auf die Hälfte, nach der für die Bewegung der Luft in Röhrenleitungen bestehenden Erfahrungsgleichung (120), die Wider-

ſtandshöhe im quadratiſchen Verhältniſſe, alſo um ¼ abzunehmen hätte, ſo folgt, daß wegen der ſich gleichbleibenden Höhe h im Saugraume dafür die Streckenlänge eine vierfache gegen die urſprüngliche ſein könne, oder daß bei gleichbleibender Streckenlänge die Preſſung im Saugraume auf ¼ herabſinken müſſe.

Bei doppelter Luftmenge dagegen wächſt U auf das Doppelte, und es ſollte daher die Manometerhöhe h gegen die urſprüngliche um das Vierfache zunehmen; da ſie jedoch unverändert bleibt, ſo geht hervor, daß die Streckenlänge dafür auf den vierten Theil herabgeſetzt werden müſſe.

Die Länge der zu ventilirenden Strecken ſteht alſo bei gleicher Zahl der Umgänge im verkehrt quadratiſchen Verhältniſſe mit der Luftmenge.

Was endlich den Nutzeffekt anbelangt, ſo wächſt derſelbe wegen [127] im geraden quadratiſchen Verhältniſſe mit der Luftmenge M, weil n ungeändert bleibt.

c) Aendert man endlich bei dem gegebenen Ventilator ſowohl die Zahl der Umgänge als auch die Luftmenge, ſo ändern ſich durchgehends ſowohl die Geſchwindigkeiten U und U_1, als auch die Spannung h.

Die Geſchwindigkeiten U und U_1 wachſen im geraden Verhältniſſe mit der Luftmenge, die negative Preſſung h im Saugraume dagegen wächſt im geraden quadratiſchen Verhältniſſe mit der Zahl der Umgänge.

Die Länge der ventilirbaren Strecke erleidet jedoch, wenn man die Zahl der Umgänge in gleichem Maße wie die Windmenge vermehrt, keine Aenderung, weil ſie einerſeits im geraden quadratiſchen Verhältniſſe wachſen, andererſeits aber im quadratiſchen Verhältniſſe abnehmen ſollte.

Man kann daher auch umgekehrt ſchließen, daß bei unveränderter Streckenlänge oder bei unveränderter Preſſung im Saugraume die Zahlen der Umgänge ſich direkt wie die Luftmengen verhalten müſſen; man hat alſo für dieſen Fall:

$$[128] \quad \frac{n}{n_1} = \frac{M}{M_1} \text{ oder}$$

$$M_1 = \frac{n_1}{n} M.$$

Der Nutzeffekt endlich ſteht im geraden Verhältniſſe mit der Luftmenge und im geraden quadratiſchen Verhältniſſe mit der Zahl der Umgänge, wie ſchon aus [127] hervorgeht.

Die Aenderung der Luftmenge übt jedoch stets einen nachtheiligen Einfluß auf den Wirkungsgrad eines offenen Ventilators dadurch aus, daß die Luft an der innern Peripherie nicht ohne Stoß zwischen die Flügel eintreten kann; denn der einmal festgestellte Winkel α_1 gestattet zufolge [78] nur bei gleichbleibender Luftmenge M und ungeänderter Zahl n der Umgänge einen stoßlosen Eintritt der Luft zwischen die Flügel. In letzter Beziehung hat die Aenderung der Luftmenge nur dann keinen nachtheiligen Einfluß auf den Nutzeffekt, wenn damit eine derartige Aenderung der Umgangszahl in Verbindung steht, daß das Produkt $n\sqrt{M}$ konstant bleibt.

Wird der Saugraum gegen die Grubenstrecke abgesperrt, so folgt die innerhalb des Flügelraumes eingeschlossene Luft ganz dem Gesetze der Bewegung elastischer Körper auf vorgeschriebener krummer Bahn, und es findet daher das für den Druck F im Abstande r gefundene allgemeine Integral [37]

$$F = \frac{\delta}{2g}\Theta^2 r^2 + C$$

hier seine volle Anwendung.

Weil im vorliegenden Falle der Druck an der äußern Peripherie oder in der Entfernung R_2 dem atmosphärischen Drucke das Gleichgewicht hält, so ist

$$\text{für } r = R_2,\ F = \mathfrak{H}\gamma, \text{ daher}$$

$$\mathfrak{H}\gamma = \frac{\delta}{2g}\Theta^2 R_2^2 + C \text{ und}$$

$$C = \mathfrak{H}\gamma - \frac{\delta}{2g}\Theta^2 R_2^2 = \mathfrak{H}\gamma - \frac{\delta}{2g}v_2^2.$$

Für den Druck F in der beliebigen Entfernung r gilt daher die Gleichung:

$$F = \frac{\delta}{2g}\Theta^2 r^2 + \mathfrak{H}\gamma - \frac{\delta}{2g}v_2^2.$$

Um daraus den an der innern Peripherie des Flügelrades stattfindenden Druck zu bestimmen, muß man

$$r = R_1 \text{ und } F = (\mathfrak{H} + h_1)\gamma$$

setzen; es ist daher:

$$(\mathfrak{H} + h_1)\gamma = \frac{\delta}{2g}\Theta^2 R_1^2 + \mathfrak{H}\gamma - \frac{\delta}{2g}v_2^2,$$

$$h_1 = \frac{\delta}{2g\gamma}\Theta^2 R_1^2 - \frac{\delta}{2g\gamma}v_2^2,$$

oder wegen

$$R_1\Theta = v_1 = \frac{R_1}{R_2}v_2$$

$$h_1 = \frac{\delta}{2g\gamma}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 v_2^2 - \frac{\delta}{2g\gamma}v_2^2,$$

$$h_1 = \frac{\delta}{2g\gamma}\left(\frac{R_1^2 - R_2^2}{R_2^2}\right)v_2^2,$$

$$h_1 = -\frac{\delta}{2g\gamma}\left(\frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^2}\right)v_2^2,$$

$$h_1 = -\left(\frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^2}\right)\chi_2.$$

Da aber der Druck der Luft im Saugraume und Einlaufe dem Drucke der Luft an der innern Peripherie das Gleichgewicht hält, so folgt:

$$h = h_0 = h_1,$$

daher auch

[129] . . $$h_1 = -\frac{\delta}{2g\gamma}\left(\frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^2}\right)v_2^2 = -\frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^2}\chi_2.$$

Die Manometerhöhe h im abgeschlossenen Saugraume ist also negativ, und sie macht stets einen aliquoten Theil jener Manometerhöhe χ_2 aus, welcher der idealen Flügelperipherie-Geschwindigkeit v_2 entspricht. Sie wird nämlich absolut um so kleiner, je mehr der Flügelraum in radialer Richtung sich ausdehnt, oder je größer

$$R_2^2 - R_1^2 \text{ ist.}$$

Da der Bruch

$$\frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^2} = 1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$$

stets ein echter ist, so folgt, daß h immer kleiner als χ_2 ist, daß sich aber h um so mehr der Geschwindigkeitshöhe χ_2 nähert, je größer der Flügelraum in radialer Richtung ist, ohne jedoch χ_2 zu erreichen.

§. 52.

Nothwendigkeit von Versuchen. Vorgang bei den wirklich abgeführten Versuchen und Beschreibung der dabei angewendeten Hilfsapparate.

Bei der Entwicklung der speziellen Formeln zur Berechnung der Hauptverhältnisse eines offenen Grubenventilators wurde von den Hindernissen ganz abstrahirt, welche die Luft auf ihrem Wege durch den Ventilator zu überwinden hat. Es ist daher auch natürlich, daß sich bei einem nach diesen Formeln berechneten und konstruirten Ventilator die einzelnen Geschwindigkeiten und Pressungen in der Wirklichkeit anders gestalten werden, als dieß vom rein theoretischen Standpunkte der Fall sein sollte. Um daher die obigen Formeln praktisch brauchbar zu machen, ist es nothwendig, an einem darnach gebauten Ventilator die wirklichen Erscheinungen genau zu beobachten, und

darnach dieſe Formeln zu korrigiren. Zu dieſem Behufe wurde 1856 bei dem k. k. Gußwerke zu Mariazell im Auftrage der Bergweſens-Sektion des hohen k. k. Finanzminiſteriums der im Vorhergehenden berechnete und in Figur 37, 38 und 39 dargeſtellte Grubenventilator aufgeſtellt, und mit den erforderlichen Hilfsapparaten ausgeſtattet. Zu den letzteren gehören namentlich:

1. Ein gegen 13 Meter langer hölzerner Schlauch (Fig. 40, 41 und 42), welcher den Saugraum oder das äußerſte Ende der Grubenſtrecken repräſentirt, und mit dieſen einen gleichen Querſchnitt beſitzt, da am weiten Ende ſein Durchmeſſer $D = 2{\cdot}^{m}11$ mißt, und daher

$$A = 0{\cdot}785\, D^2 = 3{\cdot}5 \text{ □ Meter}$$

beträgt, wie dieß oben vorausgeſetzt wurde. Dieſer cylindriſche, $5{\cdot}^{m}7$ lange Theil des Schlauches ſteht einerſeits mit dem Saughalſe des Ventilators durch einen koniſchen, gleichfalls hölzernen Schlauch von $7{\cdot}^{m}55$ Länge in Verbindung, deſſen Seiten eine Neigung von $\frac{1}{10}$ der Länge beſitzen, ſo daß alſo der Uebergang der beiden Querſchnitte als ein allmäliger bezeichnet werden kann; andererſeits war der cylindriſche Theil des Schlauches mit einem flachen Boden a geſchloſſen, in welchen eine größere Zahl von Löchern von 1 und 2 Zoll im Durchmeſſer angebracht waren, um durch deren theilweiſes Oeffnen oder Schließen die zu bewegende Luftmenge beliebig reguliren zu können.

Die Hinderniſſe, welche die Luft beim Einſtrömen durch dieſe Bodenlöcher zu überwinden hat, ſtellen demnach die ſonſt in der Grube vorhandenen Hinderniſſe vor, welche dort die Bewegung der Luft erſchweren, und daher eine gewiſſe Luftverdünnung im Saugraume erfordern.

An folgenden Punkten des Schlauches und des Ventilators wurden Manometer angebracht und beobachtet:

a) am cylindriſchen Theile des Schlauches bei A;

b) am koniſchen Theile desſelben zunächſt des Saughalſes bei B.

An dieſen beiden Stellen waren eiſerne Röhren von $0{\cdot}^{m}02$ im Durchmeſſer in der Art eingeſteckt, daß die eine bloß durch die Holzwand des Schlauches, die andere aber bis zur Achſe desſelben reichte; letztere war überdieß in der Richtung gegen den Wind unter einem rechten Winkel umgebogen, um die effektive Manometerhöhe daſelbſt zu beobachten.

c) An der Bretterwand, welche den Auslaufraum beiderſeits einſchließt, und zwar zunächſt der äußeren Peripherie des Flügelrades.

Auch hier wurde der Manometerstand senkrecht auf den Windstrom und gegen denselben beobachtet, um h_2 und H_2 zu ermitteln.

Zur Bestimmung der Luftpressung an den bezeichneten Punkten diente ein gewöhnliches gläsernes Wassermanometer (Fig. 43), welches an die äußere Mündung der eingesetzten Röhrenstücke mit dem daran angeschobenen Korkpfropfe angesteckt wurde.

Aus der bei A beobachteten negativen Manometerhöhe $h = H$ und aus der Zahl N der offen gewesenen Löcher läßt sich die in den Schlauch einströmende Luftmenge für jeden Versuch leicht berechnen.

In der allgemeinen, für jede Oeffnung giltigen Formel

$$m = kac$$

muß für den vorliegenden Fall der Koeffizient

$$k = 0{\cdot}74$$

gesetzt werden, weil man es hier mit cylindrischen Löchern zu thun hat; ferner ist

$$a = 0{\cdot}785\,d^2,$$

wenn d den Durchmesser der in den Boden gebohrten Löcher bezeichnet; endlich hat man nach (107)

$$c = 125\sqrt{H}, \text{ daher}$$

$$m = 0{\cdot}74 . 0{\cdot}785\,d^2, 125\sqrt{H},$$

[130] . . $$m = 72{\cdot}6\,d^2\sqrt{H}.$$

Diese Luftmenge mit der Zahl N der offenen Löcher multiplizirt, gibt die ganze vom Ventilator durch den Schlauch eingesaugte Luftmenge M in einer Sekunde, oder

[131] . . $$M = 72{\cdot}6\,N\,d^2\sqrt{H}.$$

Dieses Resultat läßt sich für jeden einzelnen Versuch dadurch kontrolliren, daß man aus der bekannten Geschwindigkeitshöhe im Saughalse, nämlich aus

$$h_0 = H_0 - h_0,$$

die Geschwindigkeit U_0 daselbst

$$U_0 = \sqrt{\frac{2g\gamma}{\delta} h_0} = 125\sqrt{H_0 - h_0}$$

berechnet, und diese mit dem Querschnitte des Saughalses

$$A_0 = \frac{D^2\pi}{4} = 0{\cdot}785\,D^2 = 0{\cdot}785 . 0{\cdot}6^2 = 0{\cdot}283$$

multiplizirt. Es ist daher:

$$M_0 = 0{\cdot}283 . 125\sqrt{H_0 - h_0} \text{ oder}$$

[132] . . $$M_0 = 35{\cdot}4\sqrt{H_0 - h_0}.$$

Da die Differenz $H_0 - h_0$ immer nur einige Millimeter beträgt, und auf dieselbe die unvermeidlichen Beobachtungsfehler einen bedeu-

tenden Einfluß ausüben, so muß das Resultat der Formel [132] in Bezug auf Genauigkeit jenem mittelst der Formel [130] erlangten stets nachgesetzt werden.

Die auf diese ganz verschiedene Art nach [132] berechnete Luftmenge stimmt jedoch bei den meisten Versuchen mit der aus [130] sich ergebenden in der That ziemlich genau überein. Auf diese Weise hat man die Luftmenge M, welche bei den bisher mit Grubenventilatoren abgeführten Versuchen nur mit bedeutender Unverläßlichkeit, nämlich meistens mit Hilfe eines Anemometers, ermittelt wurde, möglichst genau festgestellt, was von Wichtigkeit ist, weil dieselbe bei Beurtheilung des Nutzeffektes einen wesentlichen Faktor bildet, wie aus [42] und [87]

$$E = M(H_s - H)\gamma$$

hervorgeht; denn von den übrigen in dieser Gleichung vorkommenden Größen sind

$$H_s = 0 \quad \text{und} \quad \gamma = 1000,$$

bekannt, und H kann mittelst des bei A aufgestellten Manometers mit großer Genauigkeit beobachtet werden.

2. Ein Einschaltungs-Dynamometer von der Konstruktion, wie solche in der österreichischen Zeitschrift für Berg- und Hüttenwesen vom Jahre 1855, pag. 17 von mir näher beschrieben und motivirt wurde.

Derselbe besteht aus drei Getriebrädern, m, o und n (Fig. 44 und 45) von 1 Wr. Fuß = $0^{m}316$ im Durchmesser, deren Achsen alle in derselben horizontalen Ebene liegen. Die Achsen a, b der beiden äußersten Räder m und n laufen in Lagern, die auf der festgestellten Rahme S befestigt sind; die Lager der mittlern Getriebachse o dagegen befinden sich auf einer besondern Rahme R, die innerhalb der fixen Rahme S frei spielt, und einerseits von den Charnieren d, andererseits aber von dem auf die Schnellwage W aufgehängten Gelenke f getragen wird. Die Charnierachsen d sowohl als auch der Aufhängepunkt f liegen mit den drei Getriebradachsen in derselben horizontalen Ebene. Auf den beiden Achsen a und b sind überdieß Riemenrollen g und h aufgekeilt, und das Instrument wird in der Art zwischen die Triebrolle und den Ventilator eingeschaltet, daß die beiden Riemenrollen g und h mit der Trieb- und Ventilatorrolle in eine und dieselbe Vertikalebene zu liegen kommen, und daß durch den Transmissionsriemen XX_1 die Rolle g, durch den über h geschlagenen Riemen YY_1 dagegen die Rolle des Ventilators getrieben wird.

Drehen ſich die Riemenſcheiben in der durch Pfeile in Figur 44 angedeuteten Richtung, ſo erleiden die Zähne des mittleren Rades an den gegenüberliegenden Eingriffspunkten einen gleichen Druck = p nach abwärts, der einerſeits durch die drehende Kraft des Transmiſſionsriemens, andererſeits durch den Widerſtand des Ventilators bei deſſen Umdrehen hervorgerufen wird. Der hieraus entſpringende, auf die mittlere ſchwebende Achſe ausgeübte Druck iſt deßhalb = 2p, und wenn cf = cd gemacht wird, ſo erleidet der Punkt f des einarmigen Hebels fd nach abwärts einen Druck = p. Dieſen Druck zeigt alſo die Schnellwage unmittelbar an, vorausgeſetzt, daß ſie vorher durch ein Gewicht bei q oder q' gehörig äquilibrirt wurde, ſo daß das einſeitige Gewicht der Rahme ſammt Getriebrad o den Wagbalken der Schnellwage nach Beſeitigung des Laufers Q in die horizontale Lage verſetzt. Bei dem für die Verſuche verwendeten Dynamometer betrug das Ausgleichgewicht bei q' vier Wiener Pfunde.

Zur bequemern Ermittlung des durch die Schnellwage angegebenen Druckes iſt dieſelbe mit einer mathematiſchen Eintheilung verſehen, d. h. die Theilſtriche derſelben ſind in Abſtänden angebracht, welche das 1, 2, 3, 4, . . . nfache von xy ſind. Um bei dieſer Einrichtung den auf die Schnellwage bei f wirkenden Druck p zu erhalten, braucht man bloß das Gewicht Q des Läufers mit der Zahl α des betreffenden Theilſtriches an dem Wagbalken zu multipliziren, oder es iſt

$$p = \alpha Q.$$

Aus dem zwiſchen den Zähnen der Getriebräder ſtattfindenden und auf dieſe Weiſe bekannten Drucke p findet man ſodann die mittelſt derſelben übertragene Arbeit, wenn man die Geſchwindigkeit c im Theilriſſe dieſer Räder mit p multiplizirt, oder es iſt

$$\mathfrak{E} = pc \text{ Kil.-Meter.}$$

Die Geſchwindigkeit c ergibt ſich aber aus der Zahl N' der Umgänge der Achſe c in einer Minute, welche an dem Schraubenrade Z (Fig. 45) leicht beobachtet werden kann; es iſt nämlich, wenn d den gemeinſchaftlichen Durchmeſſer der drei gleichen Getriebräder bezeichnet:

$$c = \frac{N'.d\pi}{60} = 0{\cdot}0523\,N'd.$$

Hieraus folgt der Arbeitseffekt der Transmiſſion:

[133] . . $\mathfrak{E} = 0{\cdot}0523\,N'dp.$

Wegen d = 1 Fuß = $0{\cdot}^{m}316$ iſt für das in Anwendung gebrachte Inſtrument:

[134] . . $\mathfrak{E} = 0{\cdot}0165\,N'p = 0{\cdot}0165\,\alpha\,N'Q.$

Aus der Zahl N' der Umgänge des mittlern Getriebrades in einer Minute und aus dem von der Schnellwage angegebenen Drucke p läßt ſich alſo mit Hilfe dieſer Formel der Effekt E der Transmiſſion ſchnell berechnen.

Der Quotient

$$[135] \quad . \quad . \quad \frac{E}{\mathfrak{E}} = \nu$$

liefert ſodann den Wirkungsgrad des Ventilators.

Um das Spiel der in die Schnellwage eingehängten Rahme R in vertikaler Richtung zu beſchränken, und den normalen Eingriff der Räder ſicher zu ſtellen, dient der Querriegel t, auf welchen die Rahme R bei ihrer Bewegung nach abwärts aufſchlägt; dieſer Riegel verhindert aber noch das übermäßige Aufſteigen der Rahme R, indem die an dem verlängerten Charnierbolzen f befindliche Schraubenmutter v von unten darauf anſtößt.

Dieſes Dynamometer hat einen entſchiedenen Vorzug vor allen übrigen wegen ſeiner Einfachheit und Empfindlichkeit; vor dem Bremsdynamometer aber insbeſondere deßhalb, weil es die Arbeit ſtets während des Betriebes der betreffenden Maſchinen angibt, und weil es ſich überall leicht anbringen läßt.

§. 53.

Reſultate der Verſuche mit dem nach obiger Berechnung gebauten Grubenventilator. Erfahrungs-Koeffizienten.

Mit dem nach Figur 37, 38 und 39 gebauten Grubenventilator mit einwärts gekrümmten Flügeln und mit fixen Auslaufwänden aus Brettern, wurden im k. k. Gußwerke bei Mariazell zahlreiche Verſuche in der beſchriebenen Weiſe abgeführt, deren Hauptreſultate in der nachſtehenden Tabelle zuſammengeſtellt erſcheinen.

I. Verſuchsreihe.

Grubenventilator, 1m im Durchmeſſer, mit einwärts gekrümmten Flügeln und Auslaufwänden.

Verſuchs-	Depreſſions-Höhen	Luftmenge in einer Sekunde		Umgänge in 1 Minute	Betriebskraft	Nutzeffekt	Wirkungsgrad	Manometerhöhe			
								am Hals		an der Peripherie	
	h = H	M	M_0	n'	C	E	ν	H_0	h_0	H_2	h_2
Nro.	Meter	Kub.-Met.		Zahl	Kil.-M.		Zahl	Meter			
1	−0·021	1·48	1·59	360	135	31	0·23	−0·021	−0·023	+0.006	−0·025
2	−0·025	1·07	1·13	360	124	27	0·22	−0·025	−0·026	+0·006	−0·027
3	−0·031	1·20	1·13	410	182	37	0·20	−0·032	−0·033	+0·009	−0·035
4	−0·046	1·45	1·59	500	238	67	0·28	−0·045	−0·047	+0·015	−0·054
5	−0·054	1·34	1·59	555	268	73	0·25	−0·054	−0·056	+0·008	−0·045
6	−0·060	1·42	1·59	580	312	85	0·27	−0·060	−0·062	+0·020	−0·055
7	−0·012	1·84	2·23	350	119	22	0·19	−0·012	−0·016	+0·011	−0·022
8	−0·018	1·80	1·59	355	138	32	0·24	−0·018	−0·020	+0·008	−0·021
9	−0·038	1·99	1·94	495	257	76	0·29	−0·039	−0·042	+0·016	−0·048
10	−0·048	2·02	2·23	550	344	97	0·28	−0·047	−0·051	+0·020	−0·048
11	−0·052	2·10	2·23	580	381	109	0·29	−0·054	−0·058	+0·023	−0·056
12	−0·024	2·76	2·97	495	357	66	0·19	−0·025	−0·032	+0·022	−0·040
13	−0·032	2·40	2·23	490	282	77	0·27	−0·034	−0·038	+0·020	−0·040
14	−0·039	2·48	2·51	545	366	97	0·27	−0·040	−0·045	+0·026	−0·051
15	−0·043	2·61	2·73	580	412	112	0·27	−0·044	−0·050	+0·028	−0·057
16	−0·0005	.	2·73	350	121	.	.	0·000	−0·006	+0·009	−0·016
17	−0·001	.	3·86	500	295	.	.	0·000	−0·012	+0·012	−0·033

Die mit M_0 bezeichnete zweite Kolonne für die durch den Schlauch in einer Sekunde durchſtrömende Luftmenge iſt aus der Geſchwindigkeitshöhe $h_0 = H_0 - h_0$ im Saughalſe nach [132] berechnet, und dient bloß zur beiläufigen Kontrolle der in die erſte Kolonne unter M eingetragenen Luftmenge, welche aus der Depreſſionshöhe h = H im Schlauche oder Saugraume in Verbindung mit der Zahl N und dem Durchmeſſer d der im Schlauchboden offen geweſenen Löcher nach [131] ſich ergibt.

Man ſieht, wie bereits oben bemerkt wurde, daß beide Reſultate ziemlich nahe übereinſtimmen. Bei der vierten Verſuchsgruppe wurde der ganze Schlauchboden abgenommen, ſo daß die atmoſphäriſche Luft unmittelbar in den Schlauch eintreten konnte. Auch für dieſen Fall ließe ſich die Luftmenge aus H berechnen, wenn man in [130] für d den äußern Durchmeſſer des Schlauches = 2·m11 ſubſtituirt. Da jedoch

die Manometerhöhen wegen ihres sehr kleinen Werthes nur sehr ungenau abgenommen werden konnten, so läßt sich darauf keine Berechnung von M basiren. Verläßlicher dagegen ist für diesen Fall das für M_0 aus [132] sich ergebende Resultat, da die Höhen h_0 einen bedeutenden Werth besitzen, dessen Beobachtung mit mehr Sicherheit sich vornehmen läßt.

Die Depressionshöhen H und h, welche am cylindrischen Theile des Schlauches beobachtet wurden, differirten stets so wenig, daß sie als praktisch gleich angesehen werden mußten; denn die Geschwindigkeit U im Schlauche war in den meisten Fällen zu gering, um auf den Stand des Manometers einen merklichen Einfluß üben zu können.

Die in der vorstehenden Tabelle enthaltenen Daten bilden zwar nicht ganz regelmäßige Reihen, allein die Unregelmäßigkeiten sind keineswegs von Bedeutung, und lassen sich leicht aus der Schwierigkeit erklären, alle auf die bezüglichen Resultate Einfluß nehmenden Größen mit der erforderlichen Schärfe abzunehmen. Dieß gilt nicht bloß von den Manometerhöhen, sondern auch von den Umgängen, dynamometrischen Gewichten, &c.

Man entnimmt aus dieser Tabelle, daß die **höchsten Wirkungsgrade** nur bei jenen Versuchen erreicht wurden, deren Depressionshöhen h und Luftmengen M nicht zu viel von jener Depressionshöhe $h = -0{\cdot}04$ und Luftmenge

$M = 2{\cdot}8$ Kub.-Met. abweichen, für welche der Ventilator berechnet wurde.

Die Zahl n' der Umgänge nimmt aber einen bedeutend höhern Werth an, als solcher für den angenommenen Halbmesser $R_2 = 0{\cdot}5$ aus der Formel [111] bestimmt wurde, aus der sich $n = 338$ ergab. Um die der verlangten Luftmenge $M = 2{\cdot}8$ Kub.-Meter und der Depressionshöhe $h = -0{\cdot}04$ entsprechende **wirkliche Umgangszahl** n' aus den vorliegenden Versuchsdaten näherungsweise festzustellen, sind in der nachstehenden Tabelle alle jene Versuche, nach den Luftmengen geordnet, eingetragen, bei welchen h nahe $= -0{\cdot}^m04$ beobachtet wurde; dabei sind auch die Resultate einer zweiten Reihe von Versuchen berücksichtigt, welche mit demselben Ventilator unter ganz gleichen Umständen abgeführt, hier aber der Kürze wegen nicht speziell aufgenommen wurden.

Berufungs-Nro.	h	M	n'
22	— 0·045	0·90	455
4	— 0·046	1·45	500
35	— 0·040	1·71	510
9	— 0·038	1·99	495
14	— 0·039	2·48	545
15	— 0·043	2·61	580
41	— 0·041	2·65	595

Aus dieſer Zuſammenſtellung entnimmt man, daß die verlangte Luftmenge $M = 2·8$ mit einer Depreſſionshöhe $h = -0·04$ erſt ungefähr bei $n' = 600$ Umgängen in einer Minute erreicht wurde. Da man aber die Zahl n der Umgänge auf 338 berechnet hat, ſo folgt, daß die wirkliche Zahl der Umgänge

$$[136] \quad . \; . \quad n' = \tfrac{600}{338}\, n = 1·77\, n$$

ſein müſſe; d. h. das Flügelrad muß, um die verlangte Wirkung zu erzielen, um 77 Prozent mehr Umgänge verrichten, als dieß die Theorie erfordert, in welcher von den Hinderniſſen abgeſehen wurde.

Der Wirkungsgrad berechnet ſich in den der Aufgabe zunächſt ſtehenden Verſuchsfällen auf

$$[137] \quad . \; . \quad \nu = \frac{E}{\mathfrak{E}} = 0·28,$$

alſo auf 28 Prozent; es iſt demnach der Effekt der Betriebskraft:

$$[138] \quad . \; . \quad \mathfrak{E} = \frac{E}{0·28} = 3·6\, E,$$

d. h. die Betriebsarbeit iſt 3·6 Mal größer als die Leiſtung des Ventilators.

Dieſer Wirkungsgrad iſt zwar gegenüber dem Wirkungsgrade anderorts ausgeführter ſaugender Centrifugal-Ventilatoren, bei welchen $\nu = 0·20$ bis $0·22$ gefunden wurde, ziemlich günſtig; er würde jedoch wahrſcheinlich auffallender von letzterem Reſultate ſich unterſcheiden, wenn die anderorts abgeführten Verſuche unter gleichen Umſtänden Statt gefunden hätten. Da zu letzteren überall nur im Betriebe ſtehende Grubenventilatoren verwendet wurden, welche die Wetterzirkulation in einem Grubengebäude zu bewirken hatten, ſo tritt bei allen

damit abgeführten Verſuchen der natürliche Luftzug beirrend auf, welcher die Wirkung des aufgeſtellten Ventilators bedeutend unterſtützen kann, wenn letzterer, wie dieß meiſtens der Fall iſt, in der Richtung des natürlichen Wetterzuges aufgeſtellt wird.

Es bleibt aber doch immer ſehr auffallend, warum das oben angeführte Reſultat ſich nicht noch bedeutend günſtiger herausſtellte.

Ich dachte die Urſache darin zu finden, daß der Raum

$$R_2 - R_1 = 0{\cdot}5 - 0{\cdot}3 = 0{\cdot}^m2,$$

innerhalb deſſen die Aenderung der Geſchwindigkeit $U_1 = U_0 = 10^m$ auf $U_2 = 18{\cdot}^m7$ (§. 51) vor ſich geht, d. i. der Flügelraum, radial gemeſſen, eine zu geringe Ausdehnung beſitzt, ſo daß darin nicht jener allmälige Uebergang der Geſchwindigkeit Statt findet, wie ſolcher von der Theorie verlangt und vorausgeſetzt wird; es wäre demnach vortheilhafter geweſen, unter den aus [111] berechneten Kombinationen zwiſchen n und R_2 eine ſolche zu wählen, bei welcher R_2 einen größern, n dagegen einen kleinern Werth hätte, etwa

$$R_2 = 1{\cdot}0 \quad \text{und} \quad n = 169,$$

wo dann

$$R_2 - R_1 = 1{\cdot}0 - 0{\cdot}3 = 0{\cdot}^m7,$$

alſo bedeutend größer ausgefallen wäre.

Dieſe Anſicht gewinnt an Bedeutung, wenn man für beide Fälle nach [106] die Bahnen verzeichnet, welche die Lufttheilchen bei ihrer Bewegung durch den Flügelraum beſchreiben. Figur 37 läßt die Form des Luftſtromes innerhalb des Flügelraumes für den verſuchten Ventilator erſehen; für den größeren Ventilator dagegen iſt in Figur 46 der Luftſtrom nach demſelben Verfahren wie in Figur 37 eingezeichnet, indem in [106] $R_2 = 1$, $R_1 = 0{\cdot}3$, $v_2 = 17{\cdot}7$, $U_0 = 10$ und $\varrho = 3{\cdot}213$ geſetzt wurde, wofür nach [107] die Konſtante $C = -0{\cdot}050$ ſich berechnet. Man ſieht aus den beiden Figuren 37 und 46, daß bei dem größeren Ventilator die Aenderung der Geſchwindigkeiten auf einem längern Wege $= 2{\cdot}^m4$, alſo mehr allmälig vor ſich gehe, als dieß bei dem kleinern der Fall iſt, wo ſie auf dem kurzen Wege $= 0{\cdot}^m38$ Statt findet. Um im Wege der Erfahrung die Richtigkeit des obigen Erklärungsgrundes zu erproben, wurde dieſe aus [111] berechnete letzte Kombination

$$R_1 = 1 \quad \text{und} \quad n = 169$$

zur Vornahme von Gegenverſuchen ausgewählt. Der darnach konſtruirte und in Figur 46 dargeſtellte Ventilator hat 30 Flügel, und wurde der leichtern Ausführung wegen in einem Stücke gegoſſen. Die Er-

gebniſſe der 26 mit dieſem Ventilator abgeführten Verſuche ſind in der nachſtehenden Tabelle enthalten.

II. Verſuchsreihe.

Grubenventilator, 2m im Durchmeſſer, mit einwärts gekrümmten Flügeln und Auslaufwänden.

Verſuchs-	Depreſſions-Höhe	Luftmenge in einer Sekunde		Umgänge in einer Minute	Betriebskraft	Nutzeffekt	Wirkungsgrad	Manometerhöhe			
								am Hals		an der Peripherie	
	h = H	M	M_0	n'	E	E	ν	H_0	h_0	H_2	h_2
Nro.	Meter	Kub.-Met.		Zahl	Kil.-M.		Zahl	Meter			
1	—0·049	.	.	270	270	.	.	—0·049	—0·049	0·015	—0·025
2	—0·059	.	.	295	419	.	.	—0·059	—0·059	0·020	—0·032
3	—0·029	0·72	.	209	209	21	0·10	—0·029	—0·030	0·007	—0·020
4	—0·048	0·93	.	265	320	45	0·14	—0·047	—0·050	0·019	—0·034
5	—0·051	0·96	.	275	307	49	0·16	—0·051	—0·051	0·021	—0·032
6	—0·025	1·37	.	205	236	34	0·14	—0·025	—0·026	0·007	—0·028
7	—0·058	1·02	.	300	369	59	0·16	—0·058	—0·059	0·028	—0·040
8	—0·058	1·02	.	295	542	59	0·11	—0·058	—0·059	0·023	—0·044
9	—0·069	1·11	.	320	525	77	0·15	—0·069	—0·070	0·030	—0·045
10	—0·015	2·18	.	205	284	33	0·12	—0·015	—0·020	0·013	—0·035
11	—0·020	1·85	.	205	262	37	0·14	—0·020	—0·023	0·006	—0·032
12	—0·042	1·75	.	260	403	74	0·19	—0·041	—0·044	0·018	—0·048
13	—0·044	1·88	.	275	383	83	0·22	—0·044	—0·047	0·020	—0·047
14	—0·050	1·91	.	290	624	96	0·16	—0·050	—0·054	0·022	—0·058
15	—0·053	1·97	.	300	501	105	0·21	—0·054	—0·059	0·027	—0·059
16	—0·059	2·07	.	320	602	122	0·20	—0·059	—0·064	0·030	—0·065
17	—0·025	2·80	.	255	467	70	0·15	—0·025	—0·032	0·019	—0·058
18	—0·026	2·87	.	263	490	74	0·15	—0·026	—0·035	0·019	—0·058
19	—0·033	2·39	.	255	434	79	0·18	—0·032	—0·038	0·018	—0·053
20	—0·035	2·46	.	270	461	86	0·19	—0·035	—0·042	0·019	—0·055
21	—0·040	2·72	.	288	656	109	0·17	—0·040	—0·048	0·023	—0·060
22	—0·043	2·72	.	300	596	117	0·19	—0·043	—0·050	0·023	—0·067
23	—0·031	3·12	.	288	704	97	0·14	—0·031	—0·041	0·025	—0·072
24	—0·033	3·23	.	300	655	107	0·16	—0·033	—0·042	0·025	—0·074
25	—0·042	3·64	.	325	854	153	0·18	—0·039	—0·054	0·030	—0·090
26	—0·055	3·09	.	330	846	170	0·20	—0·052	—0·063	0·029	—0·080

Wie aus der Rubrik der Wirkungsgrade zu erſehen iſt, ſo hat die obige Anſicht durch dieſe Verſuche ſich nicht beſtätigt; vielmehr iſt der Wirkungsgrad für die der Aufgabe zunächſt liegenden Fälle auf ungefähr 20% herabgegangen.

Dagegen bestätigen diese Versuche die Richtigkeit des oben gefundenen Erfahrungskoeffizienten für die Zahl n' der wirklich zu verrichtenden Umgänge in einer Minute; denn ordnet man wieder die Versuche, bei welchen die Depression im Saugraume der verlangten $h = -0{\cdot}^{m}04$ nahe liegt, nach der Luftmenge, wie dieß die nachstehende Tabelle entnehmen läßt:

Berufungs-Nro.	h	M	n'
12	— 0·042	1·75	260
13	— 0·044	1·88	275
21	— 0·040	2·72	288
22	— 0·043	2·72	300
25	— 0·042	3·64	325

so gelangt man zu dem Resultate, daß ungefähr 300 Umgänge in einer Minute der gestellten Aufgabe Genüge leisten; es folgt also übereinstimmend mit [136]

$$n' = \frac{300}{169} n = 1{\cdot}77\, n.$$

Bei beiden Ventilatoren ist also zur Erzielung einer gleichen Wirkung dieselbe Peripheriegeschwindigkeit nothwendig, weil die Zahl der Umgänge im verkehrten Verhältnisse mit dem Halbmesser steht.

Daß die Ursache des geringeren Wirkungsgrades bei dem größern Flügelrade nicht etwa in der durch dessen größeres Gewicht vermehrten Reibung gelegen sei, davon kann man sich durch eine Berechnung derselben in beiden Fällen leicht überzeugen. Der Effektverlust in Folge der aus dem Gewichte entspringenden Reibung läßt sich nämlich ausdrücken durch

$$e = \frac{n\, d\, \pi\, f\, Q}{60} = \frac{n\, d\, f\, Q}{19} \text{ Kil.-Meter,}$$

wenn d den Durchmesser der Wellzapfen,

f den Reibungskoeffizienten,

Q das von der Welle getragene Gewicht bedeutet.

Für beide Versuche war $d = 0{\cdot}^{m}06$; ferner hat man gefunden:

für das kleine Flügelrad:

$$Q = 280 \text{ Kil. und } n = 600,$$

für das größere:

$$Q = 881 \text{ Kil. und } n = 300.$$

Setzt man $f = 0{\cdot}1$, so folgt:
für das kleine Flügelrad:

$$e = 52 \text{ Kil.-Meter},$$

für das größere:

$$e = 83 \text{ Kil.-Meter}.$$

Da nun die ganze Betriebskraft zufolge der Versuche 15 I. und 22 II.

im ersten Falle = 412 Kil.-Meter,
im zweiten „ = 596 Kil.-Meter

betragen hat, so verbleibt nach Abschlag der Reibungswiderstände an Betriebskraft:

im ersten Falle 412 — 52 = 360 Kil.-Meter.,
im zweiten „ 596 — 83 = 513 Kil.-Meter.

Werden nun die letzten Werthe mit den bezüglichen Nutzeffekten in's Verhältniß gesetzt, so ergibt sich der Wirkungsgrad

für das kleinere Flügelrad $\frac{112}{360} = 31$,
für das größere „ $\frac{117}{513} = 23$.

Es stellt sich also selbst nach Abschlag des aus dem ungleichen Gewichte der Flügelräder entspringenden Reibungseffektes der Wirkungsgrad für das größere Flügelrad ungünstiger heraus, als für das kleinere.

Daß aber diese Resultate sich nicht wenigstens nahe gleich kommen, mag seinen Grund in bloß zufälligen Umständen haben; als solche können bei dem größern Flügelrad bezeichnet werden: ein bedeutend größerer Reibungskoeffizient als $f = 0{\cdot}1$, worauf schon die nach dem Versuche etwas angegriffenen Zapfenlager hindeuten; ferner ein verhältnißmäßig kleiner Auslauf beim großen Ventilator, indem die Auslaufwände nach zwei Seiten nur $0{\cdot}^m7$, nach oben $0{\cdot}^m9$, nach unten $0{\cdot}^m25$ über die Peripherie vorstanden, während bei dem kleinen Flügelrad die Wände seitwärts $1{\cdot}^m2$, nach oben $1{\cdot}^m0$, nach unten $0{\cdot}^m8$ über die Flügelperipherie hinausreichten.

Auffallend bleibt es aber immer, daß überhaupt der Wirkungsgrad nicht höher ausfällt, obwohl bei der Konstruktion des versuchten Ventilators den Anforderungen der Theorie möglichst Rechnung getragen wurde. Der Grund mag wahrscheinlich darin liegen, daß man bei der Konstruktion des Einlaufes mit Rücksicht auf möglichste Kompendiosität des Ventilators in [46] den Werth von $R_1 = R_0$ gesetzt, und die Krümmungskurve nach [48] Figur 30 bestimmt hat.

Bei dieser Konstruktion wird die Luft gezwungen, um den Punkt D einen stark gekrümmten Weg zu beschreiben, was zur Wirbel-

bildung Anlaß gibt, während sonst, wenn man den Halbmesser $R_1 = 2R$ angenommen und den Einlauf nach Figur 29 oder 31 mit Benützung von [47] oder [52] konstruirt hätte, die Lufttheilchen auf ihrem Wege in den Flügelraum eine sanfte Wendung machen würden, bei welcher ein weit geringerer Verlust an Nutzeffekt Statt finden müßte. Dieser Verlust an Nutzeffekt beim Eintritte der Luft in den Flügelraum hat zur Folge, daß das Flügelrad eine größere Zahl von Umgängen verrichten muß, als sonst theoretisch genommen erforderlich wären.

Diese Steigerung der Umgangszahl wirkt wieder nachtheilig auf den Wirkungsgrad, indem der Eintrittswinkel α_1, welcher vermöge [78] und [112] nach der theoretischen Zahl n der Umgänge festgestellt wurde, bei gleicher Windmenge M wegen der geänderten Zahl n nicht mehr dem Zwecke Genüge leistet, den Eintritt der Luft in den Flügelraum ohne Stoß zu bewerkstelligen. So z. B. sollte für das kleine Flügelrad bei 600 Umgängen nach [112]

$$\text{tang}\,\alpha_1 = 0{\cdot}0019\,n\sqrt{M} = 0{\cdot}0019.600\sqrt{2{\cdot}8} = 1{\cdot}902,$$

$$\text{also}\quad \alpha_1 = 62^\circ\,20'$$

betragen, während dieser Winkel in der Konstruktion $= 47^\circ$ angenommen ist. Figur 48 und 49, Tafel IV., läßt die Einrichtung eines Grubenventilators ersehen, wie solcher nach diesen zuletzt gegebenen Andeutungen konstruirt sein sollte, um der in §. 49 gestellten Aufgabe ($M = 2{\cdot}8$, $H = 0{\cdot}4$) noch besser zu genügen, als dieß bei dem in Figur 37, 38 und 39 dargestellten und bei den Versuchen angewendeten Ventilator der Fall war.

Ueber die an den verschiedenen Punkten beobachteten Manometerhöhen, wie solche in der Tabelle I. und II. eingetragen sind, mag noch Folgendes bemerkt werden:

1) Die effektive Höhe H_0 im Halse ist der effektiven Höhe H im Schlauche gleich, wie dieß auch sein muß, weil zwischen diesen beiden Beobachtungspunkten keine Effektveränderung Statt findet.

2) Die Pressungshöhe h_0 im Halse ist stets absolut kleiner als die effektive Höhe H_0 daselbst, weil die Geschwindigkeitshöhe im Halse bereits einen merklichen positiven Werth annimmt, welcher, zu der negativen Höhe h_0 addirt, die effektive Höhe H_0 liefert.

3) Berechnet man nach der Gleichung [120]

$$h_2 = -b_2 = -\chi_2 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 b_0 = -\frac{\delta}{2g\gamma}\,0{\cdot}011\,n^2R_2^2 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 b_0$$

die Pressungshöhe h_2 für den 15. Versuch der ersten Reihe, welcher

dem normalen Gange ziemlich nahe steht, so findet man:

$$h_2 = -\,\mathfrak{h}_2 = -\,0{\cdot}059 - 0{\cdot}002 = -\,0{\cdot}061.$$

Dieses Resultat stimmt mit dem beobachteten $h_2 = -\,0{\cdot}057$ nahe überein. Dagegen weicht der für $\mathfrak{h}_2$ aus der Beobachtung sich ergebende Werth

$$\mathfrak{h}_2 = H_2 - h_2$$

von dem berechneten nicht unbedeutend ab; denn man findet:

$$\mathfrak{h}_2 = 0{\cdot}028 + 0{\cdot}057 = 0{\cdot}085 \quad \text{statt } 0{\cdot}061.$$

Der Grund hievon liegt zunächst darin, daß H_2 nicht $= 0$, sondern $= 0{\cdot}028$ sich ergab. Nahe dieselben Resultate liefert auch der 21. Versuch der II. Versuchsreihe, so wie überhaupt jeder andere Versuch beider Reihen, welcher dem normalen Gange nahe liegt.

Ein Theil des stattgefundenen Effektverlustes liegt also in der zu großen Geschwindigkeit U_2 der Luft an der äußern Peripherie, wodurch $\mathfrak{h}_2 > h_2$ ausfällt, und daher H_2 den Werth von 0 überschreitet.

4) Die Depressionshöhe h im Saugraume sollte der Gleichung [122] und [123] zufolge für den berechneten Fall sein:

$$h = 2\chi_2 = -\,0{\cdot}002\,\frac{\delta}{2g\gamma}\,n^2 R_2^2 = -\,0{\cdot}118,$$

die wirklich erreichte Höhe war aber nur

$$h = -\,0{\cdot}043.$$

In dieser Differenz spricht sich der bei weitem größere Theil des Nutzeffekt-Verlustes aus, und da vermöge der unter 2) gemachten Bemerkung im Saughalse des Ventilators kein Effektverlust Statt findet, so muß gefolgert werden, daß solcher beim Eintritte der Luft in den Flügelraum erfolgt, wie dieß bereits oben angedeutet wurde. Dieß bestätigt auch der Umstand, daß die Pressungshöhe h_2 an der äußern Flügelperipherie hier nicht, wie dieß aus [29] für radial auslaufende Flügel gefolgert wurde, absolut größer als $h_1 = h_0$ beobachtet wurde, sondern daß vielmehr h_2 kleiner als h_0 ausfiel. Da aber die Größe von h_2 vermöge 3) den theoretischen Anforderungen entspricht, so muß obige Abweichung in h_0 gesucht werden, welches nicht, wie es sein sollte, $= h_1$, sondern absolut bedeutend kleiner als h_1 ausfällt.

5) Die Versuche 1 und 2 der II. Versuchsreihe wurden bei gänzlich geschlossenen Schlauchbodenöffnungen abgeführt; es findet also hier die für diesen speziellen Fall für h entwickelte Formel [129] ihre Anwendung. Substituirt man darin für v_2^2 den Werth [71], so ergibt sich:

$$h = -\,\frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^2}\,0{\cdot}000064.0{\cdot}011\,n^2 R_2^2,$$

$$h = -\,0{\cdot}0000007\,n^2 (R_2^2 - R_1^2);$$

und da in dem speziellen Falle

$$R_2^2 - R_1^2 = 1^2 - \overline{0{\cdot}3}^2 = 0{\cdot}91 \text{ ist,}$$

$$h = - 0{\cdot}000000637\, n^2.$$

Es berechnet sich also

für den ersten Versuch:

$$h = - 0{\cdot}^m046,$$

für den zweiten Versuch:

$$h = - 0{\cdot}^m055,$$

was mit den wirklich für h beobachteten Höhen

$$- 0{\cdot}049 \text{ und } - 0{\cdot}059$$

recht gut übereinstimmt.

6) Sämmtliche Manometerhöhen lassen sich übrigens mit vieler Genauigkeit abnehmen, weil das Wasser in der Manometerröhre stets ruhig steht; eine Ausnahme machen die Manometerstände an der äußern Peripherie des Flügelraumes, hier oscillirt das Wasser im Manometerschenkel bedeutend, und zwar um so mehr, je weniger Luft von dem Ventilator in Bewegung gesetzt wird.

§. 54.

Versuche mit demselben Ventilator bei geänderter Form des Auslaufes und der Flügel.

An die bisher besprochenen Versuche reihen sich noch einige andere an, welche zum Zwecke haben, die Richtigkeit der entwickelten Theorie auf dem empirischen Wege zu prüfen. Hiezu gehört:

1) Eine Reihe von Versuchen, bei welchen statt der Auslaufwände bloß Auslaufscheiben angewendet wurden, die an die Scheiben des Flügelrades mittelst Schraubenbolzen befestigt waren, übrigens aber der obigen Berechnung [115] und [116] gemäß einen äußern Halbmesser von $0{\cdot}^m9$ erhielten, so daß sie $0{\cdot}9 - 0{\cdot}5 = 0{\cdot}^m4$ über die äußere Peripherie des Flügelrades ringförmig vorstanden.

Die Resultate dieser Versuche sind aus der nachstehenden Tabelle zu entnehmen.

III. Versuchsreihe

mit einwärts gekrümmten Flügeln und Auslaufscheiben.

Versuchs-Nro.	Depressions-Höhe h — H	Luftmenge in einer Sekunde M	Luftmenge in einer Sekunde M_0	Umgänge in einer Minute n'	Betriebskraft C	Nutzeffekt E	Wirkungsgrad ν	Manometerhöhe am Hals H_0	Manometerhöhe am Hals h_0	Manometerhöhe an der Peripherie H_2	Manometerhöhe an der Peripherie h_2
Nro.	Meter	Kub.-Met.		Zahl	Kil.-Met.		Zahl	Meter.			
1	0·017	1·74	1·77	350	175	30	0·17	—0·017	—0·0195	+0·003	.
2	0·021	1·48	1·59	350	159	31	0·19	—0·0215	—0·0235	+0·003	.
3	0·025	1·07	1·37	360	144	27	0·19	—0·0245	—0·026	+0·002	.
4	0·025	0·54	0·79	360	117	13	0·11	—0·025	—0·0255	+0·002	.
5	0·026	0·00	0·00	360	101	.	0·00	—0·026	—0·026	+0·000	.
6	0·032	2·40	2·51	470	399	77	0·19	—0·032	—0·037	+0·008	.
7	0·039	2·01	1·94	475	399	78	0·19	—0·039	—0·042	+0·008	.
8	0·045	1·44	1·37	480	376	65	0·17	—0·045	—0·047	+0·006	.
9	0·044	0·71	0·79	485	346	31	0·09	—0·0445	—0 045	+0·003	.
10	0·044	0·00	0·00	490	285	.	0·00	—0·044	—0·044	+0·000	.

In dieser Versuchsreihe steht der Versuch Nr. 7 in seinen Resultaten der Aufgabe am nächsten; demselben zufolge dürfte die Luftmenge von 2·8 Kub.-Met. in einer Sekunde unter einer Depression von 0^m04 mittelst einer etwas unter 600 stehenden Zahl von Umgängen erreichbar sein.

Der Wirkungsgrad stellt sich jedoch bei Anwendung von Auslaufscheiben auf höchstens 0·19, also bedeutend niedriger als bei Auslaufwänden, wo $\nu = 0{\cdot}28$ gefunden wurde; dieß erklärt sich daraus, daß die angewendeten Auslaufscheiben noch keine genügende Breite besitzen, um die Geschwindigkeit U_2 bis auf $U_2 = 4^m$ zu ermäßigen und gleichzeitig die den Flügelraum verlassende verdünnte Luft in ihrer Pressung allmälig bis auf $h_2 = 0$ zu steigern. Die Luft wird nämlich in Folge ihrer Trägheit mit einem großen Theile der Austrittsgeschwindigkeit U_2 über die Peripherie der Auslaufscheiben herausgeschleudert.

Aus diesem Versuche geht hervor, daß den Auslaufscheiben ein bedeutend größerer Halbmesser gegeben werden sollte, als es die Rechnung [116] verlangt. Weil jedoch Auslaufscheiben von einem zu großen Durchmesser das Flügelrad zu sehr belasten und schwer auszuführen sind, so wird es stets vorzuziehen sein, feststehende Auslaufwände anzuwenden.

Die Versuche Nr. 5 und 10 wurden bei ganz geschlossenem Schlauchboden abgeführt. Wendet man auf dieselben die Formel [129] an, so findet man

für Nr. 5, $h = -0{\cdot}015$,
„ Nr. 10, $h = -0{\cdot}027$,

während in der Wirklichkeit beziehungsweise

$h = -0{\cdot}026$ und $h = -0{\cdot}044$

beobachtet wurde. Der Grund dieser bedeutenden Differenz mag in dem Umstande liegen, daß die rotirenden Auslaufscheiben die aus dem Flügelraume ausgetretene Luft vermöge ihrer Adhäsion zum Theile noch in drehende Bewegung versetzten, und so deren Centrifugalkraft vermehrten.

2) Eine ähnliche Reihe von Versuchen wurde mit gänzlicher Beseitigung der Auslaufscheiben wiederholt, so daß die Luft vom Ventilator unmittelbar in die Atmosphäre geschleudert wurde.

Die Resultate dieser Versuchsreihe enthält die nachstehende Tabelle IV.

IV. Versuchsreihe

mit einwärts gekrümmten Flügeln und ohne Auslaufscheiben.

Versuchs-	Depressions-	Luftmenge in einer Sekunde		Umgänge in einer Minute	Betriebskraft	Nutzeffekt	Wirkungs-	Manometerhöhe			
								am Hals		an der Peripherie	
	$h=H$	M	M_0	n'	E	E	ν	H_0	h_0	H_2	h_2
Nr.	Meter	Kub.-Met.		Zahl	Kil.-M.		Zahl	Meter			
1	0·012	1·46	1·59	335	121	17	0·14	−0·012	−0·014	+0·014	−0·009
2	0·013	1·16	1·13	335	117	15	0·13	−0·014	−0·0155	+0·012	−0·008
3	0·013	0·77	0·79	340	112	10	0·09	−0·013	−0·014	+0·006	−0·006
4	0·015	0·42	0·56	340	103	6	0·06	−0·016	−0·016	+0·002	−0·004
5	0·016	0·00	0·00	345	86	.	0·00	−0·016	−0·016	+0·000	−0·000
6	0·021	1·94	1·94	470	317	41	0·13	−0·021	−0·024	+0·025	−0·018
7	0·026	1·64	1·77	475	275	43	0·15	−0·0255	−0·028	+0·025	−0·010
8	0·026	1·09	1·13	480	222	28	0·13	−0·026	−0·027	+0·015	−0·007
9	0·029	0·58	0·78	480	195	17	0·09	−0·029	−0·030	+0·010	−0·006
10	0·032	0·00	0·00	485	158	0	0·00	−0·032	−0·032	.	−0·004

Mittelst dieser Versuchsreihe hat man die erforderliche Depressionshöhe $h = -0{\cdot}04$ ungeachtet der bedeutenden Umgangsgeschwindigkeit

nicht erreicht; man ſieht jedoch hieraus, daß ohne Auslaufſcheiben, oder überhaupt ohne einen beſondern Auslaufraum, der Ventilator mit einem Wirkungsgrade von höchſtens 15% arbeitet, daher alſo ſeine relative Leiſtung beiläufig nur halb ſo groß iſt, als bei Anwendung von Auslaufwänden.

Einen ähnlichen Erfolg hatten die, mit dem großen Flügelrade nach Beſeitigung der Auslaufwände abgeführten Verſuche, indem dabei der Nutzeffekt nur bis auf 0·17 geſtiegen iſt. Den Bedingungen der Aufgabe hatten dabei ungefähr 300 Umgänge Genüge geleiſtet.

Die theoretiſchen Depreſſionshöhen bei ganz geſchloſſenem Schlauch ergeben ſich für das kleine Flügelrad, und zwar:

für Nr. 5, $h = -0{\cdot}013$ ſtatt 0·016,
„ Nr. 10, $h = -0{\cdot}026$ „ 0·032,

alſo nur wenig abweichend von den wirklich beobachteten Höhen.

3) Zu den Verſuchen III und IV wurden zwei Reihen (V und VI) Gegenverſuche mit einem Flügelrade abgeführt, deſſen Flügel eben und radial geſtellt, deſſen übrige Dimenſionen ſonſt mit dem vorigen Flügelrade ganz übereinſtimmend waren.

Die nachſtehende Tabelle enthält die Reſultate dieſer beiden Verſuchsreihen.

V. und VI. Verſuchsreihe

mit ebenen und radialen Flügeln.

Verſuchs-	Depreſſions-Höhe	Luftmenge in einer Sekunde		Umgänge in einer Minute	Betriebskraft	Nutzeffekt	Wirkungsgrad
	$h - H$	M	M_0	n'	C	E	η
Nro.	Meter	Kubik-Meter		Zahl	Kil.-Meter		Zahl
		V. Mit Auslaufſcheiben.					
1	0·018	1·82	1·94	380	387	32	0·08
2	0·020	1 45	1·59	385	350	29	0·08
3	0·023	1·02	1·13	390	324	23	0·07
4	0·028	0·57	0·77	390	314	16	0·05
5	0·026	2·15	2·51	480	694	56	0·08
		VI. Ohne Auslaufſcheiben.					
1	0·008	1·22	1·13	385	344	10	0·03
2	0·010	1·02	0·77	380	394	10	0·03
3	0·012	0·74	0·77	380	409	9	0·02
4	0·017	0·44	.	390	331	7	0·02
5	0·020	0·00	0·00	390	262	.	0·00

Schon gegen die Resultate der beiden vorhergehenden Versuchsreihen, noch mehr aber gegen jene der ersten, stellen sich die Erfolge dieser Gegenversuche mit einem Flügelrade mit ebenen und radialen Flügeln in Bezug auf Wirkungsgrad ungemein ungünstig, indem derselbe bei Anwendung von Auslaufscheiben bloß 0·08, und ohne Auslaufscheiben sogar nur 0·03 erreicht. Als äußere Erscheinung dieser ungünstigen Nutzeffekte bei ebenen und radialen Flügeln muß noch das Schwanken der manometrischen Flüssigkeit an allen Beobachtungspunkten hervorgehoben werden, während bei einwärts gekrümmten Flügeln die Flüssigkeit im Manometer an allen Beobachtungspunkten des Schlauches stets sehr ruhig gestanden ist, so daß ihr Stand mit Verläßlichkeit abgelesen werden konnte.

Weitere Gegenversuche zu den Versuchsreihen I und IV wurden noch mit einem Flügelrade abgeführt, dessen Flügel in der Art zurückgekrümmt waren, wie dieß die Figur 47 darstellt.

Dasselbe hatte mit dem kleinern Flügelrade alle Verhältnisse gemeinschaftlich, mit der einzigen Abweichung in der Form der Flügel. Bei letzteren war selbst der Eintrittswinkel α_1 wie bei den einwärts gekrümmten Flügeln 47°, nur der Austrittswinkel α_2 war statt 0 vielmehr 70°. Dieses Flügelrad ließ man das einemal mit, das anderemal ohne Auslaufwänden umgehen; die Resultate dieser beiden Versuchsreihen enthält die nachstehende Tabelle.

VII. und VIII. Versuchsreihe

mit zurückgekrümmten Flügeln.

Versuchs-Nro.	Depressions-Höhe h — H	Luftmenge in einer Sekunde M	Luftmenge in einer Sekunde M_0	Umgänge in 1 Minute n'	Betriebskraft E	Nutzeffekt E	Wirkungsgrad η	Manometerhöhe am Hals H_0	Manometerhöhe am Hals h_0	Manometerhöhe an der Peripherie H_2	Manometerhöhe an der Peripherie h_2
Nro.	Meter	Kubik-Meter		Zahl	Kil-Meter		Zahl	Meter.			
VII. Mit Auslaufwänden.											
1	—0·016	0·54	.	365	203	8·64	0·04	—0·016	—0·017	+0·003	—0·007
2	—0·026	0·685	.	460	269	17·9	0·07	—0·027	—0·028	+0·004	—0·012
3	—0·046	0·912	.	600	431	41·9	0·10	—0·046	—0·047	+0·008	—0·020
4	—0·007	1·49	.	365	217	10·4	0·05	—0·010	—0·011	+0·000	—0·005
5	—0·010	1·32	.	365	217	13·2	0·06	—0·012	—0·013	+0·001	—0·006
6	—0·014	1·01	.	365	213	14·1	0·07	—0·014	—0·015	+0·002	—0·006
7	—0·020	1·21	.	460	287	24·2	0·08	—0·021	—0·022	+0·003	—0·007
8	—0·010	1·78	.	460	291	17·8	0·06	—0·013	—0·014	+0·002	—0·005
9	—0·015	1·61	.	460	298	24·2	0·08	—0·015	—0·017	+0·002	—0·006
10	—0·034	1·58	.	600	448	53·7	0·12	—0·036	—0·038	+0·007	—0·012
11	—0·017	2·32	.	600	453	39·4	0·09	—0·022	—0·025	+0·003	—0·008
12	—0·024	2·04	.	600	453	49·0	0·11	—0·028	—0·031	+0·005	—0·010
VIII. Ohne Auslaufwände.											
1	—0·0105	0·88	1·12	370	184	9·2	0·05	—0·012	—0·011	.	.
2	—0·0125	0·48	0·79	370	184	6·0	0·03	—0·0135	—0·013	.	.
3	—0·021	0·62	0·79	475	209	13·0	0·06	—0·0225	—0·022	.	.
4	—0·032	0·77	1·12	575	399	24·6	0·06	—0·035	—0·034	.	.
5	—1·004	1·11	0·00	360	247	4·4	0·02	—0·006	—0·006	.	.
6	—0·0075	1·14	0·79	370	190	8·6	0·04	—0·0085	—0·008	.	.
7	—0·012	1·45	0·12	470	331	17·4	0·05	—0·015	—0·014	.	.
8	—0·016	1·09	0·79	470	317	17·4	0·06	—0·018	—0·0175	.	.
9	—0·026	1·38	0·79	575	386	35·9	0·09	—0·0285	—0·028	.	.
10	—0·0085	1·63	1·12	470	310	13·8	0·05	—0·012	—0·011	.	.
11	—0·0125	1·99	1·12	575	365	24·9	0·07	—0·018	—0·017	.	.
12	—0·020	1·86	0·00	575	386	37·2	0·10	—0·0225	—0·0225	.	.

Uebereinstimmend mit den Bemerkungen, welche im §. 39 über Ventilatoren mit zurückgekrümmten Flügeln gemacht wurden, ersieht man aus den vorstehenden Versuchsergebnissen:

1) Daß gegenüber von Flügelrädern mit radial auslaufenden Flügeln eine bedeutend größere Anzahl von Umgängen erforderlich

iſt, um eine beſtimmte Leiſtung zu erzielen; ſo z. B. hat man mittelſt des verſuchten Flügelrades bei 600 Umgängen bloß eine Depreſſion von 0·m024 und eine Luftmenge von 2·04 Kub.-Meter, und wenn man den Ventilator ohne Auslaufwänden arbeiten läßt, ſogar noch geringere Erfolge erzielt, während bei radial auslaufenden Flügeln 600 Umgänge hinreichten, um 2·8 Kub.-Meter Luft mit einer Depreſſion von 0·m04 in Bewegung zu ſetzen.

2) Der Wirkungsgrad erreicht im günſtigſten Falle bloß 0·12, was darin ſeine Erklärung findet, daß in Folge des ſchnelleren Umganges die in den Flügelraum eintretende Luft einen Stoß erleidet, und daß überdieß durch den größeren Reibungseffekt ein Theil des Betriebseffektes aufgezehrt wird. Uebrigens äußern bei dieſem Flügelrade die Auslaufwände einen viel geringeren Einfluß auf den Wirkungsgrad, als bei den radial auslaufenden Flügeln, weil die Herabſetzung der Geſchwindigkeit ſchon innerhalb des Flügelraumes durch die Flügelform bewirkt wird.

Durch alle dieſe abgeführten Verſuche iſt demnach auch auf dem empiriſchen Wege nachgewieſen, daß die Grubenventilatoren mit einwärts gekrümmten Flügeln und mit einem möglichſt weiten Auslaufraume den beſten relativen Nutzeffekt liefern, wie dieß auch vom theoretiſchen Standpunkte als richtig anerkannt wurde.

§. 55.

Spezielle Berechnung der Hauptverhältniſſe eines blaſenden Ventilators überhaupt, und eines Hochdruck-Ventilators insbeſondere.

Der zu konſtruirende Ventilator ſoll die Beſtimmung haben, hochgepreßten Wind zu erzeugen, wie ſolcher zum Betriebe eines Eiſenhochofens gefordert wird. Um ſogleich die ſchwierigſten Verhältniſſe zu Grunde zu legen, ſo wird die Aufgabe dahin geſtellt, einen Hochdruck-Ventilator zu entwerfen, welcher

M = 1 Kub.-Meter = 31·7 Kub.-Fuß Luft in einer Sekunde

mit einer Preſſung von

$$H_4 = 0{\cdot}^m8 = 30{\cdot}4 \text{ Zoll}$$

effektiver Waſſermanometerhöhe zu liefern im Stande iſt; ein Fall, wie ſolcher bei einem Eiſenhochofen von größten Dimenſionen vorkommt, welcher mit harter Holzkohle betrieben werden ſoll. Nimmt man an, daß die Windmenge M = 1^m in einer Sekunde bei der obi-

gen effektiven Manometerhöhe $H_4 = 0^m8$ durch zwei Düsen in den Hochofen hineingeblasen werden soll, so muß jede derselben vermöge (129) einen Durchmesser

$$[139] \quad . \quad . \quad d = \sqrt{\frac{M_m}{5004\sqrt{H_4}}}$$

erhalten, wo M_m der Windmenge für eine Düse und eine Minute, also $M_m = \frac{60}{2} = 30$ Kubik-Meter zu setzen ist; es ergibt sich also:

$$d = \sqrt{\frac{30}{5004\sqrt{0{\cdot}8}}} = 0^m082 = 3{\cdot}1 \text{ Wr. Zoll.}$$

Mit Rücksicht auf die Länge L der Windleitung und auf den Durchmesser D derselben läßt sich mit Hilfe der Formel (125) aus H_4 die effektive Manometerhöhe H_3 berechnen, welche der Wind im Blaseraume besitzen muß. Diese Höhe muß überdieß der Zahl und Beschaffenheit der Biegungen und Brechungen der Windleitung angemessen vergrößert werden. Der Wahl des Durchmessers D der Windleitung legt man die Voraussetzung zu Grunde, daß die Luft mit einer Geschwindigkeit von 10 Metern sich darin bewege; der gedachte Durchmesser ergibt sich dann aus

$$10\,D^2\pi = M,$$

$$[140] \quad . \quad . \quad D = \sqrt{\frac{M}{10\pi}} = 0{\cdot}178\sqrt{M}.$$

Da $H_4 = 0^m8$ ohnedieß sehr hoch angenommen wurde, so soll hier von der Röhrenreibung abgesehen, und daher die effektive Manometerhöhe im Blaseraume jener vor den Düsenmündungen, also

$$H_3 = H_4$$

gesetzt werden.

Nimmt man endlich an, daß die Luft im Blaseraume mit der für die Windleitung gewählten Geschwindigkeit sich bewege, daß also

$$[141] \quad . \quad . \quad U_3 = 10^m$$

ist, so hat man es im vorliegenden Falle mit nachstehenden gegebenen Größen zu thun:

$H = 0$
$U = 0$ } weil unmittelbar aus der atmosphärischen Luft gesaugt wird,
$H_3 = 0^m8$,
$U_3 = 10^m$,
$M = 1$ Kub.-Met.

Den Halbmesser R_0 der Saugöffnung findet man unter der Voraussetzung, daß auch im Einlauf die Geschwindigkeit

$$U_0 = 10^m$$

betragen ſolle, aus [76]:

$$[142] \quad . \; . \quad R_0 = 0{\cdot}18\sqrt{M} = 0{\cdot}^m18.$$

Vermöge [60] iſt der innere Flügelhalbmeſſer

$$[143] \quad . \; . \quad R_1 = R_0.$$

Der äußere Flügelhalbmeſſer R_2 in Verbindung mit der Zahl n der Umgänge des Flügelrades in einer Minute ergibt ſich aus [74]; wegen $H = 0$ hat man:

$$[144] \quad . \; . \quad n = \frac{845}{R_2}\sqrt{H_2} = \frac{845}{R_2}\sqrt{0{\cdot}8} = \frac{755}{R_2}.$$

Man findet für

$R_2 = 0{\cdot}^m4$	den Werth von	$n =$	1887,
$R_2 = 0{\cdot}^m5$	„ „ „	$n =$	1510,
$R_2 = 0{\cdot}^m6$	„ „ „	$n =$	1258,
$R_2 = 0{\cdot}^m7$	„ „ „	$n =$	1079,
$\mathbf{R_2 = 0{\cdot}^m8}$	„ „ „	$\mathbf{n =}$	**944,**
$R_2 = 0{\cdot}^m9$	„ „ „	$n =$	839,
$R_2 = 1{\cdot}^m0$	„ „ „	$n =$	755.

Um eine zu große Zahl der Umgänge zu vermeiden, die ſtets nachtheilig auf die Dauer und den Effekt des Ventilators einwirkt, und um zugleich eine möglichſt große Länge $R_2 - R_1$ des Flügelraumes zu erzielen, wird man im vorliegenden Falle die Kombination

$$R_2 = 0{\cdot}^m8 \quad \text{und} \quad n = 944$$

mit Vortheil wählen.

Für den innern Flügelwinkel α_1 hat man vermöge [77] den Ausdruck:

$$[145] \quad \operatorname{tang}\alpha_1 = 0{\cdot}01047\, n R_1 = 0{\cdot}01047 . 944 . 0{\cdot}18 = 1{\cdot}794,$$

$$\alpha_1 = 60^\circ\, 50'.$$

Der Kreisbogen, nach welchem die Flügel gekrümmt werden müſſen, um überdieß an der äußern Peripherie radial zu verlaufen, erhält nach [79] einen Halbmeſſer

$$[146] \quad . \; . \quad \varrho = \left[\frac{R_2^2 - R_1^2}{2 R_1 \sin\alpha_1} = \frac{\overline{0{\cdot}8^2} - \overline{0{\cdot}18^2}}{2 . 0{\cdot}18 . \sin 60^\circ 50'} = 1{\cdot}^m92.\right.$$

Die Breite des Ventilators ergibt ſich aus [81]

$$[147] \quad . \; . \quad B = \tfrac{1}{2} R_0 = \tfrac{1}{2} . 0{\cdot}18 = 0{\cdot}^m9,$$

und die Höhe des Blaſehalſes nach [83] aus

$$[148] \quad . \; . \quad J_2 = \frac{2M}{R_0\sqrt{\left(\frac{R_0}{R_2}\right)^2 U_0^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^2}};$$

oder, weil $\left(\frac{R_0}{R_2}\right)^2 U_0^2$ gegen das zweite Glied unter dem Wurzelzeichen

vernachläſſigt werden kann,

$$[149] \ldots J_2 = \frac{2M}{n R_0 R_2 \sqrt{0{\cdot}011}} = \frac{19M}{n R_0 R_2} = \frac{19}{944.0{\cdot}18.0{\cdot}8} = 0{\cdot}^m14.$$

Für den Querſchnitt A_3 der äußern Mündung des Blaſehalſes hat man die Gleichung [85]

$$A_3 = \frac{M}{U_3}.$$

Macht man dieſe Mündung rechteckig, und gibt ihr eine Breite B gleich jener des Ventilators, bezeichnet ferner ihre Höhe mit J_3, ſo folgt

$$J_3 B = A_3 = \frac{M}{U_3},$$

$$[150] \ldots J_3 = \frac{M}{B U_3} = \frac{M}{\frac{1}{2} R_0 U_3} = \frac{2M}{R_0 U_3}.$$

Für die vorliegende Aufgabe würde man erhalten:

$$J_3 = \frac{2}{0{\cdot}18.10} = 1{\cdot}^m11.$$

Da jedoch die Dimenſionen

$$B = 0{\cdot}^m09 \quad \text{und} \quad J_3 = 1{\cdot}^m11$$

für die äußere Mündung des Blaſehalſes unpaſſend wären, ſo wird man beſſer thun, dieſer Mündung die quadratiſche Form zu geben, und daher

$$J_3^2 = A_3 = \frac{M}{U_3}$$

zu ſetzen; daraus findet man die Quadratſeite

$$[151] \ldots J_3 = \sqrt{\frac{M}{U_3}} = 0{\cdot}^m316.$$

Dieſe quadratiſche Form der Auslaufmündung hat den Vortheil, daß durch dieſelbe der Anſchluß an einen gemauerten Kanal, wie ſolcher in vielen Fällen zur Windleitung mit Vortheil ſich anwenden läßt, ſehr erleichtert wird.

Sollte aber die äußere Mündung des Blaſehalſes wegen Anſchluß an eine cylindriſche Röhrenleitung die Kreisform erhalten, ſo hätte man

$$R_3^2 \pi = \frac{M}{U_3},$$

$$[152] \ldots R_3 = \sqrt{\frac{M}{U_3 \pi}} = \sqrt{\frac{M}{10.\pi}} = 0{\cdot}178 \sqrt{M} = 0{\cdot}178.$$

Ueber die zweckmäßigſte Länge des Blaſehalſes mangeln verläßliche Daten; im Allgemeinen wird man den Anforderungen eines allmäligen Ueberganges um ſo beſſer entſprechen, je länger man den Blaſehals hält.

Die Zahl der Flügel folgt aus [86]

[153] . . $n = 30 R_2 = 30.0{\cdot}8 = 24.$

Endlich hat man für den theoretiſchen Nutzeffekt vermöge [87] die Gleichung

[154] . . $E = MH_2\gamma,$

weil der Vorausſetzung zufolge $H = 0$ iſt; es ergibt ſich daher

$$E = 1.0{\cdot}8.1000 = 800 \text{ Kil.-Meter},$$

$$E = \frac{800}{75} = 10{\cdot}7 \text{ Pferdekräfte}.$$

Man ſieht ſchon aus dieſen Berechnungs-Reſultaten, daß die Konſtruktions-Verhältniſſe eines Hochdruck-Ventilators keine beſondern Schwierigkeiten für die Ausführung darbieten können, indem weder die Zahl der Umgänge ($n = 944$) noch der äußere Flügelhalbmeſſer $R_2 = 0{\cdot}^m8$ eine übermäßige Größe annehmen.

Eine hohe Preſſung läßt ſich mittelſt Ventilatoren auch dadurch erzielen, daß man zwei Ventilatoren in der Art mit einander verbindet, daß der zweite die vom erſten herausgeblaſene und bereits verdichtete Luft aufnimmt, und weiter auf einen höhern Grad der Preſſung bringt. Da der zweite Ventilator eine gleiche Windmenge wie der erſte in Bewegung zu ſetzen hat, ſo folgt, daß alle Dimenſionen desſelben, welche von der Windmenge abhängen, mit jenen des erſten Ventilators übereinſtimmen müſſen; dieß gilt namentlich von R_0, R_1 und B vermöge [142], [143] und [147].

Nimmt man ferner an, daß durch jeden der beiden Ventilatoren die Steigerung der verlangten effektiven Manometerhöhe $H_2 = 0{\cdot}^m8$ im gleichen Grade bewirkt werden ſolle, ſo daß im Blaſeraume des erſten und beziehungsweiſe im Saugraume des zweiten Ventilators die effektive Manometerhöhe $= \frac{1}{2}H_2 = 0{\cdot}4$ ausfällt, ſo iſt die den Werth von n und R_2 beſtimmende Differenz $H_2 - H$

für den erſten Ventilator:

$$\tfrac{1}{2}H_2 - 0 = \tfrac{1}{2}H_2 = 0{\cdot}^m4,$$

für den zweiten aber

$$H_2 - \tfrac{1}{2}H = \tfrac{1}{2}H_2 = 0{\cdot}^m4,$$

alſo für beide gleich groß; hieraus geht hervor, daß dieſe beiden Ventilatoren einen gleichen Durchmeſſer und eine gleiche Zahl der Umgänge erhalten, und überhaupt durchaus gleich konſtruirt ſein müſſen.

Wollte man jeden dieſer beiden Ventilatoren mit dem urſprünglich berechneten Einen gleich ſchnell umlaufen laſſen, ſo folgt aus [144],

wenn man dort $\frac{1}{2} H_3$ statt H_3 substituirt:

$$R_2 = \frac{845}{n} \sqrt{\frac{1}{2} H_3} = 0{\cdot}71 \,.\, \frac{845}{n} \sqrt{H_3}.$$

Es wird daher der Halbmesser der beiden gleichen Ventilatoren 71 Prozent von jenem Halbmesser betragen, welcher für den Einen Ventilator gefunden wurde.

Bei dem Umstande, daß die höhere Pressung sich eben so gut durch einen einzigen Ventilator erreichen läßt, wenn man demselben einen etwas größeren Durchmesser gibt, bedarf es keiner weiteren Begründung, daß ein Doppelventilator einem einfachen Hochdruck-Ventilator in praktischer Beziehung nachstehe, weßhalb auch darauf hier nicht weiter eingegangen werden soll.

§. 56.

Konstruktion des berechneten blasenden Hochdruck-Ventilators.

Die geometrische Verzeichnung des so eben berechneten Ventilators beginnt am einfachsten mit dem Flügelrade in der Seitenansicht (Fig. 50), um welches herum man sodann den spiralförmigen Theil des Auslaufes 2c. konstruirt.

Zu diesem Ende beschreibt man aus c mit den Halbmessern

$$cb = R_2 = 0{\cdot}^m 8 \quad \text{und} \quad cd = R_1 = 0{\cdot}^m 18$$

zwei Kreise, durch welche der Flügelraum begrenzt wird, und errichtet auf dem Durchmesser cb eine Senkrechte bz, auf welche man den unter [146] gefundenen Krümmungshalbmesser $bz = \rho = 1{\cdot}^m 92$ aufträgt.

Der mit bz aus z beschriebene Kreisbogen stellt die radial auslaufende Flügelkurve dar, bei welcher die Luft in den Flügelraum ohne Stoß eintritt. Die übrigen Flügelkurven lassen sich leicht verzeichnen, wenn man, wie beim Grubenventilator, aus c mit cz einen Kreis beschreibt, und dessen Peripherie von z angefangen in $n = 24$ gleiche Theile theilt. Die erhaltenen Theilpunkte sind sodann die Mittelpunkte der Flügelbögen.

Um den spiralförmigen Auslauf zu verzeichnen, macht man nach [58]

$$xy = i = 0{\cdot}159\, J_2 = 0{\cdot}159 . 0{\cdot}14 = 0{\cdot}^m 022,$$

und zieht durch den so erhaltenen Anfangspunkt x der Spirale den Halbmesser cx, auf dessen Verlängerung man sogleich $xx_1 = J_2 = 0{\cdot}^m 14$ aufträgt, weil hier die Spirale ein schwaches Ansteigen hat.

Nun kann zur Konstruktion der Spirale nach der im §. 45 gegebenen Anleitung geschritten werden. Im vorliegenden Falle wurde $x x_1$ in 12 gleiche Theile getheilt, und auf die Verlängerung der betreffenden 12 Halbmesser die entsprechende Zahl dieser Theile radial aufgetragen. Der leichteren Ausführung wegen setzt hier der Auslaufraum in gleicher Weite bis q fort, wodurch ein Auslaufhals gebildet wird, an welchen sich sofort der Blasehals q t anschließt. Die Länge q t wurde in der Art gewählt, daß das größte Ansteigen der geneigten Seitenwände, wie solches im Grundrisse Figur 52 vorkommt, $\frac{1}{10}$ der Länge beträgt. Da nun vermöge [151] die Seite J_3 der quadratischen Halsmündung $= 0{\cdot}^m316$ und $B = 0{\cdot}^m09$ gefunden wurde, so beträgt die Steigung einer Seitenwand im Grundrisse

$$\frac{0{\cdot}316 - 0{\cdot}090}{2} = 0{\cdot}^m113,$$

daher die Länge der Halswände $= 1{\cdot}^m13$.

Den Einlauf erhält man wie beim Grubenventilator, indem man in Figur 54 $ca = R_1 = 0{\cdot}18$, $cb = B = 0{\cdot}09$ abschneidet, und aus a und b nach [50] mit dem Halbmesser

$$r = 0{\cdot}957\, R_1 = 0{\cdot}957 . 0{\cdot}18 = 0{\cdot}172$$

Kreisbögen beschreibt, welche sich in d schneiden. Diese Punkte sind die Mittelpunkte der beiden Kreisbögen a b des sphäroidischen Einlaufkegels.

Zu der in der Figur 50 bis 54 dargestellten Konstruktion des berechneten Hochdruck-Ventilators mögen hier nachstehende Erläuterungen dienen.

Das Flügelrad besteht aus einer dünnen gußeisernen Scheibe A von $1{\cdot}^m6$ Durchmesser, an welche eine gußeiserne Nabe angegossen ist; letztere erhält gegen die Saugöffnung die Gestalt des Einlaufkegels, der auf die so eben beschriebene Art verzeichnet ist, und wird auf eine starke Spindel von wenigstens $0{\cdot}^m07$ ($2\frac{1}{2}$ Zoll) im Durchmesser aufgekeilt.

Die andere Scheibe B des Flügelrades, in welcher die Saugöffnung sich befindet, besteht aus starkem Blech.

In diese beiden Scheiben sind die blechernen Flügel mit kurzen Zapfen festgenietet. Um durch die Dicke der Flügel den Eintritt der Luft in den Flügelraum nicht zu sehr zu verengen, werden die Kanten der Flügel an der innern Peripherie zugeschärft; überdieß wird jeder zweite Flügel gegen die innere Peripherie verkürzt. Das Flügelrad läßt sich übrigens auch ganz in einem Stücke aus Gußeisen herstellen.

Das Gehäuse ist aus zwei Theilen D und E zusammengesetzt, deren Kränze F durch Schrauben luftdicht mit einander verbunden sind. Die beiden Seitenwände D und E sind dem Flügelrade entsprechend tellerförmig vertieft, so daß die innern Seitenwände der Flügelscheiben und des Gehäuses in eine Flucht fallen, und beide daher gleich weit abstehen. An die Seitenwand E ist der kurze Einlaufhals G angegossen, sein innerer Durchmesser stimmt mit jenem der Saugöffnung überein und mißt $0^{m}36$.

Das Flügelrad schließt sich im Bereiche der Saugöffnung an die Wand E des Gehäuses an. Zu diesem Ende ist die in der Scheibe B angebrachte Saugöffnung mit einem schmiedeisernen abgedrehten Ringe von $0^{m}020$ Breite eingefaßt, welcher in einer entsprechenden ringförmigen und gleichfalls abgedrehten Vertiefung der Seitenwand E spielt, ohne sie wirklich zu berühren. Dieser Anschluß findet jedoch nur in einer auf die Achse senkrechten Ebene Statt, und nicht an der äußern Peripherie des Ringes, um welche vielmehr ein Spielraum von etwa $0^{m}010$ freigehalten wird. Die normale Stellung der beiden Schlußflächen erzielt und regulirt man mittelst einer Stellschraube m (Fig. 51) und einer Feder l, welche beide eine kleine Verschiebung der Spindel S in der Richtung der Achse zulassen, und einander entgegenwirken. Es muß sorgfältig darauf gesehen werden, daß zwischen den beiden Schlußflächen kein gegenseitiger Druck Statt finde, welcher zu einem unnöthigen Arbeitsaufwand in Folge der Reibung Veranlassung geben würde.

Diese Art der luftdichten Verbindung des Flügelrades mit dem Gehäuse ist leicht herzustellen, da sich der luftdichte Schluß bloß auf einen Ring von nur $0^{m}36$ im Durchmesser bezieht; es unterliegt aber auch keinem Anstande, diesen luftdichten Schluß für die Dauer zu erhalten, weil die beiden gegen einander gekehrten Flächen sich nicht berühren, also sich auch nicht wechselseitig abnützen, sondern nur möglichst nahe neben einander laufen. Eine allmälige Abnützung der Spindellager beirrt nicht die Genauigkeit dieses Abschlusses, weil hiebei bloß eine gegenseitige Verschiebung der beiden Flächen in vertikaler Richtung Statt findet. Das erste Zusammenpassen dieser Flächen kann durch Anwendung von Schmirgel sehr leicht erzielt werden.

Auch an der Rückseite des Flügelrades wird dessen Anschluß an das Gehäuse, und zwar dort bewirkt, wo die Spindel oder die Nabe aus demselben heraustritt. Dieß geschieht ganz einfach mittelst einer auf die Spindel angeschobenen Lederscheibe und eines zweitheiligen

hölzernen Ringes, welcher zwiſchen das Zapfenlager und das Gehäuſe eingetrieben wird, und ſo die Lederſcheibe an letzteres anpreßt.

Das Gehäuſe ruht mittelſt der beiden daran angegoſſenen breiten und verrippten Lappen L auf der durchbrochenen Fundamentplatte K, die durch Schrauben an das gemauerte Fundament feſtgezogen wird. Keile und Schrauben ſichern die feſte Verbindung der beiden Lappen mit der Fundamentplatte, und geben dem Gehäuſe jene feſte Stellung, welche bei Ventilatoren von großen Durchmeſſern nicht genug beachtet werden kann.

Die Spindel S, an welcher das Flügelrad feſtgekeilt iſt, ruht mit ihren beiden Zapfen auf den Lagerſtändern G und H, die gleichfalls auf der gemeinſchaftlichen Lagerplatte K feſtgekeilt und verſchraubt ſind.

Es iſt von Wichtigkeit, die Lagerſchalen recht lang zu machen, um den Spindelzapfen eine größere Auflagfläche darzubieten; in der Zeichnung ſind die Lager $0{\cdot}^{m}16$ oder 6 Zoll lang gehalten. Auch iſt es vortheilhaft, den Lagerſchalen überdieß von Außen die Kugelform zu geben, und darnach auch ihren Sitz zuzurichten, weil hiedurch das gleichmäßige Aufliegen der Zapfen ihrer ganzen Länge nach geſichert wird.

Die Treibrolle R läßt ſich ganz zweckmäßig auf der angegebenen Stelle aufkeilen, wenn dort die Spindel verſtärkt wird.

Bei t wird der Blaſehals mit der gleichweiten Windleitung in Verbindung gebracht, welche bei ſchwacher Windpreſſung bloß aus Ziegelmauerwerk beſtehen kann, und dann nach allen Seiten mit Letten umſtaucht wird. Für ſtark gepreßten Wind erhält die Windleitung einen kreisförmigen Querſchnitt, und wird aus gußeiſernen oder blechernen Röhren angefertigt; in letzterem Falle läßt man den rechteckigen Querſchnitt des Auslaufhalſes bei q allmälig in einen kreisförmigen übergehen, und gibt dem gußeiſernen Blaſehalſe zu dieſem Behufe die entſprechende pyramidal-koniſche Form. Der äußere Durchmeſſer des Blaſehalſes muß dann vermöge [152] $0{\cdot}^{m}356$ betragen.

Die Verbindung bei q und t läßt ſich einfach mittelſt Muffen und einer Holzverkeilung bewerkſtelligen.

Soll das Flügelrad aus dem Gehäuſe herausgenommen werden, ſo hat man bloß die vordere Wand E desſelben von der rückwärtigen Wand D abzuſchrauben, und die Treibrolle R loszukeilen; es läßt ſich dann das Rad ſammt Spindel in der Richtung ihrer Achſe herausziehen. Einen bequemen Zutritt für dieſe Arbeit gewährt in dieſem Falle die Fundamentgrube W.

Der in Figur 50—54 dargestellte Ventilator unterscheidet sich in mehreren Punkten wesentlich von den gewöhnlich angewendeten Ventilatoren, und zwar:

a) durch seine kleine Saugöffnung;
b) durch seine geringe Breite;
c) durch seine einwärts gekrümmten und radial auslaufenden langen Flügel;
d) durch den Bau des spiralförmigen Mantels;
e) durch den luftdichten Anschluß des Flügelrades an das Gehäuse an der Seite der Saugöffnung mittelst eines Ringes von geringem Durchmesser;
f) durch die Anwendung eines besondern Blasehalses von pyramidaler oder konischer Gestalt;
g) durch mehrere Eigenthümlichkeiten in den Details.

§. 57.

Berechnung der Zwischengrößen bei dem berechneten Hochdruck-Ventilator. Betrieb desselben bei geänderter Zahl der Umgänge und bei geänderter Windmenge.

Zufolge [90] ist

$$U_2 = \sqrt{\frac{R_1^2}{R_2^2} U_0^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^2}, \text{ also}$$

$$U_2 = \sqrt{\left(\frac{0{\cdot}18}{0{\cdot}80}\right)^2 100 + 0{\cdot}011.\overline{944}^2.\overline{0{\cdot}8}^2},$$

oder weil

$$\frac{R_1^2}{R_2^2} U_0^2 = \left(\frac{0{\cdot}18}{0{\cdot}80}\right)^2 100 = 5 \text{ gegen}$$

$$0{\cdot}011\, n^2 R_2^2 = 0{\cdot}011.\overline{944}^2.\overline{0{\cdot}8}^2 = 6273$$

vernachläßigt werden kann:

[155] $U_2 = n R_2 \sqrt{0{\cdot}011} = 0{\cdot}105\, n R_2 = 0{\cdot}105.944.0{\cdot}8 = 79{\cdot}2.$

Vermöge [70] kann man aber

$$0{\cdot}105\, n R_2 = v_2$$

setzen; die Geschwindigkeit U_2 ist daher sehr nahe der Peripheriegeschwindigkeit v_2 gleich.

Die absoluten Geschwindigkeiten reihen sich also wie folgt an einander:

U,	U_0,	U_1,	U_2,	U_3,
0,	10,	10,	79,	10.

Wir ſehen hieraus, daß die an der äußern Peripherie des Flügelraumes ſich entwickelnde Geſchwindigkeit U_2 von den benachbarten Geſchwindigkeiten U_1 und U_3 ſehr verſchieden iſt; man muß alſo darauf hinwirken, daß der Uebergang von einer Geſchwindigkeit in die andere allmälig genug erfolge. Im Flügelraume gelangt man zum Ziele durch deſſen genügende Ausdehnung in radialer Richtung, im Blaſehalſe durch deſſen hinreichende Länge bei allmäliger Vergrößerung ſeines Querſchnittes.

Im Saugraume iſt die Manometerhöhe vermöge [91]

$$h_0 = h + \frac{\delta}{2g\gamma}(U^2 - U_0^2),$$

oder wegen $U = 0$ und $h = 0$

[156] . . $h_0 = -\frac{\delta}{2g\gamma}U_0^2 = -0{\cdot}000064\ 100 = -0{\cdot}0064.$

Zufolge [10] iſt aber auch

$$h_1 = h_0 = -0{\cdot}^m0064.$$

Aus [93] berechnet ſich

$$h_2 = \frac{\delta}{2g\gamma}\left[U^2 + 0{\cdot}011\,n^2R_2^2 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 U_0^2\right] \text{ oder}$$

[157] $h_2 = 0{\cdot}000064.0{\cdot}011\,n^2R_2^2 = 0{\cdot}0000007\,n^2R_2^2,$

weil $U = 0$ iſt, und $\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 U_0^2$ gegen $0{\cdot}011\,n^2R_2^2$, wie bereits bemerkt wurde, vernachläſſigt werden kann. Man hat daher:

$$h_2 = 0{\cdot}0000007.\overline{944}^2.\overline{0{\cdot}8}^2 = 0{\cdot}^m4.$$

Wegen $H_3 = h_3 + b_3$ iſt:

$$h_3 = H_3 - b_3 = H_3 - \frac{\delta}{2g\gamma}U_3^2 = 0{\cdot}8 - 0{\cdot}000064.100 = 0{\cdot}794.$$

Die Manometerhöhen bilden daher nachſtehende Reihe:

h_1,	h_0,	h_1,	h_2,	h_3.
0,	$-0{\cdot}006$,	$-0{\cdot}006$,	$0{\cdot}400$,	$0{\cdot}794$.

An der innern Peripherie des Flügelraumes iſt die effektive Manometerhöhe H_1 eben ſo wie jene H_0 im Einlauf und H im Saugraum $= 0$; innerhalb des Flügelraumes nimmt dieſelbe bis zu deſſen äußerer Peripherie allmälig zu, bis ſie den Werth

$$H_2 = h_2 + b_2$$

annimmt. Es iſt aber nach [157]

$$h_2 = 0{\cdot}0000007\,n^2R_2^2,$$

und vermöge (93) und [155]

$$b_2 = \frac{\delta}{2g\gamma}U_2^2 = 0{\cdot}000064\,U_2^2 = 0{\cdot}000064.0{\cdot}011\ n^2R_2^2 \ . \ .$$
$$= 0{\cdot}0000007\,n^2R_2^2,$$

daher:

[158] . . $h_2 = b_2 = 0{\cdot}0000007\, n^2 R_2^2$ und

[159] . . $H_2 = h_2 + b_2 = 2h_2 = 2b_2 = 0{\cdot}0000014\, n^2 R_2^2$.

Für den vorliegenden Fall ergibt sich

$$H_2 = 0{\cdot}0000014 . \overline{944}^2 . \overline{0{\cdot}8}^2 = 0{\cdot}8,$$

wie dieß auch vermöge der Aufgabe sein muß.

Die Geschwindigkeitshöhe b_2 an der äußeren Peripherie des Flügelraumes ist also gleich der Pressungshöhe h_2 daselbst, oder was dasselbe ist, jede dieser beiden Manometerhöhen b_2 und h_2 ist gleich der Hälfte der effektiven Manometerhöhe H_2 an der äußeren Peripherie des Flügelraumes.

Wegen $U_2 = v_2$ ist auch die der Peripheriegeschwindigkeit v_2 entsprechende ideale Manometerhöhe

$$\chi_2 = b_2, \text{ daher}$$

[160] . . $\begin{cases} \chi_2 = \frac{1}{2} H_2 = \frac{1}{2} H_3 \text{ oder} \\ H_3 = 2\chi_2. \end{cases}$

Die effektive Höhe im Blaseraume ist also gleich der doppelten Peripherie-Geschwindigkeitshöhe χ_2.

Letzteres Resultat erhält man auch unmittelbar aus [88]; es ist nämlich

$$\frac{\delta}{2g\gamma} v_2^2 = \frac{1}{2}(H_3 - H),$$

oder wegen $H = 0$ und $\frac{\delta}{2g\gamma} v_2^2 = \chi_2$

$$\chi_2 = \frac{1}{2} H_3, \text{ daher}$$
$$H_3 = 2\chi_2.$$

Ungeachtet also die absolute Geschwindigkeit gegen die äußere Peripherie vermöge [20] ganz nach dem Gesetze für ruhende und allmälig sich verengende Kanäle bis auf U_2 kontinuirlich wächst, sinkt dennoch der Werth von h_2 nicht gleichmäßig herab, sondern nimmt vielmehr bis zum Werthe von $h_2 = b_2 = \chi_2$ allmälig zu. In dieser Pressungszunahme, in Verbindung mit der gleichzeitigen Steigerung der absoluten Geschwindigkeit, ist die Ansammlung von lebendiger Kraft in der Luft bei ihrem Durchstreichen durch den Flügelraum ausgesprochen.

Für die Zunahme der Pressung gegen die äußere Peripherie des spiralförmigen Mantels an dessen äußerstem Ende hat man die Gleichung [38]:

$$h_2' - h_2 = \frac{\delta}{2g\gamma}(2R_2 + J_2) J_2 \Theta^2.$$

Es ist aber:

$$\Theta = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30} = 0{\cdot}105\,n,$$

$$\Theta^2 = 0{\cdot}011\,n^2, \text{ daher}$$

$$h_2' - h_2 = \frac{0{\cdot}011\,\delta}{2g\gamma}(2R_2 + J_2)\,J_2 n^2,$$

[161] $$h_2' - h_2 = 0{\cdot}0000007\,(2R_2 + J_2)\,J_2 n^2,$$

$$h_2' - h_2 = 0{\cdot}0000007\,(2.0{\cdot}8 + 0{\cdot}14)\,0{\cdot}14.\overline{944}^2 = 0{\cdot}^m151.$$

Es wird daher sein:

$$h_2' = h_2 + 0{\cdot}4 = 0{\cdot}400 + 0{\cdot}150 = 0{\cdot}^m55.$$

Behufs der Berechnung der Bahn, welche die Lufttheilchen innerhalb des Flügelraumes beschreiben, ergibt sich aus [106] die Konstante $C = 0{\cdot}1211$, und

für	$R = 0{\cdot}19$ . .	$\omega =$	$0{\cdot}014$	oder $0^0{\cdot}8$,
„	$R = 0{\cdot}20$ . .	$\omega =$	$0{\cdot}052$	„ 3^0,
„	$R = 0{\cdot}25$ . .	$\omega =$	$0{\cdot}469$	„ 27^0,
„	$R = 0{\cdot}30$ . .	$\omega =$	$1{\cdot}095$	„ 62^0,
„	$R = 0{\cdot}40$ . .	$\omega =$	$2{\cdot}896$	„ 166^0,
„	$R = 0{\cdot}50$ . .	$\omega =$	$5{\cdot}289$	„ 303^0,
„	$R = 0{\cdot}60$ . .	$\omega =$	$8{\cdot}300$	„ 476^0,
„	$R = 0{\cdot}70$ . .	$\omega =$	$11{\cdot}856$	„ 679^0,
„	$R = 0{\cdot}80$ . .	$\omega =$	$15{\cdot}970$	„ 915^0.

Die entsprechende Kurve ist in Fig. 50 für zwei an der inneren Peripherie des Flügelrades nahe gelegene Punkte dargestellt, und man ersieht daraus, daß der Luftstrom sich bloß anfangs rasch verjüngt, dann aber ganz allmälig abnimmt. Die Länge des Luftweges beträgt nahe 4^m, und es macht daher die Luft etwas mehr als $2\frac{1}{2}$ spiralförmige Umgänge, bevor sie aus dem Flügelraume austritt.

Aendert man an dem nach der Berechnung des §. 55 ausgeführten Hochdruck-Ventilator entweder die Zahl der Umgänge $n = 944$ oder die Windmenge $M = 1$, oder beide zugleich, so ändern sich hiedurch in den einzelnen Querschnitten des Ventilators entweder die Geschwindigkeiten oder Spannungen ꝛc.

Ueber die Gesetze, nach welchen diese Aenderungen vor sich gehen, sollen hier einige Untersuchungen angestellt werden.

1) Läßt man bei ungeänderter Windmenge $M = 1$ das Flügelrad eine größere oder kleinere Zahl Umgänge verrichten, als es ursprünglich verrichten soll, so erleiden hiedurch die Geschwindigkeiten U_0 und U_3 keine Aenderung, denn es ist vermöge [2]

[162] . . $U_0 = \frac{M}{R_0^2 \pi} = 0{\cdot}318 \frac{M}{R_0^2}$,

und vermöge [40]

[163] . . $U_3 = \frac{M}{A_3}$.

Da nun der Voraussetzung zufolge M, R_0 und A_3 ihren ursprünglichen Werth beibehalten, so muß dieß auch bei U_0 und U_3 der Fall sein, d. h. es bleibt

$$U_0 = 10^m \quad \text{und} \quad U_3 = 10^m.$$

Die Geschwindigkeit U_2 dagegen wird in geradem Verhältnisse mit n zu- oder abnehmen, und zwar zufolge [155] wegen

$$U_2 = 0{\cdot}105\, n R_2 = v_2.$$

Was die Spannungshöhe $h_1 = h_0$ anbelangt, so bleibt diese ungeändert, weil nach [156]

$$h_1 = h_0 = -\frac{\delta}{2g\gamma} U_0^2$$

ist, und weil U_0 dem Vorausgeschickten [162] zufolge sich gleich bleibt

Die Spannungshöhe h_2 aber ändert sich im geraden quadratischen Verhältnisse mit n; denn nach [157] ist

$$h_2 = 0{\cdot}0000007\, n^2 R_2^2.$$

Die effektive Manometerhöhe H_3 im Blaseraume läßt sich wegen $H_3 = H_2$ mit Rücksicht auf [159] ausdrücken durch

[164] . . $H_3 = 0{\cdot}0000014\, n^2 R_2^2$;

es ändert sich also auch diese Manometerhöhe im quadratischen Verhältnisse mit der Zahl n der Umgänge.

Die ursprüngliche effektive Manometerhöhe $H_3 = 0{\cdot}8$ übergeht daher

bei halber Zahl der Umgänge in $\frac{1}{4} . 0{\cdot}8 = 0{\cdot}^m2$,

„ doppelter „ „ „ „ $4 . 0{\cdot}8 = 3{\cdot}^m2$.

Da in diesen beiden Fällen dieselbe Windmenge mit einer geänderten effektiven Manometerhöhe bei den Düsen herausgeblasen wird, so folgt, daß letztere einen anderen Durchmesser erhalten müssen, als ursprünglich; zufolge (129) ergibt sich unter der Voraussetzung zweier Düsen wegen $M_m = 30^{cm}$ für den ersten Fall oder für $\frac{944}{2} = 472$ Umgänge

$$d = \sqrt{\frac{30}{5004\sqrt{0{\cdot}2}}} = 0{\cdot}^m116,$$

also größer, und für den zweiten Fall oder für 2.944 = 1888 Umgänge

$$d = \sqrt{\frac{30}{5004\sqrt{3\cdot2}}} = 0{\cdot}^{m}057,$$

also kleiner als der ursprüngliche Durchmesser $d = 0{\cdot}^{m}082$.

Substituirt man in der aus (129) abgeleiteten allgemeinen Gleichung

$$d = \sqrt{\frac{M}{5004\sqrt{H_2}}}$$

für H_2 den dafür unter [164] gefundenen Werth, so folgt

[165] . . $d = \sqrt{\frac{M}{5004\, n R_1 \sqrt{0{\cdot}0000014}}} = \sqrt{\frac{M}{59\, n R_1}}$.

Die Weite der Düsen wächst also bei konstanter Windmenge in demselben Maße als $\sqrt{n}$ abnimmt, und umgekehrt.

Wegen $E = M H_3 \gamma$ wird auch der Nutzeffekt vermöge [164] im geraden quadratischen Verhältnisse von n sich ändern.

2) Läßt man die Zahl der Umgänge in einer Minute ungeändert, setzt also $n = 944$, stellt dagegen dem Ventilator die Aufgabe, eine kleinere oder größere Windmenge, als für welche er berechnet ist, in die Windleitung zu treiben, so kann dieß nur durch Aenderung der Geschwindigkeiten U_0 und U_2 geschehen. Dieß ersieht man unmittelbar aus den Gleichungen [162] und [163], und zwar werden diese Geschwindigkeiten in demselben Maße kleiner oder größer, als M ab- oder zunimmt. Die Geschwindigkeit U_2 dagegen erleidet dabei keine Veränderung, wie aus [155] hervorgeht.

Von den Spannungshöhen wird $h_1 = h_0$ mit Hinblick auf [156] und [162] in demselben Verhältnisse wie U_0, also im geraden Verhältnisse wie M sich verändern, dagegen behält die Spannungshöhe h_2 vermöge [157], und eben so die effektive Manometerhöhe H_2 vermöge [164] ihren ursprünglichen Werth bei. Der Nutzeffekt wird also im geraden Verhältnisse der Windmenge M wachsen oder abnehmen.

Die Düsendurchmesser stehen in diesem Falle vermöge [165] in geradem Verhältnisse mit $\sqrt{M}$.

3) Wird endlich sowohl die Zahl n der Umgänge als auch die Windmenge geändert, so gilt in Bezug auf U_0, U_2 und h_0 alles, was darüber hier unter 2), in Bezug auf h_2 und H_2 dagegen alles, was darüber unter 1) gesagt wurde. U_0, U_2 und h_0 stehen nämlich im geraden Verhältnisse mit M; h_2 und H_2 dagegen im geraden quadratischen Verhältnisse mit n. Aus dem Ausdrucke für d [165] ersieht man, daß, wenn M und n gleichzeitig in das 2, 3, 4, . . . xfache

[162] . . $U_0 = \frac{M}{R_0^2 \pi} = 0{\cdot}318 \frac{M}{R_0^2}$,

und vermöge [40]

[163] . . $U_3 = \frac{M}{A_3}$.

Da nun der Voraussetzung zufolge M, R_0 und A_3 ihren ursprünglichen Werth beibehalten, so muß dieß auch bei U_0 und U_3 der Fall sein, d. h. es bleibt

$$U_0 = 10^m \quad \text{und} \quad U_3 = 10^m.$$

Die Geschwindigkeit U_2 dagegen wird in geradem Verhältnisse mit n zu- oder abnehmen, und zwar zufolge [155] wegen

$$U_2 = 0{\cdot}105\, n\, R_2 = v_2.$$

Was die Spannungshöhe $h_1 = h_0$ anbelangt, so bleibt diese ungeändert, weil nach [156]

$$h_1 = h_0 = -\frac{\delta}{2g\gamma} U_0^2$$

ist, und weil U_0 dem Vorausgeschickten [162] zufolge sich gleich bleibt

Die Spannungshöhe h_2 aber ändert sich im geraden quadratischen Verhältnisse mit n; denn nach [157] ist

$$h_2 = 0{\cdot}0000007\, n^2 R_2^2.$$

Die effektive Manometerhöhe H_3 im Blaseraume läßt sich wegen $H_3 = H_2$ mit Rücksicht auf [159] ausdrücken durch

[164] . . $H_3 = 0{\cdot}0000014\, n^2 R_2^2$;

es ändert sich also auch diese Manometerhöhe im quadratischen Verhältnisse mit der Zahl n der Umgänge.

Die ursprüngliche effektive Manometerhöhe $H_3 = 0{\cdot}8$ übergeht daher

bei halber Zahl der Umgänge in $\frac{1}{4} . 0{\cdot}8 = 0{\cdot}^m2$,

„ doppeter „ „ „ „ $4 . 0{\cdot}8 = 3{\cdot}^m2$.

Da in diesen beiden Fällen dieselbe Windmenge mit einer geänderten effektiven Manometerhöhe bei den Düsen herausgeblasen wird, so folgt, daß letztere einen anderen Durchmesser erhalten müssen, als ursprünglich; zufolge (129) ergibt sich unter der Voraussetzung zweier Düsen wegen $M_m = 30^{cm}$ für den ersten Fall oder für $\frac{944}{2} = 472$ Umgänge

$$d = \sqrt{\frac{30}{5004\sqrt{0{\cdot}2}}} = 0{\cdot}^m116,$$

also größer, und für den zweiten Fall oder für 2.944 = 1888 Umgänge

$$d = \sqrt{\frac{30}{5004\sqrt{3\cdot2}}} = 0{\cdot}^{m}057,$$

also kleiner als der ursprüngliche Durchmesser $d = 0{\cdot}^{m}082$.

Substituirt man in der aus (129) abgeleiteten allgemeinen Gleichung

$$d = \sqrt{\frac{M}{5004\sqrt{H_3}}}$$

für H_3 den dafür unter [164] gefundenen Werth, so folgt

[165] . . $d = \sqrt{\frac{M}{5004\,n\,R_2\sqrt{0{\cdot}0000014}}} = \sqrt{\frac{M}{59\,n\,R_2}}$.

Die Weite der Düsen wächst also bei konstanter Windmenge in demselben Maße als $\sqrt{n}$ abnimmt, und umgekehrt.

Wegen $E = MH_3\gamma$ wird auch der Nutzeffekt vermöge [164] im geraden quadratischen Verhältnisse von n sich ändern.

2) Läßt man die Zahl der Umgänge in einer Minute ungeändert, setzt also $n = 944$, stellt dagegen dem Ventilator die Aufgabe, eine kleinere oder größere Windmenge, als für welche er berechnet ist, in die Windleitung zu treiben, so kann dieß nur durch Aenderung der Geschwindigkeiten U_0 und U_2 geschehen. Dieß ersieht man unmittelbar aus den Gleichungen [162] und [163], und zwar werden diese Geschwindigkeiten in demselben Maße kleiner oder größer, als M ab- oder zunimmt. Die Geschwindigkeit U_2 dagegen erleidet dabei keine Veränderung, wie aus [155] hervorgeht.

Von den Spannungshöhen wird $h_1 = h_0$ mit Hinblick auf [156] und [162] in demselben Verhältnisse wie U_0, also im geraden Verhältnisse wie M sich verändern, dagegen behält die Spannungshöhe h_2 vermöge [157], und eben so die effektive Manometerhöhe H_3 vermöge [164] ihren ursprünglichen Werth bei. Der Nutzeffekt wird also im geraden Verhältnisse der Windmenge M wachsen oder abnehmen.

Die Düsendurchmesser stehen in diesem Falle vermöge [165] in geradem Verhältnisse mit $\sqrt{M}$.

3) Wird endlich sowohl die Zahl n der Umgänge als auch die Windmenge geändert, so gilt in Bezug auf U_0, U_2 und h_0 alles, was darüber hier unter 2), in Bezug auf h_2 und H_3 dagegen alles, was darüber unter 1) gesagt wurde. U_0, U_2 und h_0 stehen nämlich im geraden Verhältnisse mit M; h_2 und H_3 dagegen im geraden quadratischen Verhältnisse mit n. Aus dem Ausdrucke für d [165] ersieht man, daß, wenn M und n gleichzeitig in das 2, 3, 4, . . . xfache

übergehen sollen, die ursprünglichen Durchmesser der Düsen ungeändert beibehalten werden müssen. Man kann daher auch umgekehrt den Satz aufstellen, daß bei ungeänderter Düsenweite die Windmenge M in demselben Verhältnisse sich ändere, als die Zahl n der Umgänge, d. h. bei Verdopplung der Umgänge wird M doppelt so groß.

Der Nutzeffekt wächst wegen

$$E = M H_2 \gamma = 0{\cdot}0000014\, M n^2 R_2^2 \gamma$$

im geraden Verhältnisse mit M, und gleichzeitig im geraden quadratischen Verhältnisse mit n.

Die auf Grundlage der vorausgesetzten Aenderungen in der Umgangszahl und der Windmenge theoretisch sich ergebenden Nutzeffekte werden jedoch in der Wirklichkeit nicht ganz erreicht, und zwar:

a) Weil der Neigungswinkel α_1, der Flügel an der inneren Peripherie, bei allen Aenderungen von n und M stets konstant bleibt; denn zufolge [112] ist

$$\text{tang}\, \alpha_1 = 0{\cdot}0019\, n \sqrt{M},$$

$\text{tang}\, \alpha_1$ ist daher eine von n und M gleichzeitig abhängige Größe; sobald also die Werthe von n und M sich ändern, sollte auch der Winkel α_1 einen andern Werth annehmen, d. h. es sollten stets anders gekrümmte Flügel angewendet werden. Da dieß aber der Voraussetzung zufolge nicht geschieht, so tritt die Luft in den Flügelraum nicht ohne Stoß ein, und dieser wird um so nachtheiliger auf den Nutzeffekt einwirken, je mehr der Faktor $n\sqrt{M}$ von seinem ursprünglichen Werthe abweicht. Eine gleichzeitige Aenderung von n und M übt in dieser Hinsicht nur dann auf den Eintritt der Luft in den Flügelraum keine nachtheilige Wirkung aus, wenn dadurch der Werth des Produktes $n\sqrt{M}$ nicht geändert wird; dieß ist z. B. der Fall, wenn M in das Vierfache übergeht, und n halb so groß wird; denn dann ist

$$\tfrac{n}{2}\sqrt{4M} = n\sqrt{M}.$$

wie zuvor.

b) Weil die Höhe J_2 des Auslaufhalses, welche, wie aus der bezüglichen Gleichung [149]

$$J_2 = \frac{19\, M}{n R_0 R_2}$$

sich entnehmen läßt, der Windmenge und der Zahl der Umgänge stets angepaßt werden sollte, sich bei allen angenommenen Aenderungen immerfort gleich bleibt. Hiedurch werden Wirbelbildungen beim Eintritte der Luft in den Auslaufhals veranlaßt, welche einen gewissen Theil des Nutzeffektes aufzehren. Um zu sehen, welchen Aenderungen die

Größe J_2 unterworfen ist, wenn M und n einen andern Werth annehmen, sind hier die Werthe von J_2 für sechs besondere Fälle berechnet zusammengestellt:

für	$M = 1$	und	$n = 472$	sollte sein	$J_2 = 0{\cdot}28$,
„	$M = 1$	„	$n = 1888$	„ „	$J_2 = 0{\cdot}07$,
„	$M = \frac{1}{2}$	„	$n = 944$	„ „	$J_2 = 0{\cdot}07$,
„	$M = 2$	„	$n = 944$	„ „	$J_2 = 0{\cdot}28$,
„	$M = \frac{1}{2}$	„	$n = 472$	„ „	$J_2 = 0{\cdot}14$,
„	$M = 2$	„	$n = 1888$	„ „	$J_2 = 0{\cdot}14$.

Aus dieser Zusammenstellung ist ersichtlich, daß in den vier ersten Fällen die Werthe von J_2 wesentlich von den ursprünglichen abweichen, und daß nur dort, wo die Zahl der Umgänge in demselben Maße zu- oder abnimmt, als die Windmenge, oder was dasselbe ist, wo vermöge [165] der Querschnitt der Düsenmündungen ungeändert bleibt, J_2 den ursprünglichen Werth beibehält.

Dieß führt zu der wichtigen Folgerung, daß jeder Ventilator nur bei einer bestimmten Zahl der Umgänge und bei einer bestimmten Windmenge den größten relativen Nutzeffekt zu liefern im Stande sei, und daß dieses Maximum nur in jenen Fällen nahe erreicht werde, in welchen die Zahl der Umgänge so wie die Windmenge von den normalen ein und dasselbe Vielfache sind.

Dieser Satz läßt sich aus der Gleichung [149]

$$J_2 = \frac{19\,M}{n\,R_0\,R_2}$$

unmittelbar ableiten.

Der Werth von J_2 bleibt nämlich konstant, wenn M und n gleichzeitig in ein und dasselbe Vielfache übergehen.

Wird die Größe J_2 den jeweiligen Werthen von M und n nicht angepaßt, so erleiden die Luftfäden bei ihrem Uebertritte aus dem Flügelraume in den Auslauf eine plötzliche Aenderung in ihrer Richtung und im Querschnitte. Dieß läßt sich aus dem Ausdrucke [84] für den Winkel φ_2, welchen die Luftfäden bei ihrem Austritte mit der Tangente zur Flügelperipherie einschließen, leicht ersehen; es ist nämlich

$$\sin\varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{0{\cdot}011\,n^2 R_2^4}{R_0^2\,U_0^2}}},$$

und wenn man darin für U_0 den Werth aus [2] oder

$$U_0 = \frac{M}{R_0^2\,\pi}$$

ſubſtituirt:

$$\sin\varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{0{\cdot}011\,n^2 R_2^4 R_0^4 \pi^2}{R_0^2 M^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{0{\cdot}011\,n^2 R_2^4 R_0^2 \pi}{M}}}.$$

Der Winkel φ_2 wird daher um ſo kleiner, je kleiner M wird, und es ordnen ſich die Luftfäden nicht mehr gleichlaufend zur Spirallinie des Mantels an, wenn $J_2 = 0{\cdot}^m14$ konſtant bleibt.

Für $M = 0$ wird $\varphi_2 = 0$, d. h. die Luftfäden treten zur Flügelperipherie gar nicht heraus, oder der austretende Luftſtrom hat keine Dicke, wie dieß aus der Gleichung für deren Geſammt-Querſchnitt

$$S_2 = 2R_2\pi \sin\varphi_2$$

hervorgeht; für $M = 0$ ſollte daher nach [149] $J_2 = 0$ ſein, d. h. der Mantel des Auslaufraumes ſollte ſich an die Flügelperipherie dicht anſchließen.

Werden die Düſen gänzlich geſchloſſen, ſo wird die Preſſung der innerhalb des Flügelraumes befindlichen, und zur Rotirung gezwungenen Luft gegen die äußere Peripherie allmälig zunehmen, und ſich dort mit der Preſſung der im Auslaufraume abgeſchloſſenen Luft in's Gleichgewicht ſetzen. Die Preſſung F in einer beliebigen Entfernung r von der Drehungsachſe läßt ſich durch das allgemeine Integral [37]

$$F = \frac{\delta}{2g}\omega^2 r^2 + C$$

ausdrücken. Da nun in dem Abſtande $r = R_1$, d. i. an der inneren Peripherie des Flügelraumes, der Luft die atmoſphäriſche Preſſung zukommt, alſo

$$F = \mathfrak{H}\gamma$$

geſetzt werden muß, ſo folgt

$$\mathfrak{H}\gamma = \frac{\delta}{2g}\omega^2 R_1^2 + C,$$

$$C = \mathfrak{H}\gamma - \frac{\delta}{2g}\omega^2 R_1^2 = \mathfrak{H}\gamma - \frac{\delta}{2g}v_1^2 = \mathfrak{H}\gamma - \frac{\delta}{2g}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 v_2^2.$$

Subſtituirt man dieſen Werth der Konſtanten in die obige allgemeine Integralgleichung, ſo ergibt ſich

$$F = \frac{\delta}{2g}\omega^2 r^2 + \mathfrak{H}\gamma - \frac{\delta}{2g}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 v_2^2.$$

Für die äußere Peripherie des Flügelraumes muß man in letzterer Gleichung

$$r = R_2 \quad \text{und} \quad F = (\mathfrak{H} + h_2)\gamma$$

ſubſtituiren; man erhält ſodann:

$$(\mathfrak{H} + h_2)\gamma = \frac{\delta}{2g}\omega^2 R_2^2 + \mathfrak{H}\gamma - \frac{\delta}{2g}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 v_2^2,$$

$$h_2 = \frac{\delta}{2g\gamma} v_2^2 - \frac{\delta}{2g\gamma} \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 v_2^2,$$

[166] . . $$h_2 = \frac{\delta}{2g\gamma} \left(1 - \frac{R_1^2}{R_2^2}\right) v_2^2,$$

oder wenn man wie früher wieder die Peripheriegeſchwindigkeitshöhe

$$\frac{\delta}{2g\gamma} v_2^2 = \chi_2 \quad \text{ſetzt:}$$

[167] . . $$h_2 = \left(1 - \frac{R_1^2}{R_2^2}\right) \chi_2.$$

Die Manometerhöhe h_2 an der äußern Peripherie des Flügelraumes und die ihr gleichkommende Manometerhöhe im Auslaufraume iſt alſo bei gänzlicher Abſperrung der Düſen ſtets etwas kleiner als χ_2, da der Faktor innerhalb der Klammer ein echter Bruch iſt. Für lange Flügel und bei einer engen Saugöffnung kann man $\frac{R_1^2}{R_2^2}$ gegen 1 vernachläſſigen, und es iſt ſodann

$$h_2 = \chi_2,$$

d. h. die Preſſung der Luft an der äußern Peripherie des Flügelraumes und im Auslaufraume erreicht dann einen Werth, für welchen die Manometerhöhe $h_2 = h_3$ jener Höhe gleichkommt, welche der Peripheriegeſchwindigkeit v_2 entſpricht.

Da für dieſen Fall, wegen $U_2 = v_2$, die Geſchwindigkeitshöhe

$$b_2 = \chi_2$$

iſt, ſo folgt, daß auch beim gänzlichen Schluß der Düſen die effektive Manometerhöhe an der Radperipherie wie in [160]

$$H_2 = h_2 + b_2 = 2\chi_2,$$

d. i. der doppelten Peripheriegeſchwindigkeitshöhe gleichkömmt.

Dieſe Höhe ließe ſich aber nur dann wirklich beobachten, wenn es möglich wäre, den einen Manometerſchenkel innerhalb des Flügelraumes, der rotirenden Bewegung entgegengeſetzt, anzubringen, was aber die Flügelkanten nicht zulaſſen. Im Blaſeraume beſitzt die Luft ſo wie im Auslauf keine Geſchwindigkeit, es iſt daher

$$H_3 = h_3 + b_3 = h_3 = h_2 = \chi_2;$$

wegen $M = 0$ ſinkt der Effekt auf 0.

§. 58.

Hilfs-Apparate und Vorgang bei den Verſuchen, welche mit dem nach §§. 55 und 56 ausgeführten Hochdruck-Ventilator abgeführt wurden.

Zur Ermittlung der Erfahrungs-Koeffizienten wurden mit dem in §. 55 und 56 berechneten und beſchriebenen Hochdruck-Ventila-

tor, gleichfalls zu Mariazell, zahlreiche Versuche abgeführt. Die dabei in Anwendung gebrachten Hilfs-Apparate bestanden:

1) In einer kurzen hölzernen Windleitung (Fig. 55, 56 und 57). Dieselbe war $1{\cdot}^m5$ lang und hatte $0{\cdot}^m316$ im Quadrat. Sie schloß sich einerseits an den Blasehals p an, andererseits lief sie aber in zwei pyramidale Lutten q und q_1 von $1{\cdot}^m25$ Länge aus, in deren Mündungen bei c und c_1 die Düsen eingesetzt waren. Bei diesen Lutten betrug die stärkste Steigung gleichfalls nur $\frac{1}{10}$ der Länge. Um bei den Lutten einen allmäligen Uebergang des rechteckigen Querschnittes an dem einen Ende in den kreisförmigen an dem anderen Ende zu vermitteln, waren in die vier innern Ecken derselben dreikantige Leisten eingesetzt, welche sich gegen das weitere Ende allmälig verliefen. Vom Blasehalse p wurde übrigens auch ein zweites Exemplar angewendet, welches die doppelte Länge von der ursprünglich berechneten besaß, also $2{\cdot}^m26$ lang war.

2) Zur Ermittlung der Betriebskraft diente bei diesen Versuchen anfänglich dasselbe Einschaltungs-Dynamometer, welches bei den Versuchen mit den Grubenventilatoren angewendet wurde. Da sich jedoch dasselbe als nicht genügend stark darstellte, und man Ursache hatte, zum Betriebe des Hochdruck-Ventilators von der Uebertragung der Bewegung mittelst Riemen abzugehen, und dafür Getriebräder anzuwenden, so wurde statt des Einschaltungs-Dynamometers das von mir in der österr. Zeitschrift für Berg- und Hüttenwesen von 1856, Nro. 50 beschriebene dynamometrische Zapfenlager in Anwendung gebracht, und demselben zu diesem Behufe nachstehende Einrichtung gegeben: In Figur 59 und 60 ist a das auf die Spindel S des Flügelrades statt der Riemenscheibe aufgekeilte Getriebrad, in welches das durch eine Turbine in Bewegung gesetzte größere Getriebrad b eingreift. Das Lager c, in welchem das eine Ende der Treibspindel S ruht, ist es, welches zu dynamometrischen Messungen dient, und daher innerhalb gewisser Grenzen in vertikaler Richtung frei beweglich sein muß. Dieses Lager ist nämlich an den einarmigen Hebel d angegossen, welcher seinen Ruhepunkt in dem Ständer f hat, und am andern Ende mittelst des Gelenkes h an eine Schnellwage aufgehängt werden kann. Zur Führung an dem Ende bei g dient dem Hebel d ein Ständer k, welcher mit einem Schlitze versehen ist, und dem Hebel in vertikaler Richtung ein Spiel von nur ungefähr $0{\cdot}^m020$ frei läßt. Die beiden Ständer f und k sind aus einem Stücke gegossen und an die Fundamentplatte des Ventilators mittelst Schrauben befestigt.

Dieſes dynamometriſche Zapfenlager beruht auf denſelben theoretiſchen Grundſätzen, wie das §. 52 beſchriebene Einſchaltungs-Dynamometer. Der zwiſchen den Radzähnen bei m während des Betriebes ſtattfindende gegenſeitige Druck p wird von dem dynamometriſchen Lager c aufgenommen und auf die Schnellwage fortgepflanzt.

Wurde nun letztere vorher gehörig äquilibrirt, d. i. das einſeitige Gewicht des Hebels d ſammt allen darauf ruhenden Maſchinentheilen durch ein am Ende des Wagbalkens aufgehängtes Gewicht (dasſelbe betrug bei den abgeführten Verſuchen 15 Wr. Pfunde) vorher ausgeglichen, ſo läßt ſich aus dem Zuge q Kilogramme, welchen die Schnellwage während des Ganges des Ventilators anzeigt, der Druck p leicht berechnen; denn es iſt

$$p = \frac{q \cdot fg}{fc}.$$

Bei dem angewendeten Zapfenlager war $\frac{fg}{fc} = \frac{3}{2}$, daher $p = \frac{3}{2} q$. Da man überdieß aus der Zahl n der Umgänge, welche die Spindel S in einer Minute vollbringt, und aus dem Theilriß-Durchmeſſer $d = 0^m \cdot 293$ des Getrieberades a mittelſt der Formel

$$c = \frac{n d \pi}{60} = 0 \cdot 0523 n d$$

die Geſchwindigkeit c in dem Theilriſſe der eingreifenden Getriebräder berechnen kann, ſo kennt man beide Faktoren, aus welchen der Arbeitseffekt

$$\mathfrak{E} = p c \text{ Kil.-Meter}$$

zuſammengeſetzt iſt.

3) Die Manometerhöhen wurden mittelſt eines Waſſermanometers beſtimmt, welches aus einer doppelhalſigen Flaſche (Fig. 61) beſtand; in dem einen Halſe war das gerade Glasrohr für die aufſteigende Flüſſigkeit, deren Stand jedesmal mittelſt eines verſchiebbaren Ringes markirt wurde, in dem andern Halſe aber das Glasrohr für die Zuleitung der zu unterſuchenden Luft eingeſteckt.

Die Preſſungen wurden bei den meiſten Verſuchen an eilf verſchiedenen Stellen abgenommen; an jeder derſelben war ein eiſernes Rohr von $0^m \cdot 02$ im Durchmeſſer in der Art eingeſteckt oder angebracht, daß das innere Ende desſelben entweder gegen den Windſtrom, oder ſenkrecht auf denſelben gerichtet war.

Die einzelnen Stellen, an denen die Manometerſtände beobachtet wurden, ſind in der Figur 55 und 58 der Reihe nach mit Ziffern bezeichnet, und es iſt daſelbſt auch die Art und Weiſe angedeutet, wie die eiſernen Röhrchen an jedem Punkte eingeſteckt waren.

§. 59.

Resultate der mit dem berechneten Hochdruck-Ventilator abgeführten Versuche. Erfahrungs-Koeffizienten.

Die Hauptergebnisse der mit dem Hochdruck-Ventilator abgeführten Versuche sind in den nachstehenden Tabellen A. und B. übersichtlich zusammengestellt.

A. Zusammenstellung der Hauptergebnisse der mit dem Hochdruck-Ventilator abgeführten Versuche.

Versuchs-	Leistung					Umgänge in 1 Minute	Verhältniß	Betriebs-Arbeit		Wirkungsgrad
	Effektive Pressung		Windmenge in einer Minute		Nutzeffekt					
	Wassersäule H_e	Queckfilbersäule			e	n	$\frac{n^2}{H_e}$	E		$\frac{e}{E}$
Nro.	Meter	Wiener Linien	Kub.-Meter	Wr. Kub.-Fuß	Kil.-Meter	Zahl	Millionen	Kil.-Meter	Pferdekräfte	Zahl
a) Beim Blasen durch 2 Düsen von 0^m078 (3 Wr. Zoll) Durchmesser.										
12, I.	0·027	0·9	10·0	316	4	222	1·82	220	2·9	0·02
13, I.	0·031	1·0	10·7	339	5	230	1·71	220	2·9	0·03
14, I.	0·130	4·3	22·0	696	48	480	1·77	386	5·1	0·13
15, I.	0·130	4·3	22·0	696	48	480	1·77	386	5·1	0·13
16, I.	0·180	6·0	25·9	820	78	550	1·68	476	6·4	0·17
18, I.	0·185	6·1	26·2	829	81	570	1·76	491	6·5	0·17
19, I.	0·195	6·5	26·9	852	87	590	1·78	511	6·8	0·17
20, I.	0·215	7·2	28·3	896	101	620	1·79	550	7·3	0·18
21, I.	0·215	7·2	28·3	896	101	610	1·90	572	7·6	0·18
22, I	0·275	9·2	32·0	1013	147	710	1·83	638	8·5	0·23
24, I.	0·300	10·1	33·4	1057	167	730	1·78	656	8·7	0·25
13, III.	0·325	10·9	34·7	1099	187	785	1·90	643	8·5	0·29
5, III.	0·385	12·9	37·8	1195	242	870	1·97	824	10·9	0·29
1, III.	0·435	14·6	40·3	1274	292	900	1·86	922	12·3	0·31
2, III.	0·445	15·0	40·7	1287	301	930	1·94	1024	13·8	0·30
15, III.	0·470	15·8	41·7	1320	326	940	1·88	1191	15·8	0·27
8, III.	0·458	15·4	40·8	1291	311	945	1·95	1088	14·5	0·28
6, III.	0·458	15·4	40·8	1291	311	950	1·97	1030	13·7	0·30
7, III.	0·465	15·6	41·4	1311	320	850	1·94	1094	14·5	0·29
9, III	0·490	16·5	42·6	1349	347	950	1·84	1070	14·2	0·32
16, III.	0·486	16·3	42·4	1341	343	960	1·90	1188	15·8	0·28
17, III.	0·505	16·9	43·2	1368	363	980	1·90	1270	16·9	0·28
18, III.	0·535	18.0	44 5	1409	397	1000	1·87	1382	18·4	0·28
19, III.	0·540	18·1	44·7	1415	402	1020	1·93	1410	18·8	0·28
20, III.	0·565	19·0	45·7	1446	429	1040	1·91	1541	20·5	0·27
21, III.	0·585	19·7	46·5	1472	453	1055	1·90	1610	21·4	0·28
22, III.	0·590	19·8	46·8	1480	460	1060	1·90	1617	21·6	0·28

B. Zusammenstellung der Hauptergebnisse

der mit dem Hochdruck-Ventilator abgeführten Versuche.

Versuchs-	Leistung					Umgänge in 1 Minute	Verhältniß	Betriebs-Arbeit		Wirkungs-grad
	Effektive Pressung		Windmenge in einer Minute		Nutz-effekt					
	Wasser-säule H_a	Queckfil-bersäule								
						n	$\frac{n^2}{H_a}$		E	$\frac{e}{E}$
Nro.	Meter	Wiener Linien	Kub.-Meter	Wr. Kub.-Fuß	Kil.-Meter	Zahl	Millionen	Pferde-kräfte	Kil.-Meter	Zahl.
b) Beim Blasen durch 2 Düsen von $0{\cdot}^m065$ ($2\frac{1}{2}$ W. Zoll) Durchmesser.										
3, III.	0·562	18·9	31·7	1004	297	970	1·67	993	13·2	0·30
10, III.	0·565	19·0	31·7	1004	298	970	1·67	1042	13·9	0·28
23, III.	0·722	24·3	35·9	1136	432	1085	1·63	1624	21·6	0·25
24, III.	0·725	24·4	36·0	1139	435	1090	1·64	1663	22·1	0·26
c) Beim Blasen durch 2 Düsen von $0{\cdot}^m052$ (2 W. Zoll) Durchmesser.										
17, I.	0·245	8·2	13·4	424	55	610	1·51	517	6·9	0·11
23, I	0·360	21·1	16·2	513	97	720	1·44	656	8·7	0·15
11, III.	0 640	21·5	21·7	686	231	995	1·55	1069	14·2	0·22
4, III.	0·660	22·2	22·0	696	242	1000	1·52	1024	13·8	0·23
25, III.	0·832	28·0	24·7	782	343	1120	1·51	1483	19·7	0·23
d) Bei gänzlichem Schluß der Düsen.										
14, III.	0·510	17·1	.	.	.	850	1·41	522	6·9	.
12, III.	0 695	23·4	.	.	.	1020	1·50	966	12·8	.

Zur Erläuterung dieser Tabellen mag Nachstehendes bemerkt werden:

Die bezüglichen Versuche wurden nicht in derselben Reihenfolge, wie sie hier aufeinander folgen, abgeführt, sondern in einer ganz andern, durch zufällige Umstände bedingten Ordnung. Ueberdieß fällt deren Vornahme in drei verschiedene Zeitpunkte der Jahre 1856 und 1857, und zur Bestimmung der Betriebsarbeit wurde zum Theile das Einschaltungs-Dynamometer (Fig. 44 und 45), zum Theile das dynamometrische Lager (Fig. 59 und 60) angewendet, letzteres insbesondere für die größeren Leistungserfolge, für welche das Einschaltungs-Dynamometer bereits zu schwach schien. Durch diese Umstände erklären sich die in den Resultaten vorkommenden kleineren Nichtübereinstimmungen und Schwankungen, die jedoch durchaus von keinem Belang sind, und das Hauptresultat nicht beirren.

Aus der nach der Zahl n der Umgänge geordneten Zusammenstellung A. ersieht man:

1) Daß bei Anwendung zweier dreizölliger Düsen, welche der obigen Berechnung des Versuchs-Ventilators zu Grunde gelegt wurden, und bei 1060 Umgängen des Flügelrades die effektive Manometerhöhe H_3 im Schlauche $0{\cdot}^m590$ Wassersäule erreicht hat; durch weitere Vermehrung der Umgangszahl hätte man die Pressung ohne Anstand bis auf die verlangte Höhe von $0{\cdot}^m8$ gebracht, wenn die zum Betriebe des Ventilators angewendete Turbine eine weitere Steigerung ihrer Leistung zugelassen hätte; denn die Pressung nimmt bei den Versuchen mit der Zahl n der Umgänge stetig zu, und zwar gerade so, wie dieß die Gleichung [164] verlangt. Derselben zufolge ist:

$$\frac{n^2}{H_3} = \frac{1}{0{\cdot}0000014\,R_2^4},$$

und in dem vorliegenden Falle wegen

$$R_2^4 = \overline{0{\cdot}8^2} = 0{\cdot}64,$$

$$[168] \quad \frac{n^2}{H_3} = \frac{1}{0{\cdot}0000008\,96} = 1118000.$$

Das Verhältniß zwischen dem Quadrate der Umgangszahl und der effektiven Manometerhöhe ist also eine konstante Zahl, und sollte, theoretisch genommen, den oben berechneten Werth besitzen. In der Wirklichkeit ändert sich zwar der absolute Werth dieses Verhältnisses, wie die betreffende Rubrik der vorliegenden Zusammenstellung A. ersehen läßt, in welcher diese Verhältnißzahl für die einzelnen Versuche mit einer Million dividirt erscheint; doch ist die Veränderung nur gering, und zwar um so geringer, je mehr der Ventilator sich seinem normalen Gange nähert. Für diesen ergibt sich beiläufig

$$[169] \quad \frac{n^2}{H_3} = 1900000,$$

hieraus folgt

$$n^2 = 1900000\,H_3 \text{ und}$$

$$n = 1380\sqrt{H_3}.$$

Für $H_3 = 0{\cdot}^m8$ erhält man

$$n = 1380\sqrt{0{\cdot}8} = 1234,$$

d. h. die Zahl n der Umgänge müßte statt 944 in der That 1234 betragen, um die der Aufgabe zu Grunde gelegte Pressung $H_3 = 0{\cdot}^m8$ und die damit in Verbindung stehende Windmenge

$$M = 1 \text{ Kubik-Meter in einer Sekunde}$$

zu Stande zu bringen. Die theoretische Zahl n der Umgänge

muß also auf

[170] . . $n' = \frac{1234}{944} n = 1{\cdot}31\,n$

erhöht, also in runder Zahl um 30% gesteigert werden, um der Aufgabe in der Wirklichkeit Genüge zu leisten.

2) Geringer fällt die Steigerung der Umgangszahl aus, wenn man sich damit begnügt, die hohe Pressung in Verbindung mit einer kleineren Windmenge, also bei Anwendung engerer Düsen zu Stande zu bringen.

Wie aus der Zusammenstellung B. sich entnehmen läßt, so ist für $2\frac{1}{2}$zöllige Düsen ungefähr

[171] . . $\frac{n^2}{H_3} = 1650000$, also

$n = 1280 \sqrt{H_3} = 1280 \sqrt{0{\cdot}8} = 1144$ und

[172] . . $n' = \frac{1144\,n}{944} = 1{\cdot}21\,n.$

Für zweizöllige Düsen hat man

[173] . . $\frac{n^2}{H_3} = 1520000$, also

$n = 1230 \sqrt{H} = 1230 \sqrt{0{\cdot}8} = 1100,$

$n' = \frac{1100}{944} n = 1{\cdot}16\,n.$

Endlich ergab sich beim gänzlichen Schluß der Düsen

$\frac{n^2}{H_3} = 1450000$, so daß

$n = 1073$ und

$n' = \frac{1073}{944} n = 1{\cdot}13\,n,$

mithin n' nur um 13% von n verschieden ausfällt.

3) Der Wirkungsgrad wächst bei der normalen Düsenweite, auf welche die Tabelle A. sich bezieht, mit der vermehrten Zahl der Umgänge oder überhaupt mit der Windmenge. Für die normale Düsenweite erreicht er ungefähr bei 800 Umgängen bereits seinen höchsten Werth von 29 bis 30%, und behält denselben bis zu der wirklich zu Stande gebrachten höchsten Umgangszahl (1060 Umgängen) bei. Es unterliegt wohl keinem Zweifel, und die analogen Versuche bei der Centrifugalpumpe (§. 62) liefern hiezu die Bestättigung, daß dieser höchste Wirkungsgrad bis zur normalen Windlieferung von einem Kubik-Meter in einer Sekunde oder bis zur Erreichung der höchsten Pressung von 0·8 Meter, also bis zu 1230 Umgängen sich fort behaupten

würde, ſo daß alſo der höchſte Wirkungsgrad auf etwa 30% überhaupt feſtgeſtellt werden kann. Bei weiterer Vermehrung der Windlieferung würde aber der Wirkungsgrad wieder ſinken, wie dieß aus den Verſuchen mit der Centrifugalpumpe erſehen werden kann.

4) Da ſelbſt in den günſtigen Leiſtungsfällen der Ventilator nicht genug ſtille ging, ſondern ein ziemlich lautes Summen hören ließ, ſo wurde verſucht, durch eine Verengung der Saugöffnung mittelſt eines großen ringförmigen Pfropfes dieſer Unannehmlichkeit zu begegnen und zugleich mittelbar auf eine Steigerung des Nutzeffektes hinzuwirken. Der innere Rand des Pfropfes war ſowohl gegen Außen als gegen Innen abgerundet, ſo daß hiedurch die ſcharfe Wendung der Luft um die innere Kante der Saugöffnung vermieden werden ſollte.

Bei Verengung der Saugöffnung auf die Hälfte ihres urſprünglichen Querſchnittes, oder bei Herabſetzung ihres Durchmeſſers auf 70 Perzent, nahm das Summen etwas ab, der Wirkungsgrad blieb aber ganz unverändert.

Bei Verengung der Saugöffnung bis auf ein Viertel ihres urſprünglichen Querſchnittes, alſo bei Herabſetzung ihres Durchmeſſers auf 50%, verſchwindet bei halbwegs bedeutender Windlieferung das Summen des Flügelrades faſt gänzlich, allein der Wirkungsgrad läßt keinen Zuwachs wahrnehmen, wie dieß aus der nachſtehenden Tabelle C. ſich erſehen läßt.

C. Versuchs-Ergebnisse

bei Verengung der Saugöffnung auf ein Viertel ihres ursprünglichen Querschnittes.

Versuchs-	Leistung					Umgänge in 1 Minute	Verhältniß	Betriebs-Arbeit		Wirkungsgrad
	Effektive Pressung		Windmenge in einer Minute		Nutzeffekt					
	Wassersäule H_a	Queckſilbersäule			e	n	$\frac{n^2}{H_a}$	E		$\frac{e}{E}$
Nr.	Meter	Wiener Linien	Kub.-Meter	Wiener Kub.-Fuß	Kil.-Meter	Zahl	Millionen	Kil.-Meter	Pferdekräfte	Zahl
	a) Bei zwei Düſen von 0·m078 Durchmeſſer.									
1	0·320	10·76	34·41	1089	184	820	2·10	708	9·4	0·26
4	0·423	14·24	39·58	1253	279	930	2·05	1017	13·5	0·27
8	0·555	18·66	45·37	1436	419	1078	2·08	1578	21·0	0·27
	b) Bei zwei Düſen von 0·m065 Durchmeſſer.									
2	0·410	13·78	27·07	857	185	840	1·72	725	9·7	0·25
5	0·525	17·65	30·63	970	267	960	1·76	1050	14·0	0·25
9	0·695	25·36	35·23	1115	408	1100	1·74	1520	20·2	0·27
	c) Bei zwei Düſen von 0·m052 Durchmeſſer.									
3	0·480	16·14	18·75	594	149	870	1·58	726	9·6	0·20
6	0·630	21·18	21·49	680	225	990	1·55	997	13·1	0·22
10	0·825	27·70	24·61	779	338	1130	1·55	1344	17·9	0·25

Vielmehr ſcheinen dieſe Verſuche darauf hinzudeuten, daß der Wirkungsgrad in dieſem Falle etwas, wiewohl nur unbedeutend, abnehme.

Dieſes Mittel, den Gang des Ventilators unhörbar zu machen, kann daher als zweckentſprechend bezeichnet werden. Bei gänzlichem Schluß der Düſen läßt ſich jedoch für alle Fälle ein ſehr lautes Summen vernehmen.

Es erübrigt noch, das Verhalten der Luft bei ihrem Durchgange durch den Ventilator einer näheren Prüfung zu unterziehen, um den Grund des nicht unbedeutenden Verluſtes an Nutzeffekt näher nachzuweiſen.

Zu dieſem Behufe dienen die an den verſchiedenen, in Figur 55 und 58 bezeichneten Punkten des Gehäuſes und des Schlauches abgenommenen Manometerhöhen, welche in der nachſtehenden Tabelle D. nach der Größe der offenen Düſen und überdieß nach der Zahl der Umgänge des Flügelrades geordnet erſcheinen. Die einzelnen Rubriken ſind überdieß mit jenen Ziffern überſchrieben, welche den betreffenden Punkten in Figur 55 und 58 entſprechen.

D. Zusammenstellung

der an verschiedenen Punkten des Ventilators beobachteten oder dafür berechneten Manometerhöhen.

Versuchs-Nro.	Umgänge in einer Minute U Zahl	Windmenge in einer Minute Kub.-M.	Wasser-Manometerhöhen Meter											
			Mantel		2. Quadrant					Hals			Schlauch	
			11 h_1	10 h_2	7 H_2	8 h_2	h_2 [nach 158]	$H_2 - h_2$	9 h_2^1	4 H_{2m}	5 h_{2o}	6 h_{2u}	2 H_2	3 h_2
a) Beim Blasen durch zwei Düsen von 0^m078 Durchmesser.														
1, I.	560	25·7	0·078	0·116	0·093	0·067	0·140	—0·043	0·123	0·207	0·120	0·123	0·177	0·173
23, II.	725	32·4	0·160	0·197	0·367	0·100	0·235	0·132	0·250	0·328	0·197	0·190	0·285	0·290
2, II.	800	34·6	0·192	0·240	0·400	0·105	0·287	0·113	0·310	0·400	0·240	0·250	0·335	0·349
3, II.	845	37·2	0·236	0·288	0·540	0·130	0·320	0·220	0·365	0·500	0·310	0·315	0·383	0·400
5, III.	870	37·8	0·230	0·295	0·565	0·130	0·339	0·226	0·375	0·450	0·256	0·277	0·385	0·380
4, II.	890	40·3	0·240	0·315	0·580	0·150	0·355	0·225	0·400	0·520	0·321	0·319	0·442	0·435
1, III.	900	40·3	0·250	0·325	0·610	0·150	0·362	0·248	0·410	0·495	0·285	0·305	0·430	0·420
2, III.	930	40·7	0·260	0·338	0·655	0·150	0·388	0·267	0·432	0·540	0·298	0·320	0·445	0·442
4, IV.	930	39·6	0·220	0·295	0·605	0·150	0·387	0·218	0·390	0·485	0·273	0·295	0·423	0·415
5, II.	935	42·9	0·250	0·352	0·643	0·154	0·392	0·251	0·430	0·578	0·363	0·349	0·486	0·486
6, III.	950	40·8	0·265	0·350	0·675	0·160	0·404	0·271	0·450	0·550	0·305	0·332	0·458	0·453
6, II.	970	48·4	0·272	0·370	0·715	0·168	0·421	0·294	0·482	0·612	0·370	0·365	0·618	0·618
18, III.	1000	44·5	0·300	0·383	0·760	0·187	0·448	0·322	0·475	.	0·355	0·370	0·535	0·530
21, III.	1055	46·5	0·333	0·435	0·845	0·210	0·498	0·347	0·560	.	0·400	0·427	0·585	0·585
8, IV.	1075	45·4	0·288	0·390	6·790	0·188	0·517	0·273	0·520	0·645	0·364	0·395	0·555	0·540

b) Beim Blaſen durch zwei Düſen von 0·m065 Durchmeſſer.

2, I.	570	19·2	.	0·122	0·099	0·077	0·145	—0·046	0·130	0·234	0·173	0·175	0·206	0·205
5, IV.	960	30·6	0·255	0·325	0·655	0·174	0·412	0·248	0·430	0·610	0·445	0·455	0·525	0·525
3, III.	970	31·7	0·280	0·345	0·665	0·170	0·421	0·244	0·437	0·597	0·455	0·475	0·562	0·560
9, IV.	1000	35·2	.	.	0·850	0·220	0·542	0·308	0·570	0·805	0·590	0·600	0·695	0·690

c) Beim Blaſen durch zwei Düſen von 0·m052 Durchmeſſer.

3, I.	590	13·3	0·100	0·130	0·105	0·085	0·155	—0·050	0·140	0·250	0·217	0·218	0·238	0·236
7, II.	740	16·0	0·170	0·205	0·355	0·120	0·245	0·110	0·258	0·393	0·340	0·335	0·355	0·350
8, II.	820	17·5	0·203	0·255	0·425	0·138	0·301	0·124	0·216	0·468	0·420	0·402	0·423	0·440
9, II.	870	19·4	0·240	0·275	0·470	0·154	0·339	0·131	0·352	0·553	0·537	0·538	0·530	0·545
10, II.	930	20·5	0·252	0·328	0·563	0·187	0·387	0·176	0·410	0·622	0·642	0·638	0·580	0·580
11, II.	960	21·1	0·272	0·351	0·612	0·210	0·412	0·200	0·450	0·651	0·572	0·572	0·610	0·613
6, IV.	990	21·5	0·282	0·352	0·670	0·215	0·439	0·231	0·463	0·675	0·575	0·588	0·630	0·630
4, III.	1000	22·0	0·315	0·382	0·700	0·220	0·448	0·252	0·490	0·750	0·615	0·617	0·660	0·660

Vor allen verdienen die am zweiten Quadranten des Gehäuſes bei 7, 8 und 9 beobachteten Manometerhöhen eine beſondere Beachtung. Nach (159) ſoll die effektive Manometerhöhe H_2 daſelbſt der doppelten Peripheriegeſchwindigkeitshöhe h_2 gleich kommen; letztere ergibt ſich für jeden Verſuch nach [158] aus

$$h_2 = 0{\cdot}0000007\, n^2 R_2^2,$$

wenn man $R_2 = 0{\cdot}8$ ſetzt, und für n die jeweilige Zahl der Umgänge ſubſtituirt. Die auf dieſe Art für die einzelnen Verſuche berechneten Peripheriegeſchwindigkeitshöhen ſind in der mit h_2 bezeichneten Rubrik der vorſtehenden Tabelle D enthalten, und man erſieht daraus, daß die effektive Manometerhöhe H_2 unter dem Doppelten der berechneten Geſchwindigkeitshöhe h_2 ſtets bedeutend zurückbleibt.

Zieht man h_2 von der beobachteten effektiven Manometerhöhe H_2 ab, so sollte man die Pressungs- oder Druckhöhe h_2 der aus dem Flügelraume austretenden Luft erhalten. Die in der Rubrik $H_2 - h_2$ aufgeführten und darnach berechneten Manometerhöhen fallen jedoch etwas größer aus, als die bei 8 wirklich beobachteten Pressungshöhen h_2; der Grund hievon liegt in der Methode, nach welcher die Werthe von h_2 wirklich beobachtet wurden. Statt nämlich die bis an die äußere Peripherie reichende gerade Röhre senkrecht auf die Windrichtung zu stellen, wäre es richtiger gewesen, ihr Ende umzubiegen und dem Winde nach, also entgegengesetzt von Nr. 7, umzubiegen, weil nachträgliche Beobachtungen gelehrt haben, daß die nach letzterer Art abgenommenen und die Pressung der Luft jedenfalls unzweideutig bestimmenden Manometerhöhen stets höher ausfallen, als wenn sie senkrecht auf die Windrichtung abgenommen werden. So z. B. hat man in vier speziellen Fällen für h_2 erhalten:

bei geradem Rohrende	bei zurückgekrümmtem Rohrende
0·110	0·188
0·120	0·240
0·130	0·240
0·155	0·250

Die Ursache dieser Differenz mag darin liegen, daß die in Bewegung befindliche Luft in Folge ihrer Reibung etwas von der Luft mitzunehmen sucht, welche in dem darauf senkrechten Rohre enthalten ist, und so ein geringes Saugen, also eine Verminderung der Wassersäule, hervorbringt.

Die in der Rubrik $H_2 - h_2$ enthaltenen Manometerhöhen können also als die berichtigten Werthe von h_2 angesehen und für die im Punkte 8 wirklich beobachteten, von denen sie übrigens nicht zu sehr abweichen, substituirt werden. Nach (158) soll aber sein:

$$h_2 = h_2 = H_2 - h_2.$$

Vergleicht man nun die in den Rubriken h_2 und $H_2 - h_2 = h_2$ enthaltenen Größen, so sieht man, daß die Pressungshöhe $h_2 = H_2 - h_2$ der aus dem Flügelraume austretenden Luft weit unter ihrem theoretischen Werthe, nämlich unter der Peripheriegeschwindigkeitshöhe h_2 zurückbleibt. Dieser geringe Werth von h_2 findet aber seine Erklärung in der großen absolutem Geschwindigkeit, welche die Luft in dem Flügelraume allmälig annimmt, indem

nach §. 57 beim normalen Gange die Geschwindigkeit von 10 auf 79^m steigt; ferner in dem Umstande, daß die Luft sich in so viele Kanäle, als Flügel vorhanden sind, vertheilt, also mit Rücksicht auf die Gesetze über die Reibung der Luft an den Röhrenwänden einen Theil ihrer Pressung einbüßt, obwohl die Geschwindigkeit, mit der sich die Luft in diesen Kanälen bewegt, nicht zu bedeutend ist, indem sie an der äußern Peripherie zufolge [25] und [61] den Werth

$$u_2 = \frac{R_1}{R_2} U_0$$

annimmt, also bedeutend kleiner als $U_0 = 10^m$ ausfällt.

Dieser Verlust an Pressungshöhe im Flügelraume gehört aber beim Ventilator zu den unvermeidlichen; er ließe sich wohl zum Theile dadurch vermeiden, daß man die Flügel zurückkrümmt, und daher auf Vergrößerung von h_2 hinwirkt; allein da in einem solchen Falle nach [75] die Zahl der Umgänge vergrößert werden muß, so wird hiedurch der faktische Nutzeffekt wieder vermindert.

Zieht man von der mit h_2' bezeichneten Pressung an dem äußern Umfange des Gehäuses die Pressung h_2 zunächst des Flügelraumes ab, so bezeichnet die Differenz $h_2' - h$ die unter [161] theoretisch ermittelte Zuhahme der Pressung in Folge der gezwungenen Bewegung der Luft auf einer krummen Bahn.

Einen zweiten bedeutenden Verlust an effektiver Höhe erleidet die Luft während ihrer Bewegung durch den spiralförmig gekrümmten Mantel in Folge ihrer großen Geschwindigkeit. Diesen Verlust, welcher gleichfalls als unvermeidlich bezeichnet werden muß, machen die im Halse des Gehäuses bei 4 beobachteten und in der betreffenden Rubrik enthaltenen effektiven Manometerhöhen H_{2m} am besten anschaulich, indem H_{2m} einen bedeutend kleineren Werth besitzt, als H_2 im zweiten Quadranten des Gehäuses bei 7.

Die Pressungshöhen h_{20} und h_{2u} weichen nur wenig von einander ab, sie lassen aber immerhin ersehen, daß die Luft im Halse des Auslaufes, in verschiedenen Schichten betrachtet, mit abweichender Geschwindigkeit sich bewegt, wodurch abermals ein Verlust an Wirkungsgröße verursacht wird.

Der wiewohl allmälige Uebergang der Luft in den Blasehals p aus einem kleineren in einen größeren Querschnitt vermehrt auch noch zum Theile diesen Verlust, und daher kommt es, daß die im Schlauche bei 2 beobachtete effektive Manometerhöhe H_2 abermals etwas geringer ausfällt, als H_{2m} bei 4.

Die vor den Düſen beobachtete effektive Manometerhöhe H_4 ſtimmt mit der im Schlauche beobachteten H_3 ſtets überein, bei der Bewegung der Luft durch den Schlauch erleidet alſo ihr Nutzeffekt keine weitere Abnahme.

Die an der rückwärtigen Seitenwand des Gehäuſes bei 10 und 11 beobachteten Preſſungen laſſen erſehen, daß um die Nabe des Flügelrades die Luft keine bedeutende Preſſung annimmt, indem letztere im Durchſchnitte etwas über die Hälfte der effektiven Preſſung im Schlauche beträgt; hieraus folgt, daß der Windverluſt beim Liederungsringe, welcher die Saugöffnung umgibt, ſelbſt bei minder vollkommenem Anſchluſſe desſelben nur unbedeutend ſei, und daß auf der gegenüberliegenden Seite des Gehäuſes der luftdichte Schluß um die Nabe des Flügelrades durch einen angeſchraubten Lederring vollkommen genug bewirkt werde.

Außer den bis nun beſprochenen Beobachtungen hatte man bei den abgeführten Verſuchen die Gelegenheit, noch nachſtehende Erfahrungen von praktiſchem Intereſſe zu machen:

1) Wie bereits bemerkt wurde, ſo war beim Verſuchs-Ventilator das ganze Flügelrad aus einem Stücke gegoſſen. Dieſe Herſtellungsart des Flügelrades hat jedoch den Nachtheil, daß es ſchwer hält, ſelbſt beim theilweiſen Abdrehen des Flügelrades die Maſſen desſelben vollkommen gleichförmig um die Achſe zu vertheilen, indem eine geringe Abweichung in der Dicke einiger Schaufeln den Schwerpunkt des Rades aus deſſen Mitte verrückt. Die Folge hievon ſind heftige Vibrationen des Flügelrades bei deſſen ſchnellem Umgange; dieſelben pflanzen ſich auf das ganze Gehäuſe und ſelbſt auf die Fundamente fort, und beeinträchtigen jedenfalls den Nutzeffekt. Es iſt daher vorzuziehen, das Flügelrad nach der im §. 56 gegebenen Beſchreibung auszuführen, vermöge welcher bloß die eine volle Scheibe aus Gußeiſen herzuſtellen und abzudrehen kommt, während die andere Scheibe nebſt den Flügeln aus mittelſtarkem Blech angefertigt werden ſoll.

2) Die Achſe des Flügelrades war urſprünglich bloß $0{\cdot}^{m}053$ (2 Wr. Zoll) dick; der heftigen Vibrationen wegen mußte ſie jedoch auf $0{\cdot}^{m}079$ (3 Zoll) verſtärkt werden, wobei dieſelbe ſogleich ganz aus Stahl angefertigt wurde. Letztere Dicke kann als angemeſſen bezeichnet werden.

3) Die Achſenzapfen hatten eine Dicke von $0{\cdot}^{m}053$ (2 Zoll) und liefen in metallenen Lagern von $0{\cdot}^{m}211$ (8 Wr. Zoll) Länge, um ihnen eine möglichſt große Auflagfläche zu geben. Außerdem waren

die Lagerschalen von Außen kugelförmig gestaltet, um durch die hiedurch erzielte Beweglichkeit und Nachgiebigkeit das Anschließen derselben an die Zapfen ihrer ganzen Länge nach sicher zu stellen.

4) Zum Schmieren der Zapfen diente Baumöl, welches den Zapfen aus gewöhnlichen Schmierbüchsen mittelst baumwollener Dochte gleichförmig zugeführt wurde. Außerdem ist es jedoch bei schnellem Umgange nothwendig, auf die Zapfen einen sehr dünnen Strahl Wasser zu leiten, um das Warmwerden derselben zu verhüten. Letzteres Mittel entspricht vollkommen.

5) Die Uebertragung der Bewegung auf die Flügelradwelle mittelst Riemen kann nur für geringere Pressungen und für eine nicht zu große Zahl der Umgänge als zweckentsprechend gelten, weil sonst durch Riemen in Folge ihrer an den Verbindungsstellen sich verändernden Dicke und Steifigkeit zu Vibrationen der Spindel Anlaß gegeben wird. Bei größerer Pressung und Umgangszahl leisten gut konstruirte Getriebräder vortreffliche Dienste und vermitteln einen sehr gleichförmigen und ruhigen Gang. Dieselben standen bei den letzten Versuchen mit dem Hochdruck-Ventilator in Anwendung, da derselbe durch eine Turbine in Bewegung gesetzt wurde, und leisten auch beim kurrenten Betriebe ganz gute Dienste.

6) Auf eine solide Aufstellung des Gehäuses sammt Zapfenlagern ist alle Sorgfalt zu verwenden; es muß daher auch die Anwendung einer gemeinschaftlichen Fundamentplatte und die Lagerung des Gehäuses möglichst gegen deren Mitte (nach Figur 50 bis 54) als zweckentsprechend empfohlen werden, weil die Erfahrung gelehrt hat, daß bei einer einseitigen Lagerung, nach Art jener, wie solche beim saugenden Ventilator (Figur 37 bis 39) sich als genügend ergeben hat, die Stabilität des Gehäuses nur unvollkommen erreicht wird. Ueberdieß muß für solide Fundamente aus Quadern ꝛc. Sorge getragen werden. Es unterliegt gar keinem Zweifel, daß beim Versuchs-Ventilator ein günstigerer Wirkungsgrad sich ergeben hätte, wenn die Fundirung des Ventilators solider gewesen wäre. Anfangs bestand sie bloß aus schweren Hölzern, später aber nach der Umstellung des Ventilators auf seinen bleibenden Platz zwar aus Steinmauerwerk, welches jedoch wegen seiner Ausführung zur Winterszeit nicht den geringsten Grad von Festigkeit hatte, um den unter 1) bezeichneten Vibrationen genügenden Widerstand zu leisten.

Es mag hier noch schließlich bemerkt werden, daß der zu den Versuchen angewendete Hochdruck-Ventilator gegenwärtig im kurrenten

Betriebe steht, und drei Frischfeuer nebst zwei Streckfeuern mit dem erforderlichen Winde von 16 — 19 Linien (Queckſilber) Preſſung verſieht.

Allerdings wäre es wünſchenswerth geweſen, die auf blaſende Ventilatoren Bezug habenden Verſuche noch in einer größeren Ausdehnung und namentlich mit einem Ventilator für eine geringere Preſſung durchzuführen, was aber die beſtehenden Umſtände nicht mehr zuließen.

§. 60.

Spezielle Berechnung der Hauptverhältniſſe eines geſchloſſenen ſaugenden Ventilators. Konſtruktion desſelben.

Da die ſaugenden Ventilatoren meiſtens die Beſtimmung haben, eine unreine oder ungeſunde Luft aus einem gewiſſen Raume aufzunehmen und fortzuſchaffen, ſo iſt es nicht immer zuläſſig, dieſelben offen zu konſtruiren. Man iſt oft genöthigt, dieſe Ventilatoren gleich den blaſenden mit einem Mantel oder Gehäuſe zu umgeben, und aus dieſem ſofort die Luft durch einen Schlauch in's Freie zu leiten.

Behufs der Durchführung eines ſpeziellen Falles wollen wir hier die in den §§. 49 und 50 behandelte Aufgabe der Berechnung und Konſtruktion eines Grubenventilators zu Grunde legen, und damit bloß die Forderung in Verbindung ſetzen, daß der Grubenventilator mit einem Mantel umgeben, alſo geſchloſſen ſein ſoll, um die Luft außerhalb des Maſchinenhauſes durch eine Lutte abführen zu können.

Uebereinſtimmend mit §. 49 hat man auch hier

$$M = 2{\cdot}8 \text{ Kub.-Met.},$$
$$h = -\ 0{\cdot}^{m}04 \text{ und}$$
$$U = 0{\cdot}^{m}8.$$

Da es zur Vermeidung jedes empfindlichen Effektverluſtes auch bei dem geſchloſſenen Ventilator daran liegen muß, daß die Luft bei der äußern Mündung der Lutte mit der geringſten Spannung und mit möglichſt kleiner Geſchwindigkeit anlange, ſo wird man auch hier wie dort ſetzen können:

$$h = 0 \text{ und}$$
$$U_s = 4^{m}.$$

Dieſemnach erhalten nachſtehende Größen genau dieſelben Werthe wie in §. 49:

$$R_0 = R_1 = 0{\cdot}^m3,$$
$$R_2 = 0{\cdot}^m5 \text{ und } n = 338,$$
$$B = 0{\cdot}^m15 \text{ „ } n = 15,$$
$$E = 115 \text{ Kil.-Met.}$$

Was nun die Höhe J_2 des Auslaufhalſes anbelangt, ſo wird man zu deren Berechnung der dafür beim blaſenden Ventilator aufgeſtellten Formel [149] ſich bedienen müſſen; es iſt nämlich:

[174] . . $$J_2 = \frac{19\,M}{n R_0 R_2} = \frac{19.2{\cdot}8}{338.0{\cdot}3.0{\cdot}5} = 1{\cdot}^m05.$$

Erweitert man den Hals bei ſeiner bedeutenden Höhe $J_2 = 1{\cdot}^m05$ bloß nach ſeiner Breite, ſetzt alſo $J_3 = J_2$, ſo findet man wegen

$$M = J_3 B_3 U_3$$

die äußere Breite des Blaſehalſes oder die Breite der Lutte:

[175] . . $$B_3 = \frac{M}{J_3 U_3} = \frac{2{\cdot}8}{1{\cdot}05.4} = 0{\cdot}^m7.$$

Bei einer Steigung der Seitenwände von $\frac{1}{10}$ wird alſo die Länge des Blaſehalſes

$$l = \frac{0{\cdot}70 - 0{\cdot}15}{2} . 10 = 2{\cdot}^m75$$

betragen.

Nach der vorſtehenden Berechnung iſt der in Figur 62 und 63 dargeſtellte Ventilator auf folgende Art konſtruirt:

Nachdem man mit dem Halbmeſſer

$$CD = 0{\cdot}^m5$$

den äußern Flügelkreis beſchrieben und das Flügelrad mit ſeinen fünfzehn Flügeln genau wie in Figur 50 verzeichnet hat, trägt man nach [58]

$$DB = i = 0{\cdot}159\,J_2 = 0{\cdot}^m164 \text{ und}$$
$$BG = J_2 = 1{\cdot}^m05$$

auf, und beſchreibt ſodann aus H mit HG den Kreisbogen GF. Das Stück BF repräſentirt die Steigung der Spirale für den äußern Mantel; mit Hilfe von BF kann man ſodann nach §. 45 die Spirale ſelbſt konſtruiren.

Die Einlaufkurve (Fig. 63) iſt nach §. 43 verzeichnet.

In Betreff der techniſchen Ausführung dieſes Ventilators wird noch Nachſtehendes bemerkt:

Das Flügelrad iſt genau ſo gebaut, wie dieß in §. 50 beſchrieben wurde. Die Seitenwände des Gehäuſes beſtehen aus zwei gußeiſernen Platten g und f; hievon iſt die eine g der Flügelſcheibe entſprechend vertieft, die andere f dagegen kreisförmig durchbrochen, ſo daß durch die entſtandene Oeffnung das Flügelrad in das Gehäuſe

von der Seite eingeſchoben werden kann. Die Oeffnung wird mit einer Platte b geſchloſſen, an welche der Saughals l angegoſſen iſt. Der Anſchluß des Flügelradringes an den Hals wird auch hier durch das Nebeneinanderlaufen zweier abgedrehten und leicht ſtellbaren Flächen erreicht. Durch die Anwendung der Einſatzplatte b erreicht man den beſonderen Vortheil, daß man bei etwaigen Reparaturen das Flügelrad leicht aus dem Gehäuſe herausnehmen kann, ohne letzteres zerlegen zu müſſen, was bei ſeinen großen Dimenſionen ſtets ſehr umſtändlich wäre.

Die krumme Begrenzungsfläche h des Gehäuſes oder der Mantel beſteht aus Holzſtücken, welche an einen ſpiralförmigen Vorſprung i ſich anlegen, und mittelſt hölzerner Segmente k von Außen feſtgehalten werden; letztere ſind an die Seitenwände des Gehäuſes angeſchraubt. Die beiden Seitenwände f und g werden mittelſt Schraubenbolzen, die an deren äußerſten Rand angebracht ſind, in der gehörigen Entfernung gehalten. Dieſe Wände ſind mit vier Tatzen m und n verſehen, mittelſt welcher ſie auf einer Holzrahme p q aufruhen, und auf dieſer feſtgeſchraubt werden. Dadurch kommt ein großer Theil des Gehäuſes zwiſchen die Fundamente desſelben zu liegen, was zu ſeiner Stabilität weſentlich beiträgt.

Der Saughals l iſt in den gemauerten Kanal k eingeſchoben, welcher mit dem Saugraume in Verbindung ſteht.

Die Blaſelutte L wird aus Holz angefertigt, und erweitert ſich auf eine Länge von $2{\cdot}^{m}75$ allmälig nach oben bis zu einer inneren Lichte $= 0{\cdot}^{m}7$, bei gleichbleibender Breite $J_2 = 1{\cdot}^{m}05$.

Von den zwei Achſenlagern iſt das eine s an die Seitenwand g des Gehäuſes angegoſſen oder angeſchraubt, das andere t wird von einem niederen Ständer S getragen, welcher auf der hölzernen Schwelle v ruht; letztere ſteht mit der Rahme q p durch Querriegel x y in Verbindung. z iſt die Riemenrolle, durch welche die Umdrehung der Welle vermittelt wird.

So vortheilhaft es iſt, die geſaugte Grubenluft durch eine eigene Lutte aus dem Maſchinenraume hinwegzuſchaffen, eben ſo umſtändlich iſt es, den ſaugenden Ventilator zu dieſem Behufe mit einem Mantel zu umgeben, weil dieſer ſehr große Dimenſionen erhält, und daher ſehr ſchwerfällig und koſtſpielig ausfällt. Letzteres iſt insbeſondere der Fall, wenn hiezu bloß Gußeiſen angewendet würde. Um an Koſten zu ſparen, kann man daher den Mantel aus Holz oder Blech herſtellen, und bloß die Einſatzſcheibe b ſammt Saughals aus Gußeiſen anfertigen.

§. 61.

Anwendung der Theorie der Centrifugal-Ventilatoren auf Centrifugalpumpen; spezielle Berechnung und Konstruktion derselben.

Die bis nun entwickelten Gesetze und Gleichungen für die Konstruktion der Centrifugal-Ventilatoren lassen sich auch zur Berechnung von Centrifugalpumpen anwenden, da letztere nichts anderes sind, als Ventilatoren, bei denen statt Luft, das Wasser die in Bewegung gesetzte Flüssigkeit bildet. Da das Wasser selbst bei sehr abweichenden Pressungen stets eine gleiche Dichte beibehält, mithin dessen spezifisches Gewicht (Gewicht eines Kubik-Meters) sich unter allen Verhältnissen gleich bleibt, so gestatten die für die Bewegung der Luft entwickelten und der Theorie des Ventilators zu Grunde gelegten Gesetze bei ihrer Anwendung auf Centrifugalpumpen eine ganz unbeschränkte Benützung, während bei Ventilatoren der Gebrauch dieser Gesetze nur so weit zulässig ist, als das Gewicht eines Kubik-Meters Luft unter den verschiedenen in den einzelnen Querschnitten vorkommenden Pressungen wirklich noch als konstant angenommen, und gleich dem Gewichte eines Kubik-Meters Luft bei mittlerer Temperatur $t = 10^0$ und dem mittleren Barometerstande $b = 0{\cdot}^m76$, also gleich $\delta = 1{\cdot}25$ Kil.-Meter gesetzt werden kann. Die Gleichungen für Ventilatoren werden daher bei ihrer Anwendung auf Centrifugalpumpen nur dadurch eine wesentliche Aenderung erleiden, daß man darin für das spezifische Gewicht der in Bewegung versetzten Flüssigkeit nunmehr

[176] . . $\delta = \gamma = 1000$ Kil.

zu setzen haben wird.

Bei den Centrifugalpumpen können nachstehende Größen als gegeben angenommen werden:

$\mathfrak{H}$ das Gesammtgefälle, oder der vertikale Abstand zwischen dem Spiegel des Ober- und des Unterwassers;

$\mathfrak{H}_u$ die Höhe des Flügelrades über dem Unterwasser;

$\mathfrak{H}_o$ die Tiefe des Flügelrades unter dem Oberwasser, es ist demnach

[177] . . $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_u + \mathfrak{H}_o$;

M das Volumen der in einer Sekunde zu hebenden Wassermenge.

Einige andere Größen sind, wie beim Ventilator, eben so auch bei der Centrifugalpumpe in gewisser Beziehung willkürlich, und können daher mit Rücksicht auf die allgemeinen Grundsätze der Hydraulik im Voraus festgestellt werden; zu diesen gehören:

1) Die Röhrengeſchwindigkeiten U, U_0 und U_3; um den Bewegungswiderſtand möglichſt herabzuſetzen, müſſen dieſe Geſchwindigkeiten beim Waſſer in der Regel unter 2 Meter gehalten werden. Wir wollen der nachſtehenden Berechnung

[178] . . $U = U_0 = U_3 = 1^m$

zu Grunde legen. Es bleibt jedoch geſtattet, in jenen Fällen, in welchen man auf kleine Dimenſionen des Flügelrades einen beſonderen Werth legen ſollte, die Geſchwindigkeit U_0 bedeutend größer als 1^m anzunehmen, und damit ſelbſt bis 4^m zu ſteigen.

2) Der Austrittswinkel α_2 wird aus demſelben Grunde, wie in [61], gleich 0 gehalten, da es auch bei der Centrifugalpumpe daran liegen muß, die Zahl der Umgänge in einer Minute auf das Minimum herabzudrücken.

3) Endlich kann man der Einfachheit in der Konſtruktion wegen, wie in [60], den innern Halbmeſſer

$$R_1 = R_0$$

annehmen.

Da beim Ventilator die effektiven Manometerhöhen H und H_3 als gegeben vorausgeſetzt wurden, und dieſe Größen in den zur Berechnung dienenden Formeln vorkamen, ſo iſt es nothwendig, dieſelben durch die bei der Centrifugalpumpe als gegeben angenommenen Größen auszudrücken.

Was erſtlich H_3 anbelangt, ſo iſt bekanntlich

$$H_3 = H_2,$$

weil die effektive Manometerhöhe innerhalb des Blaſehalſes des Ventilators keine Aenderung erleidet; es iſt aber mit Rückſicht auf Figur 64, welche eine Centrifugalpumpe in ihren Hauptumriſſen darſtellt, die effektive Höhe im Halſe bei x oder

$$H_2 = \mathfrak{H}_0,$$

weil die bei x gegen aufwärts gerichtete Waſſerſtrömung der Waſſerſäule $xz = \mathfrak{H}_0$ das Gleichgewicht hält; es iſt daher auch

[179] . . $H_3 = \mathfrak{H}_0$.

Ferner hat man beim Ventilator

$$H = H_0,$$

weil innerhalb des Saughalſes gleichfalls keine Aenderung der effektiven Manometerhöhe Statt findet. Da aber die Strömung des Waſſers im Einlaufe der Centrifugalpumpe bei y nicht nur keine Waſſerſäule zu tragen vermag, ſondern da im Gegentheile dieſe Strömung ſogar eine Waſſerſäule von der Höhe $yu = \mathfrak{H}_u$ ſaugt, ſo iſt

$$H_0 = -\mathfrak{H}_u, \text{ also auch}$$

[180] . . $$H = -\mathfrak{H}_u.$$

Nun kann zur Umstaltung der für den Ventilator entwickelten Formeln behufs ihrer Anwendung zur Berechnung einer Centrifugalpumpe geschritten werden.

Man erhält vorerst den Halbmesser der Saugöffnung aus [2] ähnlich wie in [76] wegen $U_0 = 1$:

[181] . . $$R_0 = \sqrt{\frac{M}{U_0 \pi}} = \sqrt{\frac{M}{3 \cdot 14}} = 0 \cdot 56 \sqrt{M},$$

Die Relation zwischen dem äußern Halbmesser R_2 und der Zahl n der Umgänge ergibt sich aus [73], wenn man darin $\delta = \gamma$ setzt, und die für H und H_s in [180] und [179] gefundenen Werthe substituirt; es ist dann wegen

[182] . . $$H_s - H = \mathfrak{H}_0 + \mathfrak{H}_u = \mathfrak{H},$$

[183] . . $$n = \frac{1}{R_2} \sqrt{\frac{g}{0 \cdot 011}} \mathfrak{H} = \frac{30}{R_2} \sqrt{\mathfrak{H}}.$$

Zwischen n und R_2 sind daher auch hier unendlich viele Kombinationen zulässig, unter denen man sodann jene auszuwählen haben wird, die den praktischen Anforderungen am besten entspricht.

Den Eintrittswinkel α_1 findet man aus [77], wenn man darin $U_0 = 1$ setzt, und für $R_1 = R_0$ den obigen Werth [181] einführt:

[184] . . $$\operatorname{tang} \alpha_1 = 0 \cdot 1047 . 0 \cdot 56 \, n \sqrt{M} = 0 \cdot 059 \, n \sqrt{M}.$$

Für die Breite B hat man ungeändert die Gleichung [81]:

[185] . . $$B = \tfrac{1}{2} R_0,$$

und für die Höhe des Blasehalses die Gleichung [83]:

[186] . . $$J_2 = \frac{M}{\tfrac{1}{2} R_0 \sqrt{\left(\frac{R_0}{R_2}\right)^2 + 0 \cdot 011 \, n^2 R_2^2}}.$$

Die Gleichung [85] für den Querschnitt der äußern Mündung des Auslaufhalses übergeht mit Rücksicht auf [178] in

[187] . . $$A_3 = M.$$

Bezüglich der Konstruktion der Flügel, dann des Ein- und Auslaufes gilt hier ganz dasselbe, was darüber beim Centrifugal-Ventilator aufgestellt wurde.

Der Krümmungshalbmesser der Flügel ist daher übereinstimmend mit [79]:

[188] . . $$\varrho = \frac{R_2^2 - R_1^2}{2 R_1 \sin \alpha_1},$$

und der Krümmungshalbmesser der Einlaufkurve wie in [50]:

$$[189] \quad . \quad . \quad r = 0{\cdot}96\,R_0,$$

unter der Voraussetzung, daß $R_1 = R_0$ gesetzt wurde.

In Betreff der Zahl der Flügel kann im Allgemeinen auch hier zur Richtschnur dienen, daß bei einer größeren Zahl derselben die Bewegung des Wassers innerhalb des Flügelraumes mit mehr Gleichförmigkeit vor sich gehe, daß jedoch andererseits durch zu viele Flügel der Flügelraum zu sehr beengt würde. Bis auf weitere Erfahrungen muß die Wahl der Zahl dem praktischen Ermessen überlassen bleiben.

Die theoretische Betriebskraft ist mit Rücksicht auf [87] und [182], und wie dieß schon aus der Natur der Sache hervorgeht:

$$[190] \quad . \quad . \quad E = M\,H\,\gamma.$$

Aus den vorstehenden Formeln ersieht man, daß die Stellung des Flügelrades innerhalb der Gefällshöhe H auf dessen Konstruktionsverhältnisse keinen Einfluß nimmt, da die partiellen Gefällshöhen H_1 und H_0 in den Formeln nicht erscheinen. Man wird bei der Wahl der Höhe des Flügelrades über den Unterwasserspiegel lediglich durch die Rücksicht beschränkt sein, daß H_1 die Wasser-Barometerhöhe $B = 10{\cdot}^{m}33$ nicht erreichen dürfe. Ebenso kann die Centrifugalpumpe zum Heben des Wassers auf beliebige Höhen verwendet werden; die Grenze, bis zu welcher man in der Wirklichkeit die Centrifugalpumpe anwenden wird, ist lediglich durch die praktische Ausführbarkeit eines Flügelrades von großem Durchmesser in Verbindung mit der höchsten zulässigen Zahl von Umgängen gegeben, wie aus der Betrachtung der Gleichung [183] hervorgeht.

Der Gebrauch der entwickelten Formeln soll durch Anwendung auf einen speziellen Fall hier noch näher erläutert werden, bei welcher Gelegenheit auch über den Bau der Centrifugalpumpen noch einige Bemerkungen beigefügt werden mögen.

Es sei die Wassermenge von zwei Kubik-Metern in einer Minute, also

$$M = \frac{2}{60} = 0{\cdot}0333 \text{ Kub.-Meter in einer Sekunde,}$$

auf eine Höhe $H = 3$ Meter mittelst einer Centrifugalpumpe zu heben. Bei dieser geringen Förderhöhe ist es zulässig, die Aufgabe auf eine doppelte Weise zu lösen, und zwar

1) entweder mittelst einer bloß saugend wirkenden Centrifugalpumpe, die sodann wie ein offener Ventilator konstruirt wird, oder

2) mittelst einer drückend wirkenden Centrifugalpumpe, die dann geschlossen gebaut sein muß.

Für beide Fälle ist:

$$R_0 = 0{\cdot}56\sqrt{M} = 0{\cdot}56\sqrt{0{\cdot}0333} = 0{\cdot}^m1 \quad . \quad . \quad [181]$$

$$n = \frac{30}{R_2}\sqrt{H} = \frac{30}{R_2}\sqrt{3} = \frac{52}{R_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad [183]$$

Für $R_2 = 0{\cdot}1$ findet man $n = 517$.
„ $R_2 = 0{\cdot}15$ „ „ $n = 345$.
„ $R_2 = 0{\cdot}2$ „ „ $n = 259$.
„ $R_2 = 0{\cdot}25$ „ „ $n = 207$.
„ $R_2 = 0{\cdot}3$ „ „ $n = 172$.
„ $R_2 = 0{\cdot}4$ „ „ $n = 129$.
„ $R_2 = 0{\cdot}5$ „ „ $n = 103$.

Unter diesen Kombinationen soll

$$R_2 = 0{\cdot}25 \text{ mit } n = 207$$

gewählt werden.

$$\text{tang}\,\alpha_1 = 0{\cdot}059\,n\sqrt{M} = 0{\cdot}059{\cdot}207\sqrt{0{\cdot}0333} = 2{\cdot}22 \quad . \quad [184]$$

daher $\alpha_1 = 65^0\,50'$,

$$B = \tfrac{1}{2}R_0 = \tfrac{1}{2}0{\cdot}1 = 0{\cdot}^m05 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad [185]$$

$$\varrho = \frac{R_2^2 - R_1^2}{2R_1 \sin\alpha_1} = \frac{\overline{0{\cdot}25}^2 - \overline{0{\cdot}1}^2}{2{\cdot}0{\cdot}1\,.\,\sin 65^0\,50'} = 0{\cdot}^m276 \quad . \quad . \quad . \quad [188]$$

$$\tau = 0{\cdot}96\,R_0 = 0{\cdot}96{\cdot}0{\cdot}1 = 0{\cdot}096 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad [189]$$

Die Zahl der Schaufeln wird auf 12 festgesetzt.

$$E = MH\gamma = 0{\cdot}0333{\cdot}3{\cdot}1000 = 100 \text{ Kil.-Meter}$$
$$= 1{\cdot}33 \text{ Pferdekräfte} \quad . \quad . \quad [190]$$

Die nach diesen Resultaten konstruirte saugende Centrifugalpumpe ist in Figur 65 und 66 dargestellt. Dieselbe hat eine vertikale Spindel, und der offene Auslaufraum wird von zwei horizontalen Bretterwänden a und b gebildet, deren Abstand der Breite des Flügelrades gleich gehalten ist. Aus diesem Auslaufraume ergießt sich das Wasser in den obern Behälter, in dessen Niveau ersterer angebracht ist. Da beim Anlassen der Pumpe das Saugrohr und der Flügelraum stets mit Wasser angefüllt sein muß, so ist die untere Mündung des Saugrohres mittelst eines nach oben sich öffnenden Ventils c geschlossen, welches das Durchfallen des Wassers verhindert.

Da man die Anwendung vertikaler Spindeln gerne vermeidet, da ferner wegen des weiten Auslaufraumes die saugende Centrifugalpumpe minder kompendiös ausfällt, so wird man in den meisten Fällen besser thun, die gegebene Aufgabe mittelst einer drückend wirkenden

Centrifugalpumpe zu lösen. Zu deren Konstruktion ist noch die Berechnung nachstehender Größen erforderlich:

$$J_2 = \frac{M}{\frac{1}{4} R_0 \sqrt{\left(\frac{R_0}{R_2}\right)^2 + 0{\cdot}011\, n^2 R_2^2}} = \frac{0{\cdot}0333}{\frac{1}{4}.0{\cdot}1 \sqrt{\left(\frac{0{\cdot}01}{0{\cdot}25}\right)^2 + 0{\cdot}011.\overline{207}^2.\overline{0{\cdot}25}^2}}$$

$$= 0{\cdot}^m12 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad [186]$$

$$A_3 = M = 0{\cdot}0333 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad [187]$$

Macht man den äußern Querschnitt des Auslaufhalses quadratisch, so ist die Seite dieses Quadrats:

$$J_3 = \sqrt{A_3} = \sqrt{0{\cdot}0333} = 0{\cdot}^m18.$$

Die, nach diesen Resultaten konstruirte, drückend wirkende Centrifugalpumpe ist in Figur 67 und 68 dargestellt. Das Gehäuse der Pumpe bildet die eine Wand eines oben offenen Kastens, dessen andere Wände aus Pfosten zusammengesetzt sind, bis auf die, dem Gehäuse gegenüberliegende Wand d, welche aus einer gußeisernen Platte besteht. In diesem Kasten befindet sich die horizontale Spindel des Flügelrades sammt der Treibrolle; das eine Spindel-Lager ist an das Gehäuse der Pumpe, das andere an die gegenüberliegende Wand d angegossen. Um den Schwerpunkt des Apparates gegen die Achse desselben zu verlegen, ist der Auslaufhals nach der Peripherie des Mantels etwas gedreht, so daß seine Mündung f über die Achse fällt.

Die Saugöffnung ist an einer abgesonderten Scheibe s angegossen, welche sich vom Gehäuse abnehmen läßt, und einen freien Zutritt zum Flügelrade gestattet.

Der Kasten, welcher die ganze Centrifugalpumpe einschließt, wird nun auf den Boden des Bassins, aus welchem das Wasser in einen höhern Horizont geschafft werden soll, gestellt, nöthigenfalls daran befestigt, und sodann der Treibriemen auf die Riemenscheibe aufgelegt. Da es daran liegt, daß in das Innere des Kastens kein Wasser eindringt, so müssen nicht bloß dessen sämmtliche fünf Wände wasserdicht schließen, sondern es darf auch das Gehäuse um die Spindel herum kein Wasser entweichen lassen, was durch eine dort angebrachte Stopfbüchse m erreicht wird.

§. 62.

Resultate der mit einer Centrifugalpumpe abgeführten Versuche. Erfahrungs-Koeffizienten.

Mit der zuletzt beschriebenen drückend wirkenden Centrifugalpumpe wurden gleichfalls beim k. k. Gußwerke nächst Mariazell zahlreiche Versuche abgeführt, deren Resultate in drei Gruppen geordnet aus der nachstehenden Tabelle zu entnehmen sind.

A. Zusammenstellung
der mit der drückend wirkenden Centrifugalpumpe abgeführten Versuche.

Versuchs-	Umgänge in einer Minute	Leistung			Betriebs-Arbeit		Wirkungsgrad
		Förderhöhe	Wassermenge in 1 Sek.	Arbeit			
	n	H	M	e	E		$\frac{e}{E}$
Nro.	Zahl	Meter	Kubik-Meter	Kil.-Meter	Kil.-Meter	Pferdekräfte	Zahl
a) Bei der ursprünglichen Einrichtung.							
1	230	2·76	.	.	103	1·4	.
2	235	2·84	.	.	99	1·3	.
3	240	2·84	0·0195	55	159	2·1	0·35
4	250	2·84	0·0294	83	202	2·6	0·41
5	255	2·84	0·0294	83	192	2·5	0·43
6	260	2·84	0·0310	88	213	2·8	0·41
7	265	2·84	0·0360	102	237	3·2	0·43
8	270	2·84	0·0387	109	278	3·7	0·39
9	280	2·84	0·0387	110	301	4·0	0·36
10	285	2·84	0·0422	119	344	4·6	0·34
11	290	2·84	0·0429	122	351	4·7	0·35
12	290	2·84	0·0465	132	386	5·1	0·34
13	295	2·84	0·0422	119	433	5·8	0·27
14	300	2·84	0·0457	139	440	5·9	0·31
15	320	2·84	0·0527	150	475	6·3	0·32
b) Bei Verkleinerung der Saugöffnung auf den halben Querschnitt.							
16	235	2·66	.	.	70	0·9	.
17	240	2·84	0·0129	37	98	1·3	0·37
18	255	2·87	0·0287	82	170	2·3	0·48
19	260	2·87	0·0320	92	189	2·5	0·48
20	270	2·87	0·0353	101	214	2·8	0·47
21	275	2·87	0·0382	110	244	3·2	0·44
22	280	2·84	0·0382	109	289	3.8	0·38
23	285	2·84	0·0435	124	348	4·6	0·35
24	300	2·84	0·0465	132	462	6·1	0·28
c) Bei Verkleinerung der Saugöffnung auf ein Viertel Querschnitt.							
25	245	2·86	0·0232	66	282	2·4	0·36
26	255	2·88	0·0279	80	245	3·2	0·32
27	265	2·87	0·0313	90	270	3·6	0·33
28	285	2·84	0·0392	111	385	5·1	0·29

Bei allen diesen Versuchen wurde der Aufwand an Betriebskraft mittelst des in Figur 44 und 45 abgebildeten Einschaltungs-Dynamometers ermittelt, die gehobene Wassermenge aber in einem

großen Bretterkasten von 2·79 Kubik-Meter Rauminhalt durch dessen Füllung in einer nach Sekunden erhobenen Zeit bestimmt.

Unter Förderhöhe ist der jedesmal gemessene vertikale Abstand zwischen dem obern und untern Wasserspiegel zu verstehen. Die wirklich gemessenen Förderhöhen weichen nur wenig von der der Berechnung zu Grunde gelegten Höhe $H = 3^m$ ab. Der untere Wasserspiegel wurde stets ungefähr $0{\cdot}^m1$ über der Saugöffnung gehalten.

Die erste Gruppe bezieht sich auf die Centrifugalpumpe in ihrer der vorgehenden Berechnung und Beschreibung genau entsprechenden Einrichtung.

Bei der zweiten Gruppe wurde lediglich die Saugöffnung durch einen ringförmigen hölzernen Pfropf auf die Hälfte ihres ursprünglichen Querschnittes oder 71% ihres früheren Durchmessers verkleinert, um die scharfe Wendung der Wassertheilchen bei ihrem Eintritte in den Flügelraum zu vermeiden. Der Pfropf war daher an seiner innern Kante abgerundet.

Bei der dritten Gruppe wurde die Saugöffnung auf dieselbe Art bis auf den vierten Theil ihres ursprünglichen Querschnittes oder die Hälfte ihres früheren Durchmessers reduzirt.

Aus den Versuchsresultaten ergeben sich nachstehende Folgerungen:

1. Bei der ursprünglichen Einrichtung ergab sich der höchste Wirkungsgrad mit 43%; derselbe findet ungefähr bei 260 Umgängen in einer Minute und bei 0·030 Kubik-Meter Wasserlieferung in einer Sekunde Statt. Da nun die Pumpe für eine Wasserlieferung von

0·0333 Kubik-Meter in einer Sekunde

berechnet ist, so sieht man, daß dieselbe gerade bei der normalen Wasserlieferung am besten arbeitet, daß jedoch die theoretische Zahl der Umgänge von 207 auf 255, also nahe um 25% erhöhet werden müsse, um die verlangte Leistung zu erzielen.

2. Sowohl unter- als oberhalb der normalen Wasserlieferung nimmt der Wirkungsgrad ab, und zwar ist die Abnahme sehr auffallend, wenn die Wasserlieferung unter der normalen sich befindet. Etwa 30 Umgänge in der Minute weniger, als bei welchen der höchste Nutzeffekt erreicht wird, drücken bereits den Nutzeffekt auf 0 herab, indem bei 230 bis 235 Umgängen das Wasser nur bis nahe an das höchste Niveau steigt, und daselbst verbleibt, ohne zum Ausfluß zu gelangen. Bei Zunahme der Wasserlieferung über die normale nimmt der Nutzeffekt langsamer ab.

3. Durch die Verengung der Saugöffnung auf die Hälfte ihres ursprünglichen Querschnittes wird eine Steigerung des Nutzeffektes um nahe 5% erzielt, so daß der höchste Wirkungsgrad 48% aus-

macht. Derselbe findet gleichfalls bei der normalen Wasserlieferung und bei einer Umgangszahl Statt, welche die theoretische um 25% übertrifft. Aus dieser Steigerung des Nutzeffektes geht hervor, daß die schnelle Wendung der Wassertheilchen um den innern Rand der Saugöffnung nicht ohne eine nachtheilige Wirkung auf den Nutzeffekt sei, und daß eine passende Abrundung der betreffenden Kante letzteren etwas erhöhe.

4. Eine weitere Verengung der Saugöffnung bis auf ein Viertel ihres ursprünglichen Querschnittes wirkt bereits nachtheilig auf den Wirkungsgrad, indem derselbe höchstens den Werth von 36% erreicht.

Eine andere Reihe von Versuchen wurde mit derselben Pumpe bei verminderter Förderhöhe abgeführt; die nachstehende Tabelle enthält die Resultate nach denselben drei Gruppen wie Oben geordnet.

B. Zusammenstellung

der mit der drückend wirkenden Centrifugalpumpe bei verminderter Förderhöhe abgeführten Versuche.

Versuchs-	Umgänge in einer Minute	Leistung			Betriebs-Arbeit		Wirkungsgrad
		Förderhöhe	Wassermenge in 1 Sek.	Arbeit			
	n	H	M	e	E		$\frac{e}{E}$
Nro.	Zahl	Meter	Kubik-Meter	Kil.-Meter	Kil.-Meter	Pferdekräfte	Zahl
a) Ganz offene Saugöffnung.							
1	200	1·89	0·0114	22	68	0·9	0·32
2	220	1·89	0·0271	51	150	2·0	0·34
3	245	1·89	0·0372	71	254	3·4	0·28
4	260	1·89	0·0416	79	294	3·9	0·27
5	275	1·89	0·0465	88	358	4·7	0·24
6	285	1·89	0·0483	92	376	5·0	0·24
7	290	1·89	0·0498	95	413	5·5	0·23
b) Bei Verkleinerung der Saugöffnung auf die Hälfte.							
8	200	1·89	0·0126	24	73	1·0	0·33
9	230	1·89	0·0320	61	188	2·5	0·32
10	260	1·89	0·0410	78	303	4·0	0·26
11	275	1·89	0·0466	88	368	4·9	0·24
12	285	1·89	0·0507	96	443	5·9	0·22
c) Bei Verkleinerung der Saugöffnung auf ein Viertel.							
13	200	1·84	.	.	66	0·9	.
14	230	1·89	0·0274	52	175	2·3	0·30
15	275	1·89	0·0423	80	347	4·6	0·23
16	285	1·89	0·0457	87	398	5·3	0·22

Man entnimmt daraus, daß der Wirkungsgrad der Centrifugalpumpe ſich vermindert, wenn man dieſelbe nöthigt, unter andern Umſtänden zu arbeiten, als für welche ſie berechnet iſt. Der höchſte Wirkungsgrad erreichte nämlich bei dieſen Verſuchen nur den Werth von 0·33, und derſelbe bleibt bei den beiden erſten Verſuchsgruppen nahe gleich; die zu ſtarke Verkleinerung der Saugöffnung wirkt jedoch auch hier nachtheilig auf den Nutzeffekt.

Im Uebrigen hat ſich die obbeſchriebene Konſtruktion der Centrifugalpumpe bei den Verſuchen als durchaus zweckentſprechend bewährt.

Wiewohl der Wirkungsgrad der Centrifugalpumpe gegen jenen des Ventilators ſich bedeutend günſtiger geſtaltet, ſo iſt derſelbe dennoch nicht hoch genug. Die Urſache liegt hier gleichfalls in dem Umſtande, daß das Waſſer mit einer zu großen Geſchwindigkeit zwiſchen den Flügeln und insbeſondere in dem Gehäuſe ſich bewegen muß, und ſo in Folge der ſtattfindenden Reibung des Waſſers an den Seitenwänden einen bedeutenden Theil ſeiner Wirkungsgröße verliert. Eine theilweiſe Herabſetzung dieſes Verluſtes ließe ſich noch dadurch erzielen, daß man den gebogenen Auslaufhals ſchon von ſeinem Urſprunge angefangen ſich erweitern läßt, ſtatt ihn in gleicher Weite bis zur Erreichung der vertikalen Richtung fortzuführen. Dagegen liefert die Erſcheinung, daß die Centrifugalpumpe gerade unter jenen Verhältniſſen am beſten arbeitet, für welche ſie berechnet wurde, einen ſprechenden Beweis für die Richtigkeit der aufgeſtellten und der Berechnung zu Grunde gelegten Theorie.

Nachtrag zu §. 59.

Reſultate der neueſten mit dem Hochdruck-Ventilator abgeführten Verſuche.

Noch vor Beendigung des Druckes der vorliegenden Abhandlung hatte ich Gelegenheit, mit dem §. 55 berechneten und §. 56 beſchriebenen Hochdruck-Ventilator einige Verſuche nachträglich abzuführen. Die Konſtruktion desſelben wurde nämlich zu dieſem Behufe im Sinne der §. 59 gemachten Bemerkung Nr. 1 dahin abgeändert, daß man ſtatt des ganz aus Gußeiſen beſtehenden Flügelrades ein neues in Anwendung brachte, bei welchem übereinſtimmend mit der §. 59 gegebenen Beſchreibung bloß die volle Scheibe aus Gußeiſen beſtand

und abgedreht war, während die Flügel und die andere Scheibe aus mittelstarkem Blech hergestellt wurden. Die Resultate der abgeführten Versuche enthält nachstehende Tabelle:

Versuchs-	Leistung					Umgänge in 1 Minute	Verhältniß	Betriebs-Arbeit		Wirkungsgrad
	Effektive Pressung		Windmenge in einer Minute		Nutzeffekt					
	Wassersäule H_s	Queckfilbersäule			e	n	$\frac{n^3}{H_s}$	E		$\frac{e}{E}$
Nr.	Meter	Wiener Linien	Kub.-Meter	Kub.-Fuß	Kil.-Meter	Zahl	Millionen	Kil.-Meter	Pferdekräfte	Zahl
Beim Blasen durch 2 Düsen von 0·m078 (3 Wr. Zoll) Durchmesser.										
1	0·328	11·0	34·8	1101	190	800	1·95	604	8·0	0·31
2	0·410	13·7	39·0	1234	267	900	1·97	811	10·8	0·32
3	0·520	17·5	43·9	1389	382	1000	1·92	1229	16·4	0·31
4	0·630	21·2	48·2	1525	505	1100	1·92	1622	21·6	0·31
5	0·740	24·8	52·3	1655	645	1200	1·95	2088	27·8	0·31
6	0·750	25·2	52·7	1668	658	1210	1·95	2137	28·5	0·31
Beim Blasen durch 2 Düsen von 0·m065 (2½ Wr. Zoll) Durchmesser.										
7	0·390	13·1	26·3	833	170	800	1·64	491	6·6	0·34
8	0·480	16·0	29·2	924	233	900	1·69	737	9·8	0·32
9	0·590	19·8	32·3	1022	318	1000	1·69	1050	14·0	0·30
10	0·700	23·5	35·4	1170	413	1100	1·73	1408	18·8	0·29
11	0·830	27·9	38·4	1215	531	1180	1·68	1842	24·6	0·29

Man ersieht aus derselben:

1) Daß bei Anwendung zweier dreizölliger Düsen mit 1210 Umdrehungen bereits eine effektive Manometerhöhe $H_s = 0{\cdot}^m75$ erreicht wurde, welche der verlangten $H_s = 0{\cdot}^m80$ äußerst nahe liegt, und daß das konstante Verhältniß [169] zwischen dem Quadrate der Umgangszahl und der effektiven Manometerhöhe richtiger

$$[169_1] \quad . \quad . \quad \frac{n^3}{H_s} = 1950000$$

gesetzt werden sollte, wornach

$$n^2 = 1950000\, H_s \quad \text{und}$$

$$n = 1396 \sqrt{H_s}$$

sich ergibt. Für $H_s = 0{\cdot}8$ erhält man

$$n = 1396 \sqrt{0{\cdot}80} = 1247.$$

Es muß also die Zahl der Umgänge statt 944 in der Ausführung auf 1247 gesteigert werden, um die der Aufgabe zu Grunde gelegte Pressung $H_s = 0{\cdot}^m8$ zu erhalten. Man hat demnach

$$n' = \frac{1247}{944} n = 1{\cdot}32\,n,$$

d. h. die praktische Zahl n' der Umgänge ist um 32% größer als die theoretische Zahl n.

2) Beim Blasen durch zwei Düsen von 2½ Zoll im Durchmesser wurde die verlangte Pressung $H_3 = 0^m80$ mit 1180 Umgängen bereits überreicht, indem sie dabei schon 0^m83 betrug.

3) Der Wirkungsgrad stellte sich bei der normalen Düsenweite auf 0·31, nahm also etwas zu, und behauptete sich auf dieser Höhe immerfort von 800 bis 1210 Umgängen. Auch bei Verengung der Düsen steht der Nutzeffekt auf einer befriedigenden Höhe. Als wichtig muß die bei diesen Versuchen beobachtete Erscheinung bezeichnet werden, daß selbst bei der größten Zahl der Umgänge die Erschütterungen sehr gering waren. Die Ursache liegt offenbar in dem Umstande, daß bei dem neuen Baue des Flügelrades der Schwerpunkt genau in die Umdrehungsachse fallen mußte, was bei dem ganz aus Gußeisen angefertigten Flügelrade wegen der ungleichen Vertheilung der Massen nicht gelungen ist. Das Summen war jedoch bedeutend, und nahm mit der Zahl der Umgänge zu.

4) Als eine neue Beobachtung wird angeführt, daß sich die Luft beim Durchgange durch den Ventilator etwas erwärmt. Die Zunahme der Temperatur betrug beim achten Versuche 5° C. und stieg allmälig, bis sie beim eilften Versuche 10° C. erreichte.

III.

Anhang.

Literatur der Centrifugal-Ventilatoren und Centrifugalpumpen.

§. 63.

Die Theorie der Centrifugal-Ventilatoren betreffend.

Ueber die Theorie der Ventilatoren ſchweigen alle Lehrbücher der Mechanik, und es ſind mir nur nachſtehende Abhandlungen darüber bekannt:

1. *Traité de l'aréage des mines*, von M. Ch. Combes.

Dieſe weitläufige Abhandlung über die Ventilation der Kohlengruben erſcheint in den Annales des mines, Tom. XV von 1839, und Tom. XVIII von 1840 veröffentlicht, und enthält die erſten Verſuche zu einer Theorie des Centrifugal-Ventilators. Combes legt ein beſonderes Gewicht auf zurückgekrümmte Flügel, welche an der äußeren Peripherie beinahe tangential verlaufen.

2. *Recherches théoriques et expérimentales sur les machines destinées à l'aréage, par M. L. Trasenster*, in Annales des travaux publics de Belgique. T. VIII von 1845.

Der §. 40 bis 49 dieſer Abhandlung bezieht ſich auf ſaugende Centrifugal-Ventilatoren, die allein den Gegenſtand dieſes Aufſatzes bilden. Trasenſter legt ſeiner Theorie die Betrachtung eines mit Waſſer gefüllten cylindriſchen Gefäßes mit vertikaler Achſe zu Grunde, welches an ſeiner Peripherie mit Ausflußöffnungen verſehen iſt, und in Rotation verſetzt gedacht wird. Dieſe Theorie nimmt auch Ponſon in ſein Werk: Traité de l'exploitation des mines de houille, 1854, Bd. 2, Seite 142 unverändert auf.

3. *G. A. Hirn, sur la théorie mathématique des ventilateurs*, in dem Bulletin de la société industrielle de Mulhouse 1847, Nr. 99 et 100.

Dieſe Arbeit ſchließt ſich zum Theil an die Erfahrungen des Herrn Dollfuß an, und wurde durch deſſen Verſuche hervorgerufen.

4. F. Redtenbacher, Theorie und Bau der Turbinen und Ventilatoren.

In dieſer Abhandlung wird die Theorie der Ventilatoren bloß im Anhange mit der Beſchränkung behandelt, die Bedingungen ausfindig zu machen, bei deren Erfüllung die Luft ohne Stoß in das Rad eintritt.

5. *Mémoire sur le calcul de l'effet util et la construction du ventilateur a force centrifuge, par M. H. Résal, ingenieur des mines*, in Annales des mines 1854, T. V, pag. 456.

Eine auszugsweiſe Ueberſetzung dieſes Aufſatzes findet man im polytechniſchen Centralblatt 1855, Seite 326, ſo wie in Förſter's allgemeiner Bauzeitung 1856, S. 56.

§. 64.

Beſchreibungen blaſender Centrifugal-Ventilatoren und damit abgeführter Verſuche.

Das Windradgebläſe von Sudds, Barker und Comp. in Rouen iſt im polytechniſchen Centralblatt 1836, Seite 1083 beſchrieben und abgebildet.

Nabe und Arme des Flügelrades ſind von Gußeiſen; an letztere ſind die Flügel, ſechs an der Zahl, feſtgeſchraubt. Die Flügel ſind quadratiſch, eben, etwas zurückgeneigt, und bewegen ſich ſo nahe als möglich anſchließend in einem cylindriſchen Gehäuſe.

In dieſem Aufſatze findet ſich die hiſtoriſche Notiz, daß das Windradgebläſe zu Feuerungen zuerſt im Jahre 1728 in Frankreich vom Mechaniker Teral angewendet worden ſei. Ebenſo habe man dasſelbe zuerſt 1728 als Maſchine zur Bewirkung des Luftwechſels benützt.

Saint Léger beſchreibt in den *Annales des Mines* 1837, S. 89 eine Reihe von Verſuchen mit einem zum Betriebe von Kupol-Oefen dienenden Ventilator, wobei insbeſondere der Einfluß verſchiedener Düſenmündungen und Umgangsgeſchwindigkeiten auf die Windpreſſung beobachtet wurde. Aus ſeinen Verſuchen folgert St. Léger:

1) daß bei konſtantem Düſenquerſchnitte die Ausflußmenge mit der Umgangsgeſchwindigkeit, und

2) bei konſtanter Umgangsgeſchwindigkeit die Windmenge mit dem Querſchnitte der Düſen ſich gleichmäßig ändere.

Auf dieſe Erfahrungsſätze geſtützt, entwickelt St. Léger für den verſuchten Ventilator eine empiriſche Formel zur Berechnung der Windmenge.

3) Bei gleichem Düſenquerſchnitte ſtehen die Preſſungen im geraden quadratiſchen Verhältniſſe mit den Umgangszahlen.

4) Dagegen nimmt bei gleicher Umgangsgeſchwindigkeit die Preſſung in dem Maße ab, als der Düſenquerſchnitt zunimmt.

Bei seinen Versuchen richtete St. Léger die Düsen einmal gegen die Gluth im Kupolofen, und hierauf in die freie Luft, und fand, daß der Ventilator im letztern Falle langsamer und schwer umgehe, und daß die ursprüngliche Zahl von Umgängen sich wiederherstelle, wenn der Düsenquerschnitt um 19% verringert wird. Der Grund dieser Erscheinung liegt darin, daß beim Blasen in die Gluth durch das vorliegende Brennmaterial der Düsenquerschnitt sich verkleinert, und daher weniger Wind in Bewegung versetzt wird, wodurch der Kraftaufwand abnimmt.

5) Werden einige Düsen geschlossen, so ist die daran beobachtete Pressung stets größer als an der offenen Düse.

Perkins Ventilator, wie solcher in Dingler's polytechnischem Journal 1838, Band 70, Seite 430 beschrieben und durch eine Skizze erläutert ist, besteht aus einem Flügelrade, welches konzentrisch von einem Mantel umgeben ist, der sich in der Richtung der Achse nach einer Seite allmälig bis auf den Querschnitt der Windleitung zusammenzieht.

Schubert beschreibt im Bergwerksfreund 1839, Band 1, Seite 526 einen zum Betriebe von 30 Schmiedefeuern dienenden hölzernen Ventilator.

Im Bergwerksfreund 1841, Band 3, Seite 362 findet sich eine Beschreibung von einem zum Betriebe von einem Kupolofen bei Koblenz verwendeten Ventilator.

In Flachat's *Traité de la fabrication du fer et de la fonte* 1842, Bd. 1, Seite 358 sind die Versuche St. Legér's aufgenommen.

Die Versuche des französischen Ingenieurs M. Cadiat führt *Armengaud ainé* in seinem Werke: *Publication industrielle de machines, outils etc.* von 1842 an. Bei diesen Versuchen wurde insbesondere der Einfluß beobachtet, den der größere oder geringere Anschluß der Flügel an ein konzentrisches Gehäuse auf die Leistung des Ventilators ausübt.

Aus seinen Erfahrungen zieht Cadiat folgende Schlüsse:

1) Der Anschluß des Flügelrades an den Mantel ist nicht nothwendig; letzterer kann das Flügelrad in einem beliebigen Abstande konzentrisch umschließen.

2) Die Wirkung wird am größten, wenn die Ausströmungsöffnung 0·40 — 0·60 der Oberfläche eines Flügels beträgt.

3) Die Wirkungen wachsen im kubischen Verhältnisse der Umgänge.

Cadiat entwickelt auf Grundlage seiner Versuche einige empirische Formeln zur Berechnung der Ventilatoren.

Die Versuche Cadiat's sind auch aufgenommen in die Berg- und Hüttenmännische Zeitung von Hartmann, Bd. 1, S. 981; von Kronauer in seinem Werke: Zeichnungen ausgeführter Maschinen und Werkzeuge, Band 2, Seite 90.

Fr. Marquardt beschreibt im Bergwerksfreund 1843, Bd. 6, S. 252 einen Ventilator, welchen er zu Michelsdorf zum Betriebe mehrerer Sensenschmiedfeuer mit 20 Düsen erbaut hat. Er führt an, daß in einer 92 Klafter langen Windleitung von 8 Zoll Durchmesser der Wind durchaus eine gleiche Spannung beibehalte, ferner daß er der erste gewesen sei, welcher in den k. k. österreichischen Staaten 1838 einen Gebläseventilator erbaut hatte.

Im *Bulletin de la société industrielle de Mulhouse* 1843, Nr. 81 et 82 findet man den Bericht des Direktors M. Emile Dollfuß, welchen er im Namen des Comité für Mechanik in der Generalversammlung des dortigen Gewerbvereins am 25. Mai 1842 erstattete, und worin er die Resultate seiner zahlreichen Versuche darstellt, welche er mit zwei Ventilatoren von $0{\cdot}^{m}4$ und $0{\cdot}^{m}6$ Durchmesser abgeführt hat. Diese Ventilatoren waren zu den Versuchen eigends konstruirt, und hatten die Einrichtung, daß sich alle einzelnen Größen daran leicht abändern ließen. Die Veranlassung zu diesen Versuchen gab ein Memoire, welches in Folge der im Jahre 1841 vom dortigen Gewerbverein ausgeschriebenen Preisaufgabe über Ventilatoren diesem eingeschickt wurde. In seinem Programm motivirt der Verein die Ausschreibung ausdrücklich damit, daß die Theorie über den Ventilator eine sehr mangelhafte sei, ferner daß über den Effekt dieser Maschine noch zu wenig Erfahrungen vorliegen, und daß dieselbe noch einer mehrfachen Verbesserung fähig erscheine. Für den Verfasser der besten Abhandlung wird daher die große goldene Medaille festgesetzt, mit der Bedingung, daß die Abhandlung nicht bloß klar und deutlich und durch Versuche begründet sei, sondern daß darin auch über die besten Konstruktions-Verhältnisse und über den absoluten und relativen Effekt genaue Nachweisungen gegeben werden sollen.

Der Zweck der Dollfuß'schen Versuche war die Prüfung der in diesem Memoire aufgestellten Daten über die besten Konstruktions-Verhältnisse der Ventilatoren. Auf Grundlage der durch Dollfuß abgeführten Versuche wurde jedoch dem eingesendeten Memoire der ausgesetzte Preis nicht zuerkannt. Eine kurze Notiz über die Resul-

tate dieſer Verſuche wurde aufgenommen im Bergwerksfreund 1846, Bd. 10, S. 119, dann in Dingler's polytechniſchem Journal 1854, Bd. 133, S. 245.

Dollfuß abſtrahirt aus ſeinen Verſuchen folgende Regeln für die Konſtruktion von Ventilatoren:

1) Es ſind zwei Saugöffnungen anzubringen, und der Durchmeſſer einer jeden ſoll 62% vom Durchmeſſer des Flügelrades betragen, oder es ſoll $R_0 = 0{\cdot}62\,R_2$ ſein.

Eine etwas elliptiſche, mit der längern Achſe gegen den Blaſehals gerichtete Form der Saugöffnung wurde als vortheilhaft befunden.

2) Die Breite des Flügelrades ſoll $= 1{\cdot}5\,R_2$ ſein, und man kann damit bis auf $0{\cdot}8\,R_2$ herabgehen. Die Flügel ſollen ſich ihrer Breite nach an die Seitenwände des Gehäuſes möglichſt anſchließen.

3) Die Breite der Blaſeöffnung iſt jener des Flügelrades gleichzuhalten; die ſogenannte Excentricität, d. i. der größte Abſtand des Mantels von der Flügelperipherie, mithin ungefähr der Werth J_2, ſoll $0{\cdot}8\,R_2$ betragen, die Höhe des Blaſehalſes aber $1{\cdot}4\,R_2$. Dabei ſchließt ſich der Mantel an die obere Fläche des Blaſehalſes ſcharf an, und übergeht ſpiralförmig in die untere Fläche des Blaſehalſes.

4) Die Zahl der Flügel iſt ſo zu wählen, daß ſie an der äußern Peripherie des Flügelrades $0{\cdot}^m21$ von einander abſtehen.

5) Die Länge der Flügel wird auf $0{\cdot}55\,R_2$ feſtgeſtellt; es liegen demnach die innern Flügelkanten in der Peripherie eines Kreiſes von $0{\cdot}^m45\,R_2$ Halbmeſſer, der alſo kleiner iſt als die Saugöffnung.

6) Mit beſonderer Ausführlichkeit wurden die Verſuche über die zweckmäßigſte Geſtalt und Stellung der Flügel vorgenommen. Am beſten hatten ſich jene Flügel bewährt, welche an der innern Peripherie radial auslaufen, und ſodann gegen die äußere Peripherie etwas konkav geformt ſind, ſo daß ſie als nach vorwärts gekrümmt bezeichnet werden können.

Uebrigens haben die Verſuche gezeigt, daß die Preſſungen der Luft im quadratiſchen Verhältniſſe mit der Zahl der Umgänge zunehmen.

Mit der zunehmenden Länge einer Windleitung nimmt unter ſonſt gleichen Umſtänden die Betriebskraft ab; denn durch Verlängerung der Windleitung wird die Preſſung, und daher auch die Windmenge, und mit dieſer auch die Betriebskraft kleiner.

§. 65.

Fortsetzung.

Merbach führt im Bergwerksfreund 1845, Bd. 8, S. 561 einen speziellen Fall auf, in welchem statt eines Kastengebläses ein Ventilator zum Betriebe eines Kupolofens mit offenbarem Vortheil angewendet wurde.

In P. Tunner's Stabeisen- und Stahlbereitung 1846, Seite 177 wird der Ventilator nur für jene Fälle empfohlen, in welchen die Windpressung nicht über 8 — 12 Zoll Wassersäule und die Windmenge nicht unter 1000 Kubikfuß in einer Minute beträgt.

Tunner führt die Resultate einiger Versuche an, welche der k. k. Regierungsrath Burg mit einem Ventilator in Wien abgeführt hat, und wobei der Einfluß der Zahl Umgänge und des Durchmessers der Saugöffnung auf die Windpressung vorzugsweise beobachtet wurde. Auch wird ein Ventilator beschrieben, welcher in Penn's Maschinenfabrik zu Greenwich bei London zwei dreiförmige Kupolöfen mit $4\frac{1}{2}$zölligen Düsen mit Wind von 5 Zoll (Wassersäule) Pressung versieht.

Haig's Verbesserungen an Ventilirapparaten, mitgetheilt durch Dingler's polyt. Journal 1847, Band 103, Seite 161, beziehen sich auf die Anwendung eines zweischaufligen Flügelrades zur Erzeugung eines Luftstromes, welcher unter die geschlossenen Roste von Dampfkesseln geleitet wird.

R. Dälen beschreibt in Kronauer's Werke: Ausgeführte Maschinen und Werkzeuge, 1847, Bd. 2, S. 89, einen von ihm konstruirten Ventilator für Schmiedefeuer. Das Flügelrad, $0{\cdot}^{m}846$ im Durchmesser, hat 6 zurückgekrümmte Schaufeln, und ist mit einem spiralförmigen Mantel umschlossen. Bei 800 — 900 Umgängen in einer Minute zeigte das Manometer, wenn 11 Schmiedefeuer im Gange waren, $0{\cdot}^{m}10 - 0{\cdot}^{m}13$; bei 1300 Umgängen $0{\cdot}^{m}21$ Wassersäulenhöhe. Ebene und zurückgeneigte oder radial gestellte Schaufeln erfordern eine größere Betriebskraft.

Scheerer in seinem Lehrbuche der Metallurgie, 1848, Bd. 1, S. 435, unterscheidet Ventilatoren mit geraden, geknickten und gebogenen Flügeln, und gibt von den ersten und letzten Skizzen. Er anerkennt, daß es bisher keine bestimmten Vorschriften zur Konstruktion der Ventilatoren gebe, und führt die von Cadiat aufgestellten Erfahrungssätze auf.

In der Eisenbahnzeitung von 1848 findet sich auf Seite 157 die Notiz, daß man eine höhere Pressung mittelst mehrerer Ventilatoren dadurch erzielen könne, daß jeder nachfolgende den gepreßten Wind des vorhergehenden aufnimmt. Man will auf diese Weise in dem vierten Ventilator eine Pressung von 2½ Pfunden auf 1 □" herausgebracht haben.

Armengaud führt in seiner *Publication industrielle* von 1842, T. II, pag. 324 ausdrücklich an, daß Cadiat durch Anwendung mehrerer Ventilatoren hinter einander kein günstiges Resultat erzielt habe.

Die Versuche des englischen Ingenieurs Buckle über die von ihm mit Ventilatoren abgeführten Versuche finden sich in dem von Bornemann und Brückmann herausgegebenen Journal: „Der Ingenieur" von 1848, S. 86, und im Bergwerksfreund 1849, Bd. 12, S. 50 auszugsweise zusammengestellt.

Buckle findet den größten Nutzeffekt, wenn der Ventilator zwei Saugöffnungen von dem Halbmesser $R_0 = 0{\cdot}40\,R_2$ besitzt, empfiehlt aber $R_0 = 0{\cdot}50\,R_2$ anzunehmen. Ferner soll die Breite $B = 0{\cdot}5\,R_2$, die sogenannte Excentricität $= 0{\cdot}20\,R_2$ und die Höhe des Blasehalses $= 0{\cdot}5\,R_2$ gehalten werden. Die innere Flügelperipherie hat mit der Peripherie der Saugöffnung zusammenzufallen.

Bei ganz geschlossenen Düsenmündungen fand Buckle, daß sich die Manometerhöhen wie die Quadrate der Umgangszahlen verhalten. Zugleich ist die, der erzielten Pressung entsprechende Ausflußgeschwindigkeit gleich der Peripheriegeschwindigkeit der Flügel.

Die Länge des Windrohres ist ohne Einfluß auf die Pressung, wenn demselben die gehörige Weite gegeben wird.

Das polytechnische Centralblatt 1850, S. 1411 berichtet über einen amerikanischen Ventilator, und bringt auch eine Zeichnung darüber. Bemerkenswerth ist daran eine mit dem Windrade sich drehende Einlaufvorrichtung und ein concentrischer Mantel.

Dingler's polyt. Journal 1851, Bd. 119, S. 101, liefert eine kurze Beschreibung nebst Zeichnung von einem sogenannten amerikanischen Gebläse-Ventilator; einige Verhältnisse werden darin durch eine praktische Formel festgestellt.

Shipton's geräuschloser Gebläse-Ventilator wird in Dingler's Journal 1851, Bd. 120, S. 3 beschrieben und durch eine Zeichnung erläutert. Er ist ganz nach Buckle konstruirt, und besitzt an seinen beiden Saugöffnungen Röhrenansätze, durch welche die Luft aus der Ferne angesaugt und das Geräusch vermieden

werden soll. Auch das polytechnische Centralblatt 1851, S. 382 macht hievon Erwähnung.

Dr. F. Mohr gibt unter der Aufschrift: „Der englische Blasebalg“ im polyt. Notizenblatt von 1852 und im polyt. Centralblatt desselben Jahres, Seite 807, eine kurze Beschreibung eines kleinen Ventilators von ungefähr 6“ im Durchmesser für ein Schmiedefeuer. Die Welle des Flügelrades wird durch eine hölzerne Friktionsscheibe in schnelle Bewegung versetzt.

Gwynne hat nach Dingler's polyt. Journal 1853, Bd. 138, S. 176 gleichfalls drei Ventilatoren hinter einander angewendet, um mittelst derselben den Wind allmälig zu verdichten.

F. Marquardt liefert einige Erfahrungen über Ventilatoren mit hohem Druck und über deren Konstruktions-Verhältnisse in einem Aufsatze in Dingler's polyt. Journal von 1854, Bd. 132, S. 81. Die beiden dort beschriebenen Ventilatoren dienten wechselweise zum Betriebe eines kleinen Eisenhochofens;

ihr äußerer Durchmesser beträgt . . . . . 20“,
der Durchmesser der Saugöffnung . . . . . 9“,
die Länge der etwas zurückgebogenen vier Flügel . . 6¼“,
die innere Breite des Flügelkastens . . . . 3½ und 4½“.

Die Flügel machen 3000 bis 4000 Umgänge in einer Minute, wobei wegen der eigenthümlichen Konstruktion der Zapfenlager, welche mit einem kleinen Oelbehälter versehen waren, keine schädliche Abnützung der Zapfen sich ergeben hat. Lediglich die Riemen leiden bei der zu großen Umdrehungszahl bedeutend. Obwohl aus diesem etwas unklar gehaltenen Aufsatze nicht zu entnehmen ist, wie hoch die Windpressung an den Düsen beobachtet wurde, so scheint es, daß es gelungen sei, die Pressung bis auf 24 Linien Queckſilbersäule zu steigern.

Bei gleichbleibender Betriebskraft nimmt die Zahl der Umgänge in dem Maße zu, als man die Düsenmündungen verkleinert, und wird bei ganz geschlossenen Düsen am größten.

Die größte Leistung liefert der Ventilator in dem Falle, wenn der Düsenquerschnitt zur Fläche eines Flügelrades sich verhält wie 9 : 20.

Dingler's polyt. Journal von 1854, Bd. 133, S. 245, so wie das polytechnische Centralblatt desselben Jahres, S. 1092, bringen nach Armengaud's *Génie industriel*, Juli 1854, S. 1, außer einer kurzen Notiz über die Versuche von Dollfuß die Zeichnung und Beschreibung zweier Ventilatoren; der eine nach Mazeline in Havre, zur Lüftung der Dampfschiffe bestimmt, ist mit

Einlaufkurven verſehen, und wird unmittelbar von einer Dampfmaſchine in Bewegung geſetzt, der andere nach Decoſter iſt lediglich wegen der Schmierbüchſen bemerkenswerth, welche an ſeinen beiden Lagern angebracht ſind. Das Weſentliche dieſer Büchſen ſind dünne Scheiben, welche das Oel aus der Büchſe heben.

B. Kerl beſchreibt das Ventilatorgebläſe in ſeinem Handbuche der metallurgiſchen Hüttenkunde, 1855, Band 1, Seite 192 bloß im Allgemeinen und bemerkt, daß daſſelbe beſonders dort in Anwendung komme, wo man wenigſtens 1000 Kubikfuß Wind, aber keine größere Preſſung als höchſtens 1 Zoll Queckſilber verlangt.

Förſter's allgemeine Bauzeitung 1856 hat in den Aufſatz: „Ueber die Ventilation der Gebäude," auch Beſchreibungen und Zeichnungen blaſender Ventilatoren aufgenommen, und namentlich:

1. Cadiat's Ventilator nebſt den Reſultaten ſeiner Verſuche, S. 52.
2. Decoſter's Ventilator mit Schmierbüchſen, S. 61.
3. Amerikaniſcher Gebläſeventilator, S. 62.
4. Shipton's geräuſchloſer Gebläſeventilator, S. 62.
5. Haig's Centrifugalgebläſe, S. 62.
6. Ducommun und Dubied's Ventilator, S. 64.

Ducommun's Ventilator war auf der Pariſer Induſtrie-Ausſtellung 1855 ausgeſtellt, und iſt nach Armengaud's *Genie industriel* 1856, pag. 108 in Dingler's polyt. Journal 1856, Band 141, Seite 176 beſchrieben und abgebildet. Die Flügel haben nicht durchaus gleiche Breite, ſondern ſind gegen die Peripherie zulaufend. Bei 1200 Umgängen wurden 30 Schmiedefeuer mit Wind verſehen.

Colt's Ventilator für Schmiedefeuer iſt im polytechniſchen Centralblatte 1856, S. 519 beſchrieben und abgebildet. Er hat ein, 28 Zoll im Durchmeſſer haltendes Flügelrad mit drei nach einwärts gekrümmten und gegen Außen in ein ſpitzes Dreieck verlaufenden Flügeln in einem konzentriſchen Gehäuſe.

Ueber Schwarzkopff's Ventilator zum Betriebe von Kupolöfen findet ſich nach Romberg's Zeitſchrift für Baukunſt 1855, S. 244 im polytechniſchen Centralblatt 1856, S. 209 eine durch Zeichnungen erläuterte Beſchreibung. Das Flügelrad von 30 Zoll im Durchmeſſer hat 9 radiale, an der äußern Peripherie etwas zurückgekrümmte und an Breite abnehmende Schaufeln, und macht bei 2000 Umgänge in einer Minute. Das Gehäuſe umgibt das Flügelrad konzentriſch, und es ſchließt ſich an das erſtere die Windleitung in der Art an, daß

ihre Achſe mit der Achſe des Gehäuſes in einer Linie liegt. Aus dem Gehäuſe tritt der Wind in die Windleitung durch ein Leitrad. Nach dem damit abgeführten Verſuche beträgt die Preſſung des Windes, wenn durch 5½ Zoll weite Düſen geblaſen wird, gegen 12 Zoll Waſſerſäule; bei 2880 Umgängen ſteigt ſie bis auf 21 Zoll. Der Ventilator arbeitet geräuſchlos.

Lloyd's Ventilator hat nach der in Dingler's polytechniſchem Journal 1856, Bd. 142, S. 258 enthaltenen Beſchreibung das Eigenthümliche, daß das Flügelrad gegen die äußere Peripherie zulaufende Wände beſitzt, ſo daß der Geſammtquerſchnitt der Austrittsfläche daſelbſt dem Geſammtquerſchnitte der Eintrittsfläche an der innern Peripherie, ſo wie den beiden Saugöffnungen gleich kommt. Der Durchmeſſer des Flügelrades mißt 3 Fuß, und der Ventilator ſoll bei 1400 Umgängen in einer Minute zwei 7zöllige Düſen mit Wind von 16 Zoll Preſſung verſehen. Es wird auch bemerkt, daß dieſer Ventilator geräuſchlos arbeitet.

§. 66.

Beſchreibung ſaugender Centrifugal-Ventilatoren und damit abgeführter Verſuche.

Aus Sabloukoff's Abhandlung über Ventilatoren im *Annaire du Journal des mines de Russie* 1836, S. 162, enthält Dingler's polytechniſches Journal 1841, S. 52 einen Auszug. Aus den mit einem beſondern Verſuchs-Ventilator von 16″ im Durchmeſſer abgeführten Verſuchen wird gefolgert: daß ein ſaugender Ventilator ohne Mantel beſſer arbeitet als mit Mantel; daß vier Flügel genügen, daß jedoch dieſelben genau äquilibrirt ſein müſſen. Beſchreibung und Zeichnung eines kleinen Grubenventilators beſchließen den Aufſatz.

Combes Beſchreibung eines Ventilators für Seidenzüchtereien, Krankenhäuſer ꝛc. iſt nach dem *Bulletin de la société d'encouragement*, April 1838, S. 178 in Dingler's polytechniſchem Journal von 1838, Bd. 69, S. 128 enthalten. Dieſer Ventilator von $1{\cdot}^{m}2$ im Durchmeſſer hat zurückgekrümmte Flügel, welche an der innern Peripherie um 45°, an der äußern um 90° vom Halbmeſſer abweichen, und überdieß ungleich breit ſind, indem ſie nach Außen an Breite zunehmen. Dabei iſt $R_0 = R_1 = 0{\cdot}5\,R_2$. Der Beſchreibung dieſes Ventilators ſchickt Combes in dieſem Aufſatze eine populäre Darſtellung ſeiner Theorie voraus.

In demſelben Bande des polyt. Journals von Dingler ſind die Reſultate von Verſuchen angeführt, welche Combes mit einem derartigen für eine Seidenzüchterei eingerichteten Ventilator abgeführt hat.

Dollfuß hat auch mit ſaugenden Ventilatoren zahlreiche Verſuche abgeführt, die gleichfalls im *Bulletin de la société industrielle de Mulhouse* 1843, Nr. 81 und 82 enthalten ſind. Er hat gefunden, daß konvexe Flügel am beſten entſprechen, daß aber in allen übrigen Stücken der ſaugende Ventilator dem blaſenden gleichzuhalten ſei.

Der belgiſche Ingenieur M. G. Glepin veröffentlicht 1844 in einem beſondern *„Mémoire sur les appareils appliqués à la ventilation des mines,“ Mons, chez E. Hoyois*, die Reſultate zahlreicher Verſuche, die er mit ſaugenden Grubenventilatoren abgeführt hat.

Glepin's Verſuche hatten insbeſondere den Zweck, den Wirkungsgrad der verſchiedenen in Belgien in Anwendung ſtehenden Grubenventilatoren zu erheben, und letztere in dieſer Beziehung mit einander zu vergleichen. Die Windmenge wurde bei den Verſuchen aus der Geſchwindigkeit des Windes im Saugkanal, und dieſe mittelſt eines Combes'ſchen Anemometers beſtimmt.

Beim Grubenventilator von Letoret mit ebenen aber zurückgeneigten Flügeln, die zwiſchen zwei Mauerflächen ſpielten, fand Glepin den Wirkungsgrad höchſtens $= 20\%$, bei einem Zurückneigungswinkel $\alpha_2 = 20°$. Dabei wurde die Betriebskraft mittelſt eines Prony'ſchen Bremsdynamometers beſtimmt.

Bei drei andern Grubenventilatoren von Combes mit ſtehender Welle und drei ſtark zurückgebogenen Flügeln ergab ſich der Wirkungsgrad höchſtens $= 28\%$. Es muß jedoch bemerkt werden, daß bei letzteren Verſuchen die Betriebskraft nicht mittelſt des Bremsdynamometers erhoben, ſondern bloß durch Anwendung von Reduktions-Koeffizienten aus den Verhältniſſen der Dampfmaſchine durch Rechnung beſtimmt wurde.

Ch. Combes in ſeinem „Handbuche der Bergbaukunſt,“ deutſch bearbeitet von Hartmann 1845, Bd. 2, S. 137, beſchränkt ſich auf die Beſchreibung von ſaugenden Centrifugal-Ventilatoren mit zurückgekrümmten Schaufeln nach ſeinem Syſtem. Er führt darin die Reſultate der mit ſeinem Ventilator von Glepin abgeführten Verſuche in der Hauptſache an.

Nasmyth's Ventilator für Steinkohlengruben hat nach der in Dingler's polyt. Journal vom Jahre 1852, Bd. 125, S. 241,

und im polyt. Centralblatt vom Jahre 1852, S. 1415 gegebenen kurzen Beschreibung das Eigenthümliche, daß derselbe von einer Dampfmaschine unmittelbar ohne Räderwerk in Bewegung gesetzt wird, und dabei 300 bis 400 Umgänge in einer Minute verrichtet. Der Durchmesser der beiden Saugöffnungen ist gleich dem halben Durchmesser des Flügelrades gehalten, und die acht Flügel sind eben und radial.

Der belgische Ingenieur Jochams beschäftigte sich fast durch drei Jahre (1848—1851) mit Versuchen über den Nutzeffekt der Grubenventilatoren verschiedener Konstruktion. Die Resultate sind in den *Annales des travaux publics de Belgique*, Tom. XI von 1853 niedergelegt.

Nach ihm arbeitet ein Ventilator von Letoret mit ebenen, um 30 bis 50 Grade vom Radius zurückgeneigten Flügeln mit einem Wirkungsgrad von höchstens 30%. Der Effekt der Maschine wurde jedoch dabei nicht mittelst eines Dynamometers gemessen, sondern bloß nach der Dampfspannung und den Verhältnissen der Dampfmaschine beurtheilt, was bekanntlich unverläßlich ist.

Callon erklärte in einem Aufsatze über Fabry's Windrad, welcher aus dem *Bulletin de la société d'encouragement* 1835, S. 397 in Dingler's polyt. Journal 1853 übergegangen ist, auf Seite 343, daß die Centrifugal-Ventilatoren zur Wetterführung in den Gruben nur dort anwendbar wären, wo eine sehr geringe Luftverdünnung (von höchstens 20 Millim.) einen hinreichenden Wetterwechsel veranlaßt; eine Ansicht, welche durch die von mir abgeführten Versuche vielfach widerlegt ist.

In Ponson's *Traité de l'exploitation des mines de houille* 1854, Bd. 2, S. 142, wird nach Vorauslassung der Theorie Trasenster's zuerst der Ventilator von Cambes nebst den bezüglichen Versuchen von Glepin, sodann der Ventilator von Letoret sammt den Versuchsresultaten nach Jochams beschrieben und erläutert. Ueberdieß führt Ponson die Resultate einiger Versuche an, welche der belgische Ingenieur Cabany mit dem Ventilator Letoret's abgeführt, und wobei er einen Wirkungsgrad = 0·26 erhalten hat, ohne jedoch den Betriebseffekt durch einen Dynamometer wirklich gemessen zu haben.

Förster's allgemeine Bauzeitung 1856 enthält Seite 27 einen ausführlichen Aufsatz über die Ventilation der Gebäude, worin auch Seite 51 eine Beschreibung mit Zeichnung der vorzüglichsten Ventilatoren aufgenommen ist. Namentlich werden darin aufgeführt:

1. Letoret's ſaugender Ventilator mit ebenen Flügeln, S. 51.
2. Combes Saugventilator mit gekrümmten Flügeln, S. 55.
3. Dollfuß Verſuche mit Ventilatoren und deren Reſultate, S. 57.
4. Mazeline's Lüftungsmaſchine, S. 60.
5. Lloyd's Saugventilator, S. 61.

§. 67.

Centrifugalpumpen.

Der ruſſiſche Bergingenieur Sabloukoff machte ſchon im Jahre 1836 in ſeiner Abhandlung über Ventilatoren, welche auszugsweiſe in Dingler's Journal von 1841, Bd. 81, S. 52 überging, die Mittheilung, daß er ſich des Ventilators zum Heben von Flüſſigkeiten bediene.

Die erſte Nachricht über die Appold'ſche Centrifugalpumpe bringt das polytechn. Centralblatt 1850, S. 526, und 1851, S. 1160.

Ch. E. Amos verbeſſerte Centrifugalpumpe iſt in Dingler's polyt. Journal 1853, S. 335 beſchrieben, und durch eine gute Zeichnung erläutert. Die Konſtruktion iſt einfach und zweckentſprechend.

Gwynne's Centrifugalpumpe findet ſich im polyt. Centralblatt 1851, S. 1156, und 1855, S. 1365 beſchrieben und abgebildet. Das Flügelrad hat radiale, an der äußern Peripherie etwas zurückgekrümmte Schaufeln. Der Mantel ſchließt ſich ſpiralförmig an die Flügelperipherie an.

Gwynne bringt nach dem polyt. Centralblatt 1852, Bd. 1, S. 340 mehrere Centrifugalpumpen übereinander an einer ſtehenden Welle an, um mittelſt eines ſolchen Syſtems Waſſer in Schächten auf größere Höhen zu heben. Die nähere Beſchreibung und Zeichnung einer ſolchen Centrifugalpumpe findet ſich in Dingler's polyt. Journal von 1853, Bd. 128, Seite 176 nach Armengaud's *Génie industriel*, März 1853, S. 113, Bd. 138, S. 255.

Die von der Jury der fünften Klaſſe bei der Londoner Induſtrie-Ausſtellung 1851 abgeführten Verſuche über den Nutzeffekt der verſchiedenen Centrifugalpumpen ſind im polytechniſchen Centralblatte 1852, S. 1118 zuſammengeſtellt. Der höchſte Wirkungsgrad wurde gefunden:

Bei der Appold'ſchen Centrifugalpumpe

a) mit zurückgekrümmten Schaufeln = ... 0·68,
b) mit ebenen unter 45° geneigten Schaufeln = . . . 0·43,
c) mit ebenen und radialen Schaufeln = ... 0·24.

Bei der Gwynne'schen Centrifugalpumpe mit ebenen und radialen Schaufeln = ... 0·19.

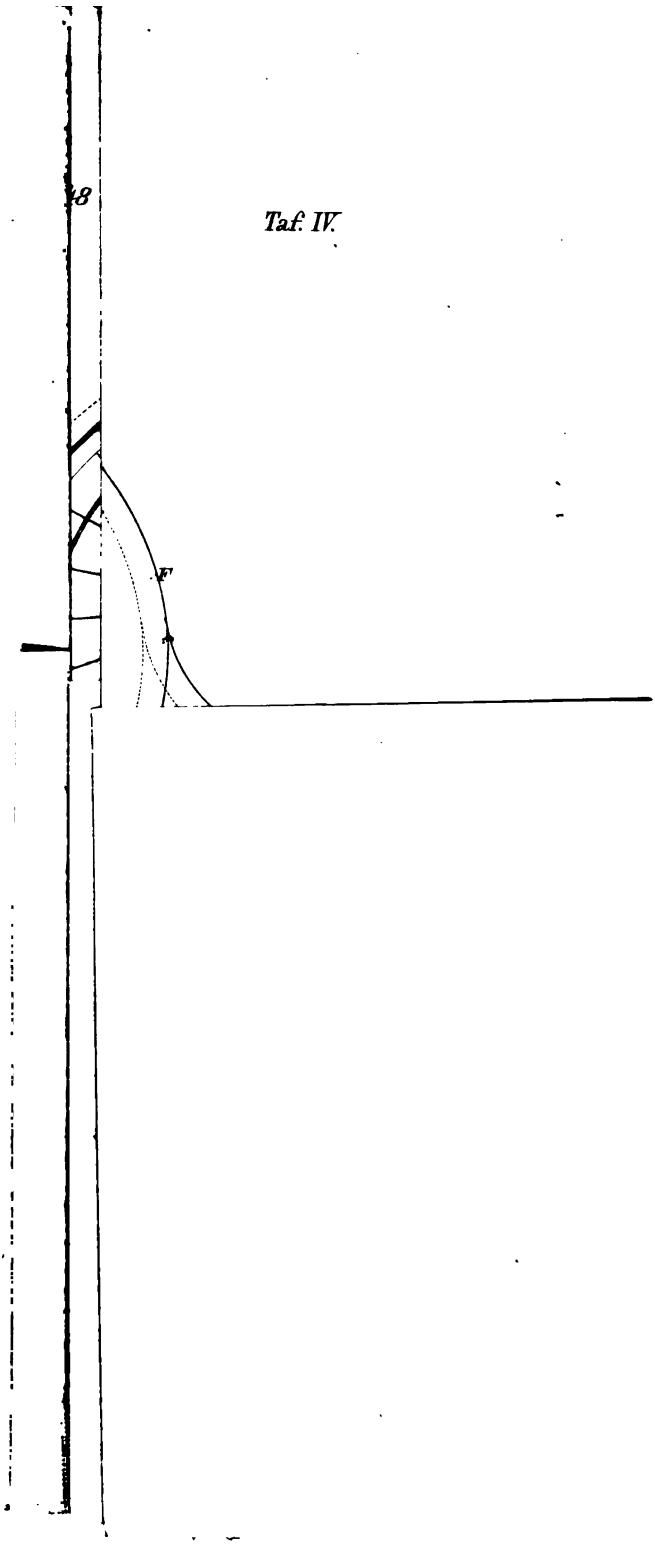
Bei der Beſſemer'ſchen Centrifugalpumpe mit radialen nach Außen breiteren Schaufeln = ... 0·22.

Nach einem Berichte von Rühlmann in Dingler's polytechniſchem Journal 1853, Bd. 130, S. 334, hatte das Appold'ſche Flügelrad mit zurückgekrümmten Schaufeln nachſtehende Verhältniſſe: äußerer Flügeldurchmeſſer 12", innerer 6"; Flügelbreite 3"; Zahl der krummen Flügel 6; Umgänge in einer Minute 800; Hubhöhe 10 Fuß; Waſſermenge 2000 Gallons in einer Minute.

Die auf der Pariſer Induſtrie-Ausſtellung exponirte Appold'ſche Centrifugalpumpe iſt in Dingler's polyt. Journal 1855, Bd. 138 beſchrieben, und durch Zeichnungen erläutert. Dieſe Pumpe kann das Waſſer bis auf eine Höhe von 5 Metern heben.

Erbkam's Zeitſchrift für Bauweſen 1855, S. 107 enthält einen auch in das polytechniſche Centralblatt 1855, S. 591 übergegangenen Aufſatz von Roder über eine Centrifugal- oder Kreiſelpumpe, welche von Schwarzkopff erbaut und bei den Grundbauten zur Regulirung der Elſter in Anwendung gebracht wurde. Dieſelbe beſteht aus einem horizontalen Flügelrade mit 9 radialen, an der Peripherie etwas nach rückwärts gekrümmten und gegen Außen an Breite abnehmenden Schaufeln, die in einem konzentriſchen Gehäuſe ſich drehen. Das an die Peripherie gelangte Waſſer ſteigt in ein vertikales, an das Gehäuſe ſich anſchließendes Rohr, deſſen Achſe mit der Achſe des Ventilators zuſammenfällt, und welches am Rande mit Leitkurven verſehen iſt. Der Antrieb wird durch eine vertikale Spindel, die bis über das Steigrohr hinausreicht, bewirkt. Das Flügelrad hat 30" im Durchmeſſer, macht 240 Umgänge in einer Minute, und hebt 5·5 Kubikfuß ſandiges Waſſer in einer Sekunde auf 12 Fuß Höhe. Die Peripherie-Geſchwindigkeitshöhe iſt um 25% größer als die Hubhöhe. Die Pumpe hat ſich gut bewährt.

Druckfehler.

Seite	11,	letzte	Zeile,		statt	$a = \frac{K}{g}$	lies	$a = \frac{k}{g}$.
„	31,	Zeile	4	von oben,	statt	$0{\cdot}00054\,P\,\delta$	lies	$0{\cdot}00054\,P\,\delta_1$
„	38,	„	4	„ „	„	$A\,p\,s$	„	$A\,P\,s$
„	50,	„	10	„ unten,	„	1251	„	$1{\cdot}251$
„	62,	„	13	„ „	„	$K^2 = 1$	„	$k^2 = 1$
„	64,	„	11	„ oben,	„	834	„	$83{\cdot}4$
„	65,	„	11	„ „	„	47	„	$4{\cdot}7$
„	74,	„	7	„ unten,	„	wegen	„	wegen (49)
„	88,	„	10	„ oben,	„	$001\,U_1^2$	„	$0{\cdot}01\,U_1^2$
„	95,	„	17	„ „	„	II_1	„	H_1
„	149,	„	3	„ unten,	„	[30]	„	[32]
„	160,	„	11	„ „	„	$R = R_0$	„	$R_1 = R_0$
„	162,	„	17	„ oben,	„	Einlaufraumes	„	Auslaufraumes
„	170,	„	9	„ „	„	$\frac{1}{4}\,m^2\,U_0\,tg\,\alpha_2^2$	„	$\frac{1}{4}\,m^2\,U_0^2\,tg\,\alpha_2^2$
„	172,	„	14	„ unten,	„	$B = \frac{1}{2}\frac{R_0}{2R_0}$	„	$B = \frac{1}{2}\frac{R_0^2}{2R_0}$
„	174,	„	13	„ „	„	$U_0^2 - U$	„	$U_0^2 - U^2$
„	177,	„	8	„ „	„	$2\,b\,c = \beta$	„	$-2\,b\,c = \beta$
„	178,	„	1	„ „	„	$\arccos\frac{2\alpha-\beta}{x\sqrt{\beta^2-4\alpha}}$	„	$\arccos\frac{2\alpha-\beta\,x}{x\sqrt{\beta^2-4\alpha}}$
„	186,	„	13	„ oben,	„	$-M\,h\,\gamma$	„	$M\,h\,\gamma$
„	190,	„	4	„ unten,	„	χ_2	„	χ_2, jedoch negativ genommen.
„	192,	„	17	„ oben,	„	$0{\cdot}0000014\,n^2\,R_2^2$	„	$-0{\cdot}0000014\,n^2\,R_2^2$
„	217,	„	1	„ unten,	„	1^m	„	1^{cm}
„	234,	„	2	„ oben,	„	π	„	π^2
„	236,	„	14	„ unten,	„	S	„	s
„	239.	in der Tabelle sind in der Hauptrubrik „Betriebsarbeit“ die Aufschriften der beiden Unterrubriken mit einander zu verwechseln.						
„	244,	letzte	Zeile	der Colonne	H_2^7,	statt $6{\cdot}790$	lies	$0{\cdot}790$
„	251,	Zeile	4	von oben,	statt	115	lies	112
„	253,	„	19	„ unten,	„	Kil.-Meter	„	Kilogramme
„	258,	„	3	„ oben,	„	$\left(\frac{0{\cdot}01}{0{\cdot}25}\right)^2$	„	$\left(\frac{0{\cdot}10}{0{\cdot}25}\right)^2$

Taf. IV.